

可下载教学资料

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



高等学校教材  
计算机科学与技术

# 算法设计与分析

吕国英 主编  
任瑞征 钱宇华 参编

清华大学出版社



高等学校教材  
计算机科学与技术

# 算法设计与分析

吕国英 主编  
任瑞征 钱宇华 参编

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书内容遵循《中国计算机科学与技术学科教程 2002》(“China Computing Curricula 2002”, 简称“CCC2002”)的知识体系,介绍了算法及其设计、分析的基础知识,并通过大量例题,讲解了枚举法、递推法、分治法、贪婪算法、动态规划及与图搜索有关的算法策略。除此之外,还对算法设计基本工具的使用和算法设计中的技巧做了讲解,这些是算法设计的重要基础。最后通过例题进行了算法设计的实践。算法用类 C 语言描述,摒弃了 C 语言独有的符号,用接近自然语言(英语)的符号,可读性强,适合于不同程序设计语言背景的读者学习。

本书可以作为高等院校计算机及其相关专业高年级本科生和研究生算法设计课程的教材,也可作为计算机工作者、广大程序设计爱好者和信息学爱好者的参考书。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

### 图书在版编目(CIP)数据

算法设计与分析/吕国英主编. —北京:清华大学出版社,2006.3

(高等学校教材·计算机科学与技术)

ISBN 7-302-12437-X

I. 算… II. 吕… III. ①电子计算机—算法设计—高等学校—教材 ②电子计算机—算法分析—高等学校—教材 IV. TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 005681 号

出版者:清华大学出版社 地址:北京清华大学学研大厦  
http://www.tup.com.cn 邮 编:100084  
社总机:010-62770175 客户服务:010-62776969

组稿编辑:丁 玲

文稿编辑:王冰飞

印装者:三河市春园印刷有限公司

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×260 印张:18.25 字数:432 千字

版 次:2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-302-12437-X/TP·7976

印 数:1~4000

定 价:25.00 元

## 编审委员会成员

(按地区排序)

清华大学	周立柱	教授
	覃 征	教授
	王建民	教授
	刘 强	副教授
	冯建华	副教授
北京大学	杨冬青	教授
	陈 钟	教授
	陈立军	副教授
北京航空航天大学	马殿富	教授
	吴超英	副教授
	姚淑珍	教授
中国人民大学	王 珊	教授
	孟小峰	教授
	陈 红	教授
北京师范大学	周明全	教授
北京交通大学	阮秋琦	教授
北京信息工程学院	孟庆昌	教授
北京科技大学	杨炳儒	教授
石油大学	陈 明	教授
天津大学	艾德才	教授
复旦大学	吴立德	教授
	吴百锋	教授
	杨卫东	副教授
华东理工大学	邵志清	教授
华东师范大学	杨宗源	教授
	应吉康	教授
东华大学	乐嘉锦	教授
上海第二工业大学	蒋川群	教授
浙江大学	吴朝晖	教授
	李善平	教授
南京大学	骆 斌	教授
南京航空航天大学	秦小麟	教授
南京理工大学	张功萱	教授

南京邮电学院	朱秀昌	教授
苏州大学	龚声蓉	教授
江苏大学	宋余庆	教授
武汉大学	何炎祥	教授
华中科技大学	刘乐善	教授
中南财经政法大学	刘腾红	教授
华中师范大学	王林平	副教授
	魏开平	教授
武汉理工大学	李中年	教授
国防科技大学	赵克佳	教授
	肖 侬	副教授
中南大学	陈松乔	教授
湖南大学	林亚平	教授
	邹北骥	教授
西安交通大学	沈钧毅	教授
	齐 勇	教授
西北大学	周明全	教授
长安大学	巨永峰	教授
西安石油学院	方 明	教授
西安邮电学院	陈莉君	副教授
哈尔滨工业大学	郭茂祖	教授
吉林大学	徐一平	教授
	毕 强	教授
长春工程学院	沙胜贤	教授
山东大学	孟祥旭	教授
	郝兴伟	教授
山东科技大学	郑永果	教授
中山大学	潘小姦	教授
厦门大学	冯少荣	教授
福州大学	林世平	副教授
云南大学	刘惟一	教授
重庆邮电学院	王国胤	教授
西南交通大学	杨 燕	副教授

改革开放以来,特别是党的十五大以来,我国教育事业取得了举世瞩目的辉煌成就,高等教育实现了历史性的跨越,已由精英教育阶段进入国际公认的大众化教育阶段。在质量不断提高的基础上,高等教育规模取得如此快速的发展,创造了世界教育发展史上的奇迹。当前,教育工作既面临着千载难逢的良好机遇,同时也面临着前所未有的严峻挑战。社会不断增长的高等教育需求同教育供给特别是优质教育供给不足的矛盾,是现阶段教育发展面临的基本矛盾。

教育部一直十分重视高等教育质量工作。2001年8月,教育部下发了《关于加强高等学校本科教学工作,提高教学质量的若干意见》,提出了十二条加强本科教学工作提高教学质量的措施和意见。2003年6月和2004年2月,教育部分别下发了《关于启动高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作的通知》和《教育部实施精品课程建设提高高校教学质量和人才培养质量》文件,指出“高等学校教学质量和教学改革工程”是教育部正在制定的《2003—2007年教育振兴行动计划》的重要组成部分,精品课程建设是“质量工程”的重要内容之一。教育部计划用五年时间(2003—2007年)建设1500门国家级精品课程,利用现代化的教育信息技术手段将精品课程的相关内容上网并免费开放,以实现优质教学资源共享,提高高等学校教学质量和人才培养质量。

为了深入贯彻落实教育部《关于加强高等学校本科教学工作,提高教学质量的若干意见》精神,紧密配合教育部已经启动的“高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作”,在有关专家、教授的倡议和有关部门的大力支持下,我们组织并成立了“清华大学出版社教材编审委员会”(以下简称“编委会”),旨在配合教育部制定精品课程教材的出版规划,讨论并实施精品课程教材的编写与出版工作。“编委会”成员皆来自全国各类高等学校教学与科研第一线的骨干教师,其中许多教师为各校相关院、系主管教学的院长或系主任。

按照教育部的要求,“编委会”一致认为,精品课程的建设工作从开始就要坚持高标准、严要求,处于一个比较高的起点上;精品课程教材应该能够反映各高校教学改革与课程建设的需要,要有特色风格、有创新性(新体系、新内容、新手段、新思路,教材的内容体系有较高的科学创新、技术创新和理念创新的含量)、先进性(对原有的学科体系有实质性的改革和发展、顺应并符合新世纪教学发展的规律、代表并引领课程发展的趋势和方向)、示范性(教材所体现的课程体系具有较广泛的辐射性和示范性)和一定的前瞻

性。教材由个人申报或各校推荐(通过所在高校的“编委会”成员推荐),经“编委会”认真评审,最后由清华大学出版社审定出版。

目前,针对计算机类和电子信息类相关专业成立了两个“编委会”,即“清华大学出版社计算机教材编审委员会”和“清华大学出版社电子信息教材编审委员会”。首批推出的特色精品教材包括:

(1) 高等学校教材·计算机应用——高等学校各类专业,特别是非计算机专业的计算机应用类教材。

(2) 高等学校教材·计算机科学与技术——高等学校计算机相关专业的教材。

(3) 高等学校教材·电子信息——高等学校电子信息相关专业的教材。

(4) 高等学校教材·软件工程——高等学校软件工程相关专业的教材。

(5) 高等学校教材·信息管理与信息系统。

清华大学出版社经过近 20 年的努力,在教材尤其是计算机和电子信息类专业教材出版方面树立了权威品牌,为我国的高等教育事业做出了重要贡献。清华版教材经过 20 多年的精雕细刻,形成了技术准确、内容严谨的独特风格,这种风格将延续并反映在特色精品教材的建设中。

**清华大学出版社教材编审委员会**  
**E-mail: dingl@tup.tsinghua.edu.cn**



进入 21 世纪,各国高科技发展突飞猛进,对教育资源、人才资源的争夺也日益激烈。计算机软件开发更是处在核心竞争地位。培养应用型软件开发人才成为提高一个国家科技实力的重要步骤。我国 973 信息技术与高性能软件基础规划项目首席科学家顾钧教授和中国工程院院士李国杰教授指出:“我国的软件开发要算法先行,这样才能推动软件技术的研究与开发,提高我国企业软件产品的技术竞争力和市场竞争力。”

算法设计与分析是一门理论性与实践性相结合的课程,是计算机科学与计算机应用专业的核心课程。学习算法设计可以在分析解决问题的过程中,培养学生的抽象思维和缜密概括的能力,提高学生的软件开发设计能力。

本书共包含四篇:

第一篇“引入篇”,共两章。从认识算法开始,介绍问题求解的步骤及算法在其中的重要地位,讲解算法效率分析的基本方法,对当前常用的算法软件进行简要概述(即为带“\*”号的 1.3 节,此节可作为选修)。

第二篇“基础篇”,对算法的重复操作机制——循环和递归的设计要点、算法中数据结构的选择和提高算法效率的基本技巧做了讲解,这些都是算法设计的重要基础。

第三篇“核心篇”,共两章。主要介绍了几种常用的算法策略,如枚举法、递推法、分治法、贪婪算法、动态规划及与图搜索有关的算法策略,并对算法策略进行了总结比较。

第四篇“应用篇”,它是以问题为节,每节中针对同一问题采用不同的数学模型、不同数据结构或不同的算法策略进行算法设计,并进行效率分析。这部分内容是对算法设计学习的实践。

本书着重从分析问题开始,进行算法设计和算法分析。这样做有利于培养学生“设计”算法的能力,而不是“记忆”算法的能力。并力争浅显易懂地讲解较深奥的算法设计和算法分析方法。

本书的主要特点有:

## 1. 重应用

现有的一些算法设计教材,适用于纯算法研究方向研究生的学习和研究工作,讲解重理论。本教材则侧重对有算法设计应用需求的研究生和本科生的教学,以算法设计的基本策略、步骤、技巧及应用为重点。突出算法设计的思想,总结了不同问题在同一



策略下的应用差别,并进行了归类讲解。

## 2. 重能力

在学习算法设计中,学生一般较容易理解已写好的算法,但面对问题进行算法设计往往就感到比较难。为了改变这种现象,本书中每个例题要经过问题分析、数学建模、数据结构设计后,才给出算法设计和算法分析。这样能使学生对算法“知其然,也知其所以然”,从而较好地提高学生分析问题和设计算法的能力。

## 3. 重基础

第二篇“基础篇”,在程序设计与算法设计之间起承上启下的作用。对问题求解的基本方法、算法基本要素的使用及提高算法效率的基本技巧做了介绍,相信这些内容会给学生较大的帮助。

## 4. 重兴趣培养

第一篇中对现代算法的概览旨在扩大学生的知识面,让学生明白只有打好算法设计的基础才能开发出解决现实问题的算法。同时还可以增强读者对算法设计学习的兴趣。

## 5. 重实践

为了更好地实践前几章学习的知识,本书第四篇中以问题为节,每节针对同一问题,采用不同的数学模型、不同的数据结构或不同的算法策略进行算法设计。从而扩展学生解决问题的思路,学会灵活运用算法知识,而不是硬性地套用算法策略。同时,也可以通过对多种算法设计的分析、比较,认识算法的优劣。

在学习算法设计的过程中,有的读者一定会感到所学的内容和大多例题都离现实问题较远,似乎用途不大。这是因为现实中的实际问题往往较复杂,需要具备算法设计、软件工程等综合能力。所以,只能通过一些简单、抽象的例子,对基础的算法策略进行讲解。待打好算法设计基础且有足够的知识储备后,才能去解决实际问题。

随着信息化时代的到来,计算机开发平台日新月异,计算机的应用也不断拓展到了各个领域;各类算法和技巧层出不穷,本书只能是管中窥豹。若能达到本书的初衷——使读者能掌握到算法设计的基本方法和技巧,打好软件开发的基础,就深感满意了。

虽然力争精确,但由于作者水平有限,书中不当之处敬请专家和读者指正。

作者

2005年10月

## 第一篇 引 人 篇

<b>第 1 章 算法概述</b> .....	3
1.1 用计算机求解问题与算法 .....	3
1.1.1 用计算机求解问题的步骤 .....	3
1.1.2 算法及其要素和特性 .....	5
1.1.3 算法设计及基本方法 .....	7
1.1.4 从算法到实现 .....	10
1.2 算法描述 .....	12
1.2.1 算法描述简介 .....	12
1.2.2 算法描述约定 .....	16
1.2.3 一个简单问题的求解过程 .....	18
1.3 现代常用算法概览* .....	20
1.3.1 压缩算法 .....	20
1.3.2 加密算法 .....	23
1.3.3 人工智能算法 .....	25
1.3.4 并行算法 .....	27
1.3.5 其他实用算法 .....	29
<b>第 2 章 算法分析基础</b> .....	34
2.1 算法分析体系及计量 .....	34
2.1.1 算法分析的评价体系 .....	34
2.1.2 算法的时间复杂性 .....	35
2.1.3 算法的空间复杂性 .....	38
2.1.4 NP 完全性问题 .....	39
2.2 算法分析实例 .....	40
2.2.1 非递归算法分析 .....	40
2.2.2 递归算法分析 .....	42

2.2.3 提高算法质量 .....	45
--------------------	----

## 第二篇 基础篇

<b>第3章 算法基本工具和优化技巧 .....</b>	<b>49</b>
3.1 循环与递归 .....	49
3.1.1 循环设计要点 .....	50
3.1.2 递归设计要点 .....	55
3.1.3 循环与递归的比较 .....	58
3.2 算法与数据结构 .....	63
3.2.1 原始信息与处理结果的对应存储 .....	65
3.2.2 数组使信息有序化 .....	69
3.2.3 数组记录状态信息 .....	72
3.2.4 大整数存储及运算 .....	74
3.2.5 构造趣味矩阵 .....	76
3.3 优化算法的基本技巧 .....	82
3.3.1 算术运算的妙用 .....	82
3.3.2 标志量的妙用 .....	85
3.3.3 信息数字化 .....	90
3.4 优化算法的数学模型 .....	97
3.4.1 杨辉三角形的应用 .....	99
3.4.2 最大公约数的应用 .....	100
3.4.3 公倍数的应用 .....	103
3.4.4 斐波那契数列的应用 .....	105
3.4.5 递推关系求解方程 .....	106
习题 .....	107

## 第三篇 核心篇

<b>第4章 基本的算法策略 .....</b>	<b>113</b>
4.1 迭代算法 .....	113
4.1.1 递推法 .....	114
4.1.2 倒推法 .....	116
4.1.3 迭代法解方程 .....	120
4.2 蛮力法 .....	122
4.2.1 枚举法 .....	123
4.2.2 其他范例 .....	125
4.3 分治算法 .....	128

4.3.1	分治算法框架 .....	128
4.3.2	二分法 .....	129
4.3.3	二分法变异 .....	135
4.3.4	其他分治方法 .....	140
4.4	贪婪算法 .....	143
4.4.1	可绝对贪婪问题 .....	144
4.4.2	相对或近似贪婪问题 .....	151
4.4.3	贪婪策略算法设计框架 .....	154
4.5	动态规划 .....	155
4.5.1	认识动态规划 .....	155
4.5.2	动态规划算法设计框架 .....	158
4.5.3	突出阶段性的动态规划应用 .....	160
4.5.4	突出递推的动态规划应用 .....	168
4.6	算法策略间的比较 .....	173
4.6.1	不同算法策略特点小结 .....	174
4.6.2	算法策略间的关联 .....	175
4.6.3	算法策略侧重的问题类型 .....	176
	习题 .....	177
<b>第 5 章</b>	<b>图的搜索算法 .....</b>	<b>180</b>
5.1	图搜索概述 .....	180
5.1.1	图及其术语 .....	180
5.1.2	图搜索及其术语 .....	184
5.2	广度优先搜索 .....	184
5.2.1	算法框架 .....	185
5.2.2	广度优先搜索的应用 .....	186
5.3	深度优先搜索 .....	190
5.3.1	算法框架 .....	190
5.3.2	深度优先搜索的应用 .....	191
5.4	回溯法 .....	198
5.4.1	认识回溯法 .....	199
5.4.2	回溯法算法框架 .....	203
5.4.3	应用 1——基本的回溯搜索 .....	205
5.4.4	应用 2——排列及排列树的回溯搜索 .....	209
5.4.5	应用 3——最优化问题的回溯搜索 .....	213
5.5	分支限界法 .....	216
5.5.1	分支搜索算法 .....	216
5.5.2	分支-限界搜索算法 .....	223
5.5.3	算法框架 .....	229

5.6 图的搜索算法小结 .....	230
习题 .....	231

## 第四篇 应用篇

<b>第6章 算法设计实践</b> .....	237
6.1 循环赛日程表 .....	237
6.2 求3个数的最小公倍数 .....	243
6.3 猴子选大王 .....	247
6.4 最大子段和问题 .....	251
6.5 背包问题 .....	256
6.5.1 与利润无关的背包问题 .....	256
6.5.2 与利润有关的背包问题 .....	260
<b>参考文献</b> .....	276

高等学校教材·计算机科学与技术



# 第一篇

## 引 入 篇

第 1 章 算法概述

第 2 章 算法分析基础





# 算法概述

## 1.1 用计算机求解问题与算法

与“计算机”和“解决问题”有关的一个概念是问题求解(Problem Solving),问题求解是个大课题,它涉及归约、推断、决策、规划、常识推理、定理证明和相关过程等核心概念。人工智能是这个课题下的一个分支,人工智能的第一个大成就是发展了能够求解难题的下棋(如国际象棋)程序。在下棋程序中应用的某些技术,发展成为搜索和问题归约这样的人工智能基本算法。今天的计算机程序能够下锦标赛水平的各种方盘棋,如五子棋和国际象棋等。有些软件甚至还能够用自动总结的经验来改善软件自身性能。由此可以理解“问题求解”的重点是要制造智能计算机模拟人的智能去进行问题求解,属于尖端科技。而一般计算机面对现实问题是无能为力的,需要人类对问题抽象化、形式化后才能去机械地执行,读者学习算法设计的重点就是把人类找到的求解问题的方法、步骤,以过程化、形式化、机械化的形式表示出来,以便让计算机执行(当然人工智能软件系统也离不开“算法设计”这个最基本的软件设计环节)。因此,本书就把学习的目标定为“用计算机求解问题”。

### 1.1.1 用计算机求解问题的步骤

人类在解决一个问题时,根据不同的经验、不同的环境会采用不同的方法,用计算机解决现实中的问题,同样也有很多不同的方法,但解决问题的基本步骤是相同的。下面给出用计算机求解问题的一般步骤。

#### 1. 问题分析

准确、完整地理解和描述问题是解决问题的第一步。要做到这一点,必须注意以下一些问题:在未经加工的原始表达中,所用的术语是否都有准确的定义?题目提供了哪些信息?这些信息有什么用?题目要求得到什么结果?题目中做了哪些假定?是否有潜在的信息?判定求解结果所需要的中间结果有哪些?等等。针对每个具体的问题,必须认真审查问题描述,理解问题的真实要求。

## 2. 数学模型建立

用计算机解决实际问题必须有合适的数学模型。对一个实际问题建立数学模型,可以考虑这样两个基本问题:最适合于此问题的数学模型是什么?是否有已经解决了的类似问题可以借鉴?

如果上述第二个问题的答复是肯定的,那么通过类似的问题的分析、比较和联想,可加速问题的解决。但上述第一个问题是更重要的。如何选择恰当的数学工具来表达已知的和要求的量,受多种因素影响:设计人员是否有足够的数学知识水平,已知的数学模型是否表达方便,计算是否简单,所要进行的操作种类的多少与功能的强弱等。同一问题可以用不同的数学工具建立不同的模型,因此要对不同的模型进行分析、比较,从中选出最有效的模型。然后根据选定的数学模型,对问题进行重新描述。

此时,应考虑下列一些问题:模型能否清楚地表示与问题有关的所有重要信息?模型中是否存在与所期望的结果相关的数学量?能否正确反映输入、输出的关系?用计算机实现该模型是否有困难?如能取得满意的回答,那么该数学模型可作为候选模型。

## 3. 算法设计与选择

算法设计是指设计求解某一特定类型问题的一系列步骤,并且这些步骤是可以通过计算机的基本操作来实现的。算法设计要同时结合数据结构的设计,简单地说,数据结构的设计就是选取存储方式,如确定问题中的信息是用数组存储还是用普通变量存储等(或数据结构课程中介绍的更多存储方式)。因为不同的数据结构的设计将导致算法的差异很大。算法的设计与模型的选择更是密切相关的,但同一模型仍然可以有不同的算法,而且它们的有效性可能有相当大的差距。选择方法和模型建立大致相同,首先考虑学过的方法是否可以借鉴,最适合于此问题的算法是什么。

## 4. 算法表示

对于复杂的问题,确定算法后可以通过图形准确表示算法。算法的表示方式很多,如算法流程图、盒图、PAD图和伪码(类似于程序设计语言)等。本书对简单的算法不进行图形表示。

## 5. 算法分析

算法分析有两个目的:首先是为了对算法的某些特定输入,估算该算法所需的内存空间和运行时间;其次是为了建立衡量算法优劣的标准,用以比较同一类问题的不同算法。通常将时间和空间的增长率作为衡量的标准。

## 6. 算法实现

求解某一特定类型问题的算法设计完成,并证明其正确性之后,就要根据算法编制计算机算法来实现它。在编制算法之前,还要选取存储类型,用来表达所用模型的各个方面。因此,根据选用的程序设计语言,要解决下列一些问题:有哪些变量,它们是什么类型?需要多少数组,规模有多大?用什么结构来组织数据?需要哪些子算法?等等。