高中数学

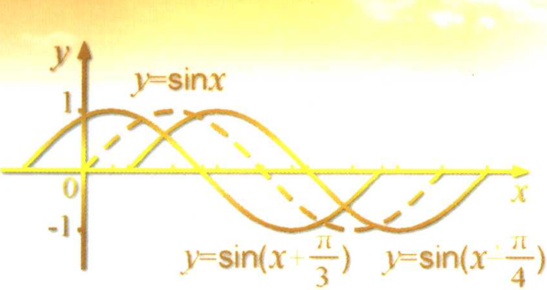
龙门专题

三角函数

主编 傅荣强

本册主编 朱岩

最新修订



龍門書局

www.Longmen.com.cn

三角函数

龙门专题

最新修订

主编　傅荣强

本册主编　朱　岩

编者　朱　岩　常　青　孙吉利
王春长　刘殿云　翟凤霞
张俊义　于长军　孙吉利

龍門書局

北京

图书在版编目(CIP)数据

三角函数/傅荣强主编;朱岩本册主编;朱岩等编.—修订版.—北京:龙门书局,2005

(龙门专题)

ISBN 7-80160-132-7

Ⅰ.三… Ⅱ.①傅…②朱…③朱… Ⅲ.数学课-中学-教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第081135号

责任编辑:马建丽　韩安平/封面设计:郭　建

龍門書局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.longmen.com.cn

中国青年出版社印刷厂印刷

科学出版社总发行　各地书店经销

*

2001年2月第　一　版　开本:A5(890×1240)

2005年8月第四次修订版　印张:9 1/4

2005年8月第十四次印刷　字数:330 000

印数:360 001—390 000

定　价:11.50元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前　言

参考书几乎是每一位学生在学习过程中必不可少的。如何发挥一本参考书的长效作用,使学生阅读后,能更透彻、迅速地明晰重点、难点,在掌握基本的解题思路和方法的基础上,举一反三、触类旁通,这是教参编者和读者共同关心的问题。这套《龙门专题》就是龙门书局本着以上原则组织编写的。它包括数学、物理、化学、语文、英语、地理、生物七个学科,共计112种。

本套书在栏目设置上,主要体现了循序渐进的特点。每本书内容分为两篇——“基础篇”和“综合应用篇”(高中为“3 + X”综合应用篇)。“基础篇”中的每节又分为“知识点精析与应用”、“视野拓展”两个栏目。其中**“知识点精析与应用”**着眼于把基础知识讲透、讲细,帮助学生捋清知识脉络,牢固掌握知识点,为将成绩提高到一个新的层次奠定扎实的基础。**“视野拓展”**则是在牢固掌握基础知识的前提下,为使学生成绩“更上一层楼”而准备的。需要强调的是,这部分虽然名为“拓展”,但仍然立足于教材本身,主要针对教材中因受篇幅所限言之不详,但却是高(中)考必考内容的知识点(这类知识点,虽然不一定都很难,但却一直是学生在考试中最易丢分的内容),另外还包括了一些不易掌握、失分率较高的内容。纵观近年来高(中)考形势,综合题与应用题越来越多,试行“3 + X”高考模式以后,这一趋势更加明显。“综合应用篇”正是为顺应这种形势而设,旨在提高学生的综合能力与应用能力,使学生面对纷繁多样的试题,能够随机应变,胸有成竹。

古人云:授人以鱼,只供一饭之需;授人以渔,则一生受用无穷。这也是我们编写这套书的宗旨。作为龙门书局品牌教辅的《龙门专题》,有以下几个特点:

1. *以“专”为先*　本套书共计112种,你尽可以根据自己的需要从中选择最实用、最可获益的几种。因为每一种都是对某一个专题由浅入深、由表及里的诠释,读过一本后,可以说对这个专题的知识就能够完全把握了。

2. *讲解细致完备* 由于本套书是就某一专题进行集中、全面的剖析，对知识点的讲解自然更细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识，能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小，更易于理解和记忆。

3. *省时增效* 由于“专题”内容集中，每一本书字数相对较少，学生可以有针对性地选择，以实现在较短时间里对某一整块知识学透、练透的愿望。

4. *局限性小* 与教材“同步”与“不同步”相结合。“同步”是指教材中涉及的知识点本套书都涉及，并分别自成一册；“不同步”是指本套书不一定完全按教材的章节顺序编排，而是把一个知识块作为一个体系来加以归纳。如归纳高中立体几何中的知识为四个方面、六个问题，即“点、线、面、体”和“平行、垂直、成角、距离、面积、体积”。让学生真正掌握各个知识点间的相互联系，从而自然地连点成线，从“专题”中体味“万变不离其宗”的含义，以减小其随教材变动的局限性。

5. *主次分明* 每种书的前面都列出了本部分内容近几年在高考中所占分数的比例，使学生能够根据自己的情况，权衡轻重，提高效率。

本套书的另一特点是充分体现“减负”的精神。“减负”的根本目的在于培养新一代有知识又有能力的复合型人才，它是实施素质教育的重要环节。就各科教学而言，只有提高教学质量，提高效率，才能真正达到减轻学生负担的目的。而本套书中每本书重点突出，讲、练到位，对于提高学生对某一专题学习的相对效率，大有裨益。这也是本书刻意追求的重点。

鉴于本书立意的新颖，编写难度很大，又受作者水平所限，书中难免有疏漏之处，敬请不吝指正。

编　者

2005年8月

编者的话

《龙门专题·高中数学》在面世两年多的时间里，以其传承经典、创新脱俗的写作风格，赢得了广大读者的一致称道。策划、作者、编辑、版务于其中呕心沥血、殚精竭虑，使得每一次修订后的《龙门专题·高中数学》年年更上新台阶。

本次《龙门专题·高中数学》修订版有以下特点：

一、知识讲解有广度有深度

"知识点精析与应用"栏目，覆盖了本阶段的全部内容，循序渐进，深入浅出，除了基本的讲解之外，还校正了一些思维上的偏差，有广度，有深度。

二、题目搭配有梯度有难度

书中例题与习题的选取，瞄准高考，从易到难，使潜心研读的读者能一步跃上一个台阶；同时本书又为学有余力的读者配置了一定数量的难题，尤其是创新脱俗的开放性试题。此外，本书配备例题、习题时，注意到联系已经学过的内容，使之形成上下贯通、前后衔接、左右协调、立体交叉的优良格局。

三、视野拓展有高度有尺度

"视野拓展"栏目，旨在学习方法、思维形式、解答策略等方面的拓展，对许多知识点实施了引入、扩充、推广，在力求高度的同时，又把握一定的尺度，使之既超过了高考试题的难度，又不偏离高考方向。

四、高考探索有精度有力度

"高考探索"栏目收集了最新的高考试题，一年一更新。作者精辟分析了试题产生的背景、形成过程乃至发展，并附高考探索训练题、精度高、力度大。近几年高考试题与书中例题、习题相似、相同的不乏其例，足见使用《龙门专题·高中数学》复习高考的广阔前景。

由于水平所限，书中还有缺点和不足，敬请广大读者批评指正。

编　者

2005年8月

目　录

第一篇　基础篇

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的学科，简单地说是研究“数”和“形”的学科．三角函数是初等数学的一个分支．

三角函数的本质是研究任意角的集合与一个比值的集合的变量之间的对应关系．

三角函数研究的主要问题是：

(1)以六个三角函数为知识载体，研究“同角不同名，同名不同角，不同名不同角”的三角函数的运算规律，集中地体现在三角函数公式上．

(2)通过三角函数的解析式、图象，研究三角函数的性质．

三角函数的个性，其显著标志是周期性、有界性．

本书知识框图

- 三角函数
  - 任意角的三角函数
    - 任意角和弧度制
    - 任意角的三角函数
    - 同角三角函数的基本关系式
    - 三角函数的诱导公式
    - 已知三角函数值求角
  - 三角函数的图象与性质
    - 三角函数的图象与性质
    - 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象
  - 两角和与差的正弦、余弦和正切公式
    - 两角和与差的正弦、余弦和正切公式
    - 倍角与半角的三角函数
    - 三角函数的积化和差与和差化积
    - 解斜三角形
  - 反三角函数和简单三角方程简介
    - 反三角函数
    - 简单三角方程
  - 三角函数的应用
    - 三角函数的理论应用
    - 三角函数的实际应用

第一讲　任意角的三角函数

本讲知识框图

- 任意角的三角函数
  - 任意角和弧度制
    - 任意角
    - 弧度制
  - 任意角的三角函数
    - 任意角的三角函数的定义
    - 各三角函数值在每个象限的符号
    - 特殊角的三角函数值
  - 同角三角函数的基本关系式
    - 同角三角函数的基本关系式
    - 三角函数的三类基本题型
  - 三角函数的诱导公式
    - 三角函数的诱导公式
    - 求任意角的三角函数值的一般步骤
  - 已知三角函数值求角
    - 已知三角函数值求角的一般步骤

1.1　任意角和弧度制

重点难点归纳

重点　①终边相同的角的集合的表示形式. ②轴线角和象限角的集合的表示形式. ③度数与弧度数的换算 $\pi = 180°$.

难点　①对"弧度"和"弧度制"的理解. ②对用"度"表示的角的集合与实数集 **R** 之间的一一对应关系的理解.

本节需掌握的知识点　①终边相同的角的集合的表示形式. ②度数与弧度数的

换算 $\pi=180°$.

知识点精析与应用

【知识点精析】

1. 任意角

(1)任意角的形成:角可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的.射线的端点叫做角的顶点,旋转开始时的射线叫做角的始边,终止时的射线叫做角的终边.

(2)正角、负角和零角:按逆时针方向旋转所形成的角叫做正角.按顺时针方向旋转所形成的角叫做负角.当射线没有作任何旋转时,形成的角叫做零角.

(3)象限角:角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合,角的终边落在第几象限,就称这个角为第几象限的角.角的终边在坐标轴上,就认为这个角不属于任何象限.第一、二、三、四象限的角的集合依次是 $\left\{x\left|2k\pi<x<2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,$\left\{x\left|2k\pi+\frac{\pi}{2}<x<2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,$\left\{x\left|2k\pi+\pi<x<2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,$\left\{x\left|2k\pi-\frac{\pi}{2}<x<2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.

(4)终边相同的角:所有与 α 角终边相同的角,连同 α 角在内(而且只有这样的角)可以用式子 $k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}$ 来表示,它们互称终边相同的角.与 α 角终边相同的角的集合可记做:$\{\beta\mid\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$,或$\{\beta\mid\beta=2k\pi+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$.

(5)轴线角:角的终边在坐标轴上的角称为轴线角.终边在 x 轴上,x 轴的非负半轴上,x 轴的非正半轴上的角的集合依次是$\{x\mid x=k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$,$\{x\mid x=2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$,$\{x\mid x=(2k+1)\pi,k\in\mathbf{Z}\}$;

终边在 y 轴上,y 轴的非负半轴上,y 轴的非正半轴上的角的集合依次是 $\left\{x\left|x=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,$\left\{x\left|x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,$\left\{x\left|x=2k\pi-\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.

你能写出终边在坐标轴上的角的集合吗?见例 3

2. 弧度制

(1)1 弧度的角:等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做一弧度的角.

(2)角的弧度数的顺序性:正角的弧度数为正数,负角的弧度数为负数,零角的弧度数为零.

(3)公式 $|\alpha|=\frac{l}{R}$:任一已知角 α 的弧度数的绝对值 $|\alpha|=\frac{l}{R}$,其中 l 为以角 α 作为圆心角时所对圆弧的长,R 为圆的半径.

联系度数、弧度数、实数三者的"桥梁"

(4)度数与弧度数的换算:$180^\circ=\pi$弧度.

$1^\circ=\frac{\pi}{180}$弧度$\approx0.017\ 45$弧度;1弧度$=\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ\approx57.30^\circ=57^\circ18'$.

3. 需要注意的几个问题

(1)角的集合表示形式不是唯一的.如,终边在y轴的非正半轴上的角的集合可用如下两种形式来表示:$\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi-\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

(2)终边相同的角不一定相等,相等的角一定终边相同.

(3)讨论三角函数问题,在同一个式子中两种制度(角度制,弧度制)不能混用.如,与30°角终边相同的角的集合不能表示为$\{x\mid x=2k\pi+30^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$,正确的表示方法是$\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$,或$\{x\mid x=k\cdot360^\circ+30^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

(4)公式$|\alpha|=\frac{l}{R}$中,左边是α的绝对值,不要误用为"$\alpha=\frac{l}{R}$".

【解题方法指导】

关于角的概念和弧度制问题的类型题主要有以下四类:①把任意角化成$k\cdot360^\circ+\alpha(0^\circ\leqslant\alpha<360^\circ)$的形式;②在给定的角的集合中,找出终边位于指定区间的一切角;③度数与弧度数的互化;④公式$|\alpha|=\frac{l}{R}$的应用.

1. 角的概念问题

[例1] 若角α、β的终边相同,则$\alpha-\beta$的终边在 ( )

A. x轴的非负半轴上　　B. y轴的非负半轴上

C. x轴的非正半轴上　　D. y轴的非正半轴上

分析 根据终边相同的角的形式,先写出α与β的关系式,然后就关系式进行讨论.

解 ∵角α,β的终边相同,

$\therefore\alpha=2k\pi+\beta\ (k\in\mathbf{Z})$,

$\therefore\alpha-\beta=2k\pi\ (k\in\mathbf{Z})$,

这时,把$\alpha-\beta$当作一个角去看待

$\therefore\alpha-\beta$的终边在x轴的非负半轴上.

选A.

[例2] 已知角α为第一象限的角,确定角$\frac{\alpha}{2}$所在的象限,并画出其变化区域.

解 角α的一般形式为$2k\pi<\alpha<2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$.

两边同时除以2,得

$$k\pi<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z}).$$

分类讨论

(1)当 k 为奇数时,设 $k=2m+1\ (m\in\mathbf{Z})$,则

$$(2m+1)\pi<\frac{\alpha}{2}<(2m+1)\pi+\frac{\pi}{4}(m\in\mathbf{Z}),$$

此时角$\frac{\alpha}{2}$是第三象限的角;

(2)当 k 为偶数时,设 $k=2m\ (m\in\mathbf{Z})$,则

$$2m\pi<\frac{\alpha}{2}<2m\pi+\frac{\pi}{4}(m\in\mathbf{Z}),$$

此时角$\frac{\alpha}{2}$是第一象限的角.

综上,角$\frac{\alpha}{2}$是第一象限或第三象限的角.

其变化区域如图 1-1 中阴影部分,这样的区域称为第一、三象限的前半区域.

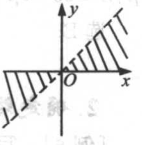


图 1-1

点评 (1)本题结论有记忆价值.类似地:①当 α 为第二象限的角时,$\frac{\alpha}{2}$在第一、三象限的后半区域;②当 α 为第三象限的角时,$\frac{\alpha}{2}$在第二、四象限的前半区域;③当 α 为第四象限的角时,$\frac{\alpha}{2}$在第二、四象限的后半区域.(2)已知 α 角是第一象限的角(或其他象限的角),问$\frac{\alpha}{3}$的终边的位置?应就式子$\frac{2k\pi}{3}<\frac{\alpha}{3}<\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$讨论 k 的取值,确定$\frac{\alpha}{3}$终边的位置,其他情况类似.

[例 3] 终边与坐标轴重合的角 θ 的集合是 ( )

A. $\{\theta\mid\theta=2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$ B. $\{\theta\mid\theta=k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\left\{\theta\,\middle|\,\theta=\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$ D. $\left\{\theta\,\middle|\,\theta=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$

分析 A、B、D 依次是终边在 x 轴的非负半轴上、x 轴上、y 轴上的角的集合.对 $\theta=\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$分类讨论如下:

当 k 是偶数时,设 $k=2m\ (m\in\mathbf{Z})$,则 $\theta=m\pi$;

当 k 是奇数时,设 $k=2m+1\ (m\in\mathbf{Z})$,则 $\theta=m\pi+\frac{\pi}{2}$.

综上,C是B与D的并集.

解 终边与 x 轴重合的角 θ 的集合是$\{\theta\mid\theta=k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$,终边与 y 轴重合的角 θ 的集合是$\left\{\theta\,\middle|\,\theta=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,从而终边与坐标轴重合的角 θ 的集合

是$\left\{\theta \middle| \theta=\dfrac{k\pi}{2},k\in \mathbf{Z}\right\}$.

选 C.

记住本题的结论,这是终边落在 x 轴、y 轴上的角的集合的统一写法

[例 4] 下面四个命题中正确的是 ( )

A. 第一象限的角必是锐角　　B. 锐角必是第一象限的角

C. 终边相同的角必相等　　D. 第二象限的角必大于第一象限的角

解 361°的角是第一象限的角,但它不是锐角,所以 A 错;1°和 361°的角终边相同,但它们不相等,所以 C 错;91°的角是第二象限的角,361°的角是第一象限的角,但 91°<361°,所以 D 错.

最后看 B,锐角 α 满足 $0°<\alpha<90°$,α 属于第一象限的角的集合 $\{\beta \mid k\cdot 360°<\beta<k\cdot 360°+90°,k\in \mathbf{Z}\}$($k=0$ 的情况).

选 B.

学习本题,能澄清一些模糊概念

2. 确定终边位于指定区间的角问题

[例 5] 写出在 −720°到 720°之间与 −1 050°的角终边相同的角的度数.

分析 首先写出与 −1 050°的角终边相同的角的一般形式 $k\cdot 360°+(-1\ 050°)(k\in \mathbf{Z})$,然后讨论 k 的值,使 $k\cdot 360°+(-1\ 050°)$ 在 −720°到 720°之间.

解 和 −1 050°的角终边相同的所有的角可表示为

$$k\cdot 360°+(-1\ 050°)(k\in \mathbf{Z}).$$

角的一般形式

依题意,得

$$-720°<k\cdot 360°-1\ 050°<720°.$$

适合条件的角

解得 $\dfrac{11}{12}<k<4\dfrac{11}{12}$,

$\therefore$ $k=1,2,3,4.$

不等式的整数解

所求的角的度数为 $1\times 360°-1\ 050°=-690°$,$2\times 360°-1\ 050°=-330°$,$3\times 360°-1\ 050°=30°$,$4\times 360°-1\ 050°=390°$.

3. 度数与弧度数的互化问题

[例 6] 填写下表:

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
弧度																			

解 填写如下：

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°	150°
弧度	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$

角度	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
弧度	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π	

4. 公式 $|\alpha|=\frac{l}{R}$ 的应用问题

[例 7] 已知扇形的周长为 20cm，问扇形的圆心角 α 为何值时扇形的面积 S 最大，并求出 S 的最大值.

分析 本题运用扇形面积公式 $S=\frac{1}{2}lR$ 及 l 与 R 的关系式，写出 S 用 R 表示的式子，然后就式子讨论 S 的最大值以及这时的 α 值.

解 设扇形的半径为 Rcm，依题意，有

$$l=20-2R,\ S=\frac{1}{2}lR,$$

由上面的两个式子，得 $S=\frac{1}{2}(20-2R)R$，

即 $S=-(R-5)^2+25$. 这时 R 是自变量，S 是 R 的二次函数

由上式知，当 $R=5$cm 时，S 有最大值 25cm^2，此时 $l=10$cm，$|\alpha|=\frac{l}{R}=\frac{10}{5}=2$，$\alpha=\pm 2$（负值舍）.

综上，当 $\alpha=2$ 时，扇形的面积 S 最大，且最大值为 25cm^2.

[例 8] 一个扇形 $\overset{\frown}{OAB}$ 的面积是 1cm^2，它的周长是 4cm，求圆心角的弧度数和弦长 $|AB|$.

解 设扇形的半径为 r，圆心角为 α.

由已知条件，得 $\begin{cases}\frac{1}{2}\alpha r^2=1,\\ 2r+\alpha r=4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}\alpha=2,\\ r=1,\end{cases}$

$\therefore$ $|AB|=2\sin 1(\text{cm})$. sin1 是正实数

$\therefore$ 圆心角的弧度数为 2，弦长 $|AB|$ 为 $2\sin 1(\text{cm})$.

8

【基础训练题】

1. 写出与 $-415°$ 终边相同的角的集合，并把集合中在 $0°\sim360°$ 间的角写出来.

2. 把 1 230°，$-3\ 290°$ 写成 $k\cdot360°+\alpha$（其中 $0°\leqslant\alpha<360°$，$k\in\mathbf{Z}$）的形式，并确定它们所在的象限.

3. 有小于 2π 的正角，这个角的 5 倍角的终边与该角的终边重合，求这个角.

4. α 是第三象限角，问 $-\alpha$ 的终边在第几象限.

5. α 是第三象限角，问 2α 的终边在第几象限.

6. $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，$\beta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，求 $\alpha+\beta$ 与 $\alpha-\beta$ 的范围.

7. 设 θ 角的终边与 168°角的终边相同，在 $0°\sim360°$ 范围内，求终边与 $\frac{\theta}{3}$ 角的终边相同的角.

8. 自行车大链轮有 48 齿，小链轮有 20 齿，当大链轮转过一周时，小链轮转过的角度是多少，合多少弧度.

9. 将下列各角化成 $2k\pi+\alpha$（$k\in\mathbf{Z}$，$0\leqslant\alpha<2\pi$）的形式，并确定其所在的象限
(1) $\frac{19\pi}{6}$；(2) $-\frac{31}{6}\pi$.

10. 已知扇形的周长为 6cm，面积为 2cm^2，求扇形圆心角的弧度数.

【答案与提示】

1. 305°（与 $-415°$ 的角终边相同的角的集合是 $\{\beta\mid\beta=k\cdot360°-415°,k\in\mathbf{Z}\}$，令 $0°\leqslant k\cdot360°-415°<360°$，解得 $k=2$（k 取整数），当 $k=2$ 时，$\beta=2\times360°-415°=305°$.）

2. $\because$ $1\ 230\div360=3$ 余 150，$\therefore$ $1\ 230°=3\times360°+150°$ 是第二象限角. $\because$ $-3\ 290\div360=-10$ 余 310，$\therefore$ $-3\ 290°=-10\times360°+310°$ 是第四象限角.

3. 设这个角为 α，则 $5\alpha=2k\pi+\alpha$，$k\in\mathbf{Z}$，因此 $\alpha=\frac{1}{2}k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，又 $\because$ $\alpha\in(0,2\pi)$，$\therefore$ 令 $k=1,2,3$，得 $\alpha=\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3}{2}\pi$.

4. $\because$ α 是第三象限角，$\therefore$ $2k\pi+\pi<\alpha<2k\pi+\frac{3\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$），$-2k\pi-\frac{3\pi}{2}<-\alpha<-2k\pi-\pi$（$k\in\mathbf{Z}$），$\therefore$ $-\alpha$ 是第二象限角.

5. $\because$ α 是第三象限角，$\therefore$ $2k\pi+\pi<\alpha<2k\pi+\frac{3\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$），$\therefore$ $4k\pi+2\pi<2\alpha<4k\pi+3\pi$，即 $2(2k+1)\pi<2\alpha<2(2k+1)\pi+\pi$（$k\in\mathbf{Z}$），$\therefore$ 2α 的终边在第一、第二象限或 y 轴的正半轴上.

6. $\because$ $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{\pi}{2}$，$\therefore$ $-\frac{\pi}{2}<-\beta<\frac{\pi}{2}$，$\therefore$ $\alpha+\beta$，$\alpha-\beta\in(-\pi,\pi)$.

7. $\because \theta = k\cdot 360° + 168°(k\in \mathbf{Z})$，$\therefore \dfrac{\theta}{3} = k\cdot 120° + 56°(k\in \mathbf{Z})$，依题意 $0\leqslant k\cdot 120° + 56° < 360°$，$\therefore k = 0,1,2$，即在 $0°\sim 360°$范围内，$\dfrac{\theta}{3} = 56°,176°,296°$.

8. 因为当大链轮转过一周时，转过了 48 个齿，小链轮同时也转过了 48 个齿. $\therefore \dfrac{48}{20} = 2.4$(周)，所以小链轮转过的角度是 $360°\times 2.4 = 864°$，$\dfrac{\pi}{180}\times 864 = \dfrac{24\pi}{5}$.

9. (1) $\because \dfrac{19\pi}{6} = 2\pi + \dfrac{7\pi}{6}$，所以$\dfrac{19\pi}{6}$与$\dfrac{7\pi}{6}$的终边相同，而$\dfrac{7\pi}{6}$是第三象限的角，$\therefore \dfrac{19\pi}{6}$是第三象限的角. (2) $\because -\dfrac{31}{6}\pi = -6\pi + \dfrac{5\pi}{6}$，$-\dfrac{31}{6}\pi$与$\dfrac{5\pi}{6}$的终边相同，$\therefore$它是第二象限的角.

10. 设扇形的圆心角为 $\alpha\ (0<\alpha<2\pi)$，弧长为 l，半径为 r，则$\begin{cases} l+2r=6\cdots①, \\ \dfrac{1}{2}lr=2\ \cdots②. \end{cases}$由①得 $l=6-2r$，代入②得 $r^2-3r+2=0$，$\therefore r=1$，或 $r=2$. 当 $r=1$ 时，$l=4$，$\alpha=\dfrac{l}{r}=4$ 弧度；当$r=2$ 时，$l=2$，$\alpha=\dfrac{l}{r}=1$ 弧度.

视野拓展

【释疑解难】

1. 用“度”表示的角的集合与实数集 R 之间的一一对应关系是怎样建立的？

(1)用弧度制来度量角，实际上是在角的集合与实数集 R 之间建立了这样的一一对应关系：每一个角都有唯一的一个实数(即这个角的弧度数)与它对应；反过来，每一个实数也都有唯一的一个角(角的弧度数等于这个实数)与它对应.

(2)通过“$\pi=180°$”建立了以“度”为度量单位的角的集合与以“弧度”为度量单位的角的集合之间的一一对应关系.

(1)和(2)即为用“度”表示的角的集合与实数集 R 之间的一一对应关系，对应法则为

$$x° \Longleftrightarrow y=\frac{\pi}{180}\cdot x \text{ 弧度} \Longleftrightarrow y(\text{实数}).$$

如，$30° \Longleftrightarrow y=\dfrac{\pi}{180}\cdot 30$ 弧度 $=\dfrac{\pi}{6}$弧度$\Longleftrightarrow \dfrac{\pi}{6}$(实数)，进而 $30°=\dfrac{\pi}{6}$.

学习用“度”表示的角的集合与实数集 R 之间的一一对应关系，才能深刻理解角可以用数轴上的点来表示的内涵，从而实现从在圆上度量角到在直线上度量角、由“曲”到“直”的认识上的飞跃，对学习好三角函数的图象和性质，无疑是