



普通高等教育“十五”国家级规划教材

数

字逻辑

与数字系统设计

主 编 王永军 李景华
副主编 李景宏 赵丽红



高等教育出版社

普通高等教育“十五”国家级规划教材

数字逻辑与数字系统设计

主 编 王永军 李景华

副主编 李景宏 赵丽红

高等教育出版社

内容简介

本书是依照教育部电子信息与电气学科教学指导委员会 2004 年审定通过的“电子技术基础课程教学基本要求”和 CC2004 教学大纲要求, 考虑到电子技术课程的发展而编写的。

本书在讲清基本概念、基本原理的基础上, 突出了分析方法和设计方法。在介绍传统分析、设计方法的同时, 较为详细地介绍了目前在电路设计中较为流行的硬件描述语言 VHDL。并配有典型、实用的例题, 这些例题都是作者从多年科研和教学实践经验中提炼出来的, 目的是为读者学习、应用这些器件设计开发数字系统打下基础。

本书内容包括: 数字逻辑基础、逻辑门电路、组合逻辑电路、时序逻辑电路、半导体存储器与可编程逻辑器件、脉冲波形的产生与整形、数/模和模/数转换、数字系统分析与设计。

本书可作为计算机类、电子类、自动化类等有关专业的教材或教学参考书, 也可供有关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

数字逻辑与数字系统设计 / 王永军, 李景华主编.

— 北京: 高等教育出版社, 2006.1

ISBN 7 - 04 - 017828 - 1

I. 数... II. ①王... ②李... III. ①数字逻辑 - 高等学校 - 教材 ②数字系统 - 系统设计 - 高等学校 - 教材 ③硬件描述语言, VHDL - 程序设计 - 高等学校 - 教材 IV. ①TP302.2 ②TP271 ③TP312

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 148525 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010 - 58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京奥鑫印刷厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 24.5
字 数 550 000

购书热线 010 - 58581118
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2006 年 1 月第 1 版
印 次 2006 年 1 月第 1 次印刷
定 价 30.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 17828 - 00

前 言

本书是依照教育部电子信息与电气学科教学指导委员会 2004 年审定通过的“电子技术基础课程教学基本要求”和 CCC2004 教学大纲要求,考虑到电子技术课程的发展而编写的。本书内容是按 60 学时左右设计的。

数字电子技术是当前发展最快的学科之一。如何处理好经典内容与现代内容、传统的分析、设计方法与现代分析、设计手段的关系是我们编写本书时重点考虑的问题。

本书在讲清基本概念、基本原理的基础上,突出了分析方法和设计方法。从应用的角度出发,重视集成电路外特性,压缩电路内部结构和工作原理的介绍。

考虑到逻辑代数基本定律、组合逻辑和时序逻辑等概念仍是分析和设计数字系统的基础,也是设计大规模集成芯片的基础,因此,作为数字技术的入门课程,本书仍以中、小规模集成电路为主的数字逻辑电路的基础理论、基本电路和基本分析、设计方法为重点。

由于专用集成电路(ASIC)是近期迅速发展起来的新型逻辑器件,尤其是可编程逻辑器件(PLD)已广泛应用于数字系统设计中,这些器件的灵活性和通用性使它们已成为研制和设计数字系统的理想器件。因此,除介绍了可编程逻辑器件 PLD 的工作原理和典型电路结构外,还介绍了这些器件的开发过程,并配有典型、实用的例题。这就为读者学习、应用这些器件设计开发数字系统打下基础。

在介绍传统分析、设计方法的同时,本书在第 8 章和附录 A 较为详细地介绍了目前在电路设计中较为流行的硬件描述语言 VHDL 和数字系统开发过程。由于各校学时安排和教学内容侧重点不同,根据情况这部分内容可作为学生自学使用,也可以作为授课内容。

参加本书编写的教师有王永军、李景华、李景宏、赵丽红、刘纪红、马学文、康思顺、杜玉远、孙宇舸。由王永军、李景华任主编,李景宏、赵丽红任副主编。编写过程中得到了全国有关高校同行及东北大学电子技术教研室许多老师的大力帮助,在此表示诚挚的谢意。

本书由哈尔滨工业大学蔡惟铮教授、王淑娟教授、杨春玲教授审阅,蔡惟铮教授主审。他们在百忙之中审阅了全部书稿并提出了详细、中肯的修改意见,在此表示衷心的感谢。

教材中一定还存在不少的缺点和错误,殷切希望读者给予批评指正。

编者

2005 年 8 月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

策划编辑	倪文慧
责任编辑	欧阳舟
封面设计	于文燕
责任绘图	朱 静
版式设计	马静如
责任校对	杨雪莲
责任印制	陈伟光

目 录

第 1 章 数字逻辑基础	1	2.1.1 二极管门电路	45
1.1 数制	1	2.1.2 晶体管非门电路	47
1.1.1 十进制	2	2.2 CMOS 逻辑门电路	48
1.1.2 二进制	2	2.2.1 MOS 管及其开关模型	49
1.1.3 八进制	3	2.2.2 CMOS 反相器	49
1.1.4 十六进制	3	2.2.3 CMOS 与非门	50
1.1.5 数制转换	4	2.2.4 CMOS 或非门	51
1.2 二进制数的表示方法	7	2.2.5 其他类型的 CMOS 门电路	54
1.2.1 原码	7	2.2.6 高速 CMOS 门电路	61
1.2.2 反码	8	2.2.7 低电压 CMOS 门电路	61
1.2.3 补码	8	2.2.8 CMOS 门电路的技术参数	62
1.3 二进制数的运算	9	2.3 TTL 逻辑门电路	71
1.3.1 二进制的加法和减法	9	2.3.1 TTL 与非门	71
1.3.2 二进制乘法	12	2.3.2 TTL 与非门的电压传输特性 及噪声容限	72
1.3.3 二进制除法	13	2.3.3 TTL 与非门的静态输入、 输出特性	73
1.4 编码	13	2.3.4 TTL 与非门的动态特性	77
1.4.1 二-十进制编码(BCD 码)	14	2.3.5 TTL 与非门的主要性能 参数	78
1.4.2 格雷码	15	2.3.6 其他类型的 TTL 门电路	80
1.4.3 ASCII 码	16	2.4 ECL 电路	83
1.5 逻辑代数基础	16	2.5 CMOS 电路与 TTL 电路的 接口	86
1.5.1 逻辑变量与逻辑函数	17	2.5.1 用 CMOS 电路驱动 TTL 电路	87
1.5.2 常用逻辑运算	18	2.5.2 用 TTL 电路驱动 CMOS 电路	88
1.5.3 逻辑代数的定律与规则	22	2.5.3 用 CMOS 或 TTL 电路驱动 LED	88
1.5.4 逻辑函数的表示方法	24	本章小结	89
1.5.5 逻辑函数的化简	26		
本章小结	40		
自我检测题	40		
习题 1	42		
第 2 章 逻辑门电路	45		
2.1 基本逻辑门电路	45		

自我检测题	90	3.10.1 竞争-冒险的产生	145
习题 2	92	3.10.2 竞争-冒险的判断	145
第 3 章 组合逻辑电路	99	3.10.3 竞争-冒险的消除	147
3.1 组合逻辑电路特点	99	本章小结	147
3.2 小规模集成电路构成的组合 电路的分析与设计	99	自我检测题	148
3.2.1 分析方法	100	习题 3	150
3.2.2 设计方法	100	第 4 章 时序逻辑电路	156
3.3 编码器	105	4.1 时序逻辑电路的特点和表示 方法	156
3.3.1 二进制编码器	105	4.1.1 时序逻辑电路的特点	156
3.3.2 二进制优先编码器	107	4.1.2 时序逻辑电路的表示方法	157
3.3.3 二-十进制优先编码器	111	4.2 触发器	158
3.4 译码器	113	4.2.1 基本 RS 触发器	158
3.4.1 二进制译码器	113	4.2.2 具有使能端的 RS 触发器 (同步 RS 触发器)	160
3.4.2 二-十进制译码器	116	4.2.3 同步 D 触发器	161
3.4.3 半导体数码管和七段字形译 码器	118	4.2.4 同步 JK 触发器	162
3.5 数据分配器与数据选择器	121	4.2.5 主从触发器	163
3.5.1 数据分配器	121	4.2.6 CMOS 集成触发器	168
3.5.2 数据选择器	122	4.3 时序逻辑电路的分析与 设计	172
3.6 数值比较电路	124	4.3.1 时序逻辑电路的分析方法	172
3.6.1 比较原理	124	4.3.2 时序逻辑电路的设计方法	177
3.6.2 1 位比较器	125	4.4 寄存器	182
3.6.3 4 位比较器	125	4.4.1 数码寄存器	182
3.7 算术运算电路	127	4.4.2 锁存器	186
3.7.1 二进制加法运算	127	4.4.3 移位寄存器	188
3.7.2 二进制减法运算	132	4.5 计数器	194
3.7.3 二进制乘法运算	133	4.5.1 计数器分类	195
3.7.4 算术逻辑单元	135	4.5.2 二进制计数器	195
3.8 奇偶校验电路	138	4.5.3 十进制计数器	200
3.8.1 奇偶校验的基本原理	138	4.5.4 可逆计数器	204
3.8.2 中规模集成奇偶发生器/校 验器	141	4.5.5 用中规模集成计数器构成 任意进制计数器	206
3.9 用中规模集成电路构成的 组合电路的设计	142	4.5.6 移位寄存器型计数器	211
3.10 组合逻辑电路的 竞争-冒险	145	4.6 顺序脉冲发生器	214
		本章小结	218

自我检测题	219	器件的技术性能简介	253
习题 4	221	5.8.2 XC4000 系列器件的结构 体系	253
第 5 章 半导体存储器和可编程逻辑 器件	226	本章小结	259
5.1 半导体存储器分类	226	自我检测题	259
5.2 只读存储器 ROM	227	习题 5	259
5.2.1 固定 ROM	227	第 6 章 脉冲波形的产生与整形	261
5.2.2 可编程只读存储器 (PROM)	230	6.1 多谐振荡器	261
5.2.3 可擦除可编程只读存储器 (EPROM)	231	6.1.1 门电路构成的多谐振荡器	261
5.2.4 快闪存储器 (Flash Memory)	233	6.1.2 石英晶体多谐振荡器	263
5.3 随机存储器 (RAM)	234	6.2 单稳态触发器	265
5.3.1 静态随机存储器 (SRAM)	234	6.2.1 门电路构成的单稳态 触发器	265
5.3.2 动态随机存储器 (DRAM)	237	6.2.2 集成单稳态触发器	266
5.4 存储器扩展及应用	238	6.2.3 单稳态触发器的应用	268
5.4.1 位扩展方式	238	6.3 施密特触发器	269
5.4.2 字扩展方式	239	6.3.1 门电路构成的施密特 触发器	269
5.5 可编程逻辑器件基础	241	6.3.2 集成施密特触发器	270
5.5.1 PLD 的逻辑表示	241	6.3.3 施密特触发器的应用	271
5.5.2 PLD 的分类	244	6.4 集成 555 定时器及其应用	273
5.5.3 PLD 的开发流程	245	6.4.1 电路组成及工作原理	273
5.6 通用阵列逻辑 GAL	246	6.4.2 集成 555 定时器的应用	275
5.6.1 GAL 的结构及其工作原理	246	本章小结	279
5.6.2 GAL 的设计及编程	249	自我检测题	280
5.7 复杂可编程逻辑器件 CPLD	250	习题 6	282
5.7.1 Xilinx XC9500 系列 CPLD 简介	250	第 7 章 数/模和模/数转换	287
5.7.2 Xilinx XC9500 系列内部 结构	250	7.1 基本概念	287
5.8 现场可编程门逻辑阵列 FPGA	253	7.2 数/模转换器 (DAC)	288
5.8.1 Xilinx 公司的 XC4000 系列		7.2.1 二进制权电阻 DAC	288
		7.2.2 R-2R 倒 T 形电阻网络 DAC	289
		7.2.3 DAC 的主要技术指标	291
		7.2.4 集成 DAC	292
		7.2.5 DAC 应用举例	297
		7.3 模/数转换器 (ADC)	299
		7.3.1 模/数转换的基本过程	299

7.3.2 并联比较型 ADC	302	A.1 概述	347
7.3.3 反馈比较式 ADC	303	A.2 VHDL 程序结构	347
7.3.4 双积分型 ADC	307	A.2.1 实体	347
7.3.5 ADC 的主要技术指标	309	A.2.2 类属说明和端口说明	348
7.3.6 集成 ADC	310	A.2.3 结构体及其描述方式	348
7.3.7 ADC 的典型应用	311	A.2.4 库、程序包	349
7.4 综合应用举例	312	A.3 VHDL 中的标识符、数据对 象、数据类型及属性	351
本章小结	314	A.3.1 标识符	351
自我检测题	314	A.3.2 数据对象	351
习题 7	315	A.3.3 数据类型	352
第 8 章 数字系统分析与设计	316	A.3.4 数据类型的转换	355
8.1 数字系统概述	316	A.4 VHDL 中的运算符和 操作符	355
8.2 乘法器的原理及设计	317	A.5 VHDL 的主要语句及应用	357
8.2.1 乘法器工作原理	317	A.5.1 进程语句	357
8.2.2 用 VHDL 描述的乘法器	317	A.5.2 信号赋值语句	357
8.3 除法器的原理及设计方法	320	A.5.3 顺序描述语句	358
8.3.1 除法器的工作原理	320	A.5.4 COMPONENT 语句和 COM- PONENT INSTANT 语句	361
8.3.2 用 VHDL 描述的除法器	323	A.6 VHDL 中属性的描述及定义 语句	362
8.4 简易 CPU 工作原理及设计 方法	326	A.6.1 数值类属性	362
8.4.1 简易 CPU 的工作原理	326	A.6.2 函数类属性	363
8.4.2 用 VHDL 描述的 ALU	329	附录 B 电气图用图形符号二进制逻辑 单元	365
8.5 数字频率计的原理及设计	333	B.1 符号的构成	365
8.5.1 数字频率计的原理	333	B.2 逻辑约定	367
8.5.2 数字频率计的 VHDL 描述	336	B.2.1 内部逻辑状态和外部逻辑 状态	367
8.6 数字信号发生器的原理及 设计	340	B.2.2 逻辑约定	367
8.6.1 数字信号发生器(DDS)的 原理	340	B.3 各种限定性符号	368
8.6.2 数字信号发生器(DDS)的 VHDL 描述	341	B.3.1 总限定性符号	368
本章小结	344	B.3.2 与输入、输出和其他连接 有关的限定性符号	368
自我检测题	345	B.4 关联标注法	371
习题 8	345	B.4.1 关联标注法的规则	372
附录 A VHDL 硬件描述语言	347		

B.4.2 关联类型	372	D.1 型号的组成	377
B.5 常用器件符号示例	373	D.2 示例	378
附录 C 常用逻辑符号对照表	375	参考文献	379
附录 D 国产半导体集成电路型号 命名法	377		

第 1 章 数字逻辑基础

内容提要

本章主要介绍数字系统中信息的表示方式:数制和码制、分析数字电路逻辑功能的数学方法,包括逻辑代数中的基本逻辑运算、基本公式、定律和规则以及逻辑函数的表示方法和化简方法。

在我们周围存在着许许多多的物理量,对于连续变化的物理量,习惯上称为模拟量(Analog Value),如温度、水位的变化。用来表示模拟量的信号称为模拟信号,而处理模拟信号的电子电路称为模拟电路。对于另一类在时间和数值上都是离散的物理量,称为数字量(Digital Value)。用来表示数字量的信号称为数字信号,而处理数字信号的电子电路称为数字电路。使用数字量来传递和加工处理信息的系统称为数字系统(Digital System)。数字系统主要研究数字电路的组成及其输出与输入之间的逻辑关系,而逻辑代数是分析和设计数字逻辑电路的基本数学工具。

1.1 数 制

数制(Number System)是进位计数制度的简称。在日常生活中,存在多种不同的数制。例如,最早采用也是使用最广泛的是十进制,即“逢十进一”;钟表计时采用六十进制,即 60 s(秒)为 1 min(分钟),60 min 为 1 h(小时);年月进制为十二进制,即 12 个月为 1 年等。

通常,计数系统采用的是按位计数制(Positional Number System),即用一串数码来表示一个数,每个数码的位置对应有一个相关的权(Weight),该数的值等于所有数码按权展开相加之和,即形如 $a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0.a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m}$ 的数 D ,其值为每个数码乘以其对应的权,再求和

$$D = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times r^i \quad (1-1)$$

式(1-1)称为数 D 的按权展开式。其中, r 称为计数基数(Base 或 Radix),其值可以是大于或等于 2 的整数,即 $r \geq 2$; i 为位序号,对应的权值为 r^i , a_i 为第 i 位的系数(数码); n 、 m 分别为整数部分和小数部分的位数。由此可见,一个按位计数制具有 3 个要素,即系数、基数和位权。

在数字电路中经常使用的计数进制有十进制、二进制、八进制和十六进制。

1.1.1 十进制

十进制 (Decimal Number System) 是日常生活中惯用的计数进制。十进制就是以 10 为基数的计数体制。十进制数具有两个特点:首先是系数 a_i 可以取 10 个不同的数码,即 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9;其次是计数基数为 10,即逢“十”进位,超过 9 的数必须用多位数表示,其中低位和相邻高位之间的关系是“逢十进一”。因此,同一个数码在一个数中处在不同的位置(或数位)代表的数值是不同的。

例如,在数 333.33 中,小数点左边第一位代表个位,其权值为 10^0 ,它的数值为 3×10^0 ;小数点左边第二位代表十位,其权值为 10^1 ,它的数值为 3×10^1 ;小数点左边第三位代表百位,其权值为 10^2 ,它的数值为 3×10^2 ;而小数点右边第一位代表十分位,其权值为 10^{-1} ,它的数值为 3×10^{-1} ;小数点右边第二位代表百分位,其权值为 10^{-2} ,它的数值为 3×10^{-2} 。因此,数 333.33 可以写成

$$333.33 = 3 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$$

上式中数码 3 称为系数, 10^2 、 10^1 、 10^0 、 10^{-1} 、 10^{-2} 是每位数对应的权,数码 10 为十进制数的基数,权乘以系数称为加权系数,因此一个十进制数的数值就是以 10 为基数的加权系数之和。

任意一个十进制数 M_{10} 都可以表示为

$$M_{10} = a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} + a_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 10^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 10^i \quad (1-2)$$

其中, i 表示数中的第 i 位, a_i 表示第 i 位的系数,它可以是 0~9 十个数码中的任意一个; n 、 m 为正整数, n 为小数点左边的位数, m 为小数点右边的位数;10 为计数制的基数,表示 M 是一个十进制数。如果 M 是 R 进制数,则写成 M_R 。以 R 为基数的 n 位整数, m 位小数的 R 进制数,其按权展开式可写为

$$M_R = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i R^i \quad (1-3)$$

1.1.2 二进制

二进制 (Binary Number System) 是数字电路中最常使用的计数进制。二进制数与十进制数的区别在于数码的个数和进位的规律不同。二进制就是以 2 为基数的计数体制。二进制数具有两个主要特点:首先是系数 a_i 可以取两个数码之任何一个,即 0 和 1 表示,所以计数基数为 2;其次是逢“二”进位,即 $1+1=10$ (读为壹零),其中 0 为本位,1 为低位向高位的进位。同一数码在不同的位置代表的值不同。一个二进制数的最右边一位称为最低有效位,它是数中位权最小的数位,常表示为 LSB (Least Significant Bit),最左边一位称为最高有效位,它是数中位权最大的数位,常表示为 MSB (Most Significant Bit)。

例如,二进制数 **101.01** 按位加权系数展开式为

$$(101.01)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (5.25)_{10}$$

任意一个二进制数 M_2 都可以表示为

$$M_2 = a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0 + a_{-1} \times 2^{-1} + a_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 2^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 2^i \quad (1-4)$$

其中, i 表示数中的第 i 位, a_i 表示第 i 位的系数,它只能是 **0** 或 **1**; n 、 m 为正整数, n 为小数点左边的位数, m 为小数点右边的位数; **2** 为计数制的基数,表示 M 是一个二进制数, 2^i 是权。

在数字系统中采用二进制是比较方便的,因为二进制的两个数码 **0** 和 **1** 可以方便地对应开关电路的两种状态,因此二进制数在数字电路中应用得十分广泛。

1.1.3 八进制

八进制 (Octal Number System) 是以 **8** 为基数的计数体制。八进制数具有两个特点:首先是系数 a_i 可以取 **8** 个数码,即 **0**、**1**、**2**、**3**、**4**、**5**、**6**、**7** 之任何一个,所以计数基数为 **8**;其次是逢“**八**”进位,即 $7+1=10$,其中 **0** 为本位, **1** 为低位向高位的进位。

任意一个八进制数 M_8 可以表示为

$$M_8 = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 8^i \quad (1-5)$$

其中, i 表示数中的第 i 位, a_i 表示第 i 位的系数,它只能取 **0**~**7** 八个数码中的任意一个; n 、 m 为正整数, n 为小数点左边的位数, m 为小数点右边的位数; **8** 为计数制的基数,因此称为八进制, 8^i 是权。

1.1.4 十六进制

十六进制 (Hexadecimal Number System) 是以 **16** 为基数的计数体制。十六进制数具有两个特点:首先是系数 a_i 可以取 **16** 个字符,即 **0**、**1**、**2**、**3**、**4**、**5**、**6**、**7**、**8**、**9**、**A**、**B**、**C**、**D**、**E**、**F** 之任何一个,所以计数基数为 **16**;其次是逢“**十六**”进位,即 $F+1=10$,其中 **0** 为本位, **1** 为低位向高位的进位。

任意一个十六进制数 M_{16} 可以表示为

$$M_{16} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 16^i \quad (1-6)$$

其中, i 表示数中的第 i 位, a_i 表示第 i 位的系数,它只能取 **0**~**F16** 个数码中的任意一个; n 、 m 为正整数, n 为小数点左边的位数, m 为小数点右边的位数; **16** 为计数制的基数,因此称为十六进制, 16^i 是权。

表 1-1 中列出了二进制、八进制、十进制和十六进制的数码对照关系。

表 1-1 二进制、八进制、十进制和十六进制的数码对照表

十进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
二进制	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
八进制	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
十六进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

综上所述,四种数制的特点类似,可以概括为:

(1) 每一种数制都有一个固定的基数 R , 它的每一位可以取 R 个符号中的任意一个。

(2) 进位规则是逢“ R ”进位。因此,它的每一个数位 i 对应一个固定的值 R^i , R^i 就是该位的“权”,小数点左边各位的权依次是基数 R 的正次幂;而小数点右边各位的权依次是基数的负次幂。显然,若将一个数中的小数点向左移 1 位,则等于将该数减小了 R 倍;若将小数点向右移 1 位,则等于将该数增加了 R 倍。

1.1.5 数制转换

一个数从一种进位计数制表示法转换成另外一种进位计数制表示法,称为数制转换。下面分别讨论二进制、八进制、十进制和十六进制之间的数制转换。

1. 二进制、八进制和十六进制数转换为十进制数

二进制、八进制和十六进制数转换为十进制数的方法是:分别写出二进制、八进制和十六进制数的加权系数展开式,各位加权系数和即为对应的十进制数。

(1) 二进制转换为十进制(二-十转换)

$$M_2 = (1011.01)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (11.25)_{10}$$

(2) 八进制转换为十进制(八-十转换)

$$M_8 = (326.45)_8 = 3 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2} = (214.578125)_{10}$$

(3) 十六进制转换为十进制(十六-十转换)

$$M_{16} = (9F.C)_{16} = 9 \times 16^1 + F \times 16^0 + C \times 16^{-1} = (159.75)_{10}$$

2. 十进制数转换为二进制、八进制和十六进制数

十进制数转换为二进制、八进制和十六进制数的方法是:整数部分采用“除基取余法(Radix Divide Method)”,即是将十进制数的整数部分逐次被基数 R 除,每次除完所得的余数便为要转换的数码,直到商为 0。其中第一个余数为最低有效位 LSB,最后一个余数为最高有效位 MSB;小数部分采用“乘基取整法(Radix Multiply Method)”,即是将十进制的小数部分连续乘以基数 R ,乘积的整数部分作为 R 进制数的小数部分。其中第一个整数为最高有效位,最后一个整数为最低有效位,下面举例说明。

(1) 十-二转换

将十进制数 $(25.8125)_{10}$ 转换为二进制数,分为两个步骤:

① 整数部分的转换: 除 2 取余数。

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 25} \\
 \underline{2} \\
 2 \\
 \underline{2} \\
 2 \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{----- 余数 } 1 = a_0 \\
 \text{----- 余数 } 0 = a_1 \\
 \text{----- 余数 } 0 = a_2 \\
 \text{----- 余数 } 1 = a_3 \\
 \text{----- 余数 } 1 = a_4
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \uparrow \text{ LSB} \\
 (25)_{10} = (11001)_2 \\
 \downarrow \text{ MSB}
 \end{array}$$

② 小数部分的转换: 乘 2 取整数。

$$\begin{array}{r}
 0.8125 \\
 \times) \quad 2 \\
 \hline
 1.6250 \text{ ----- 整数为 } 1 = a_{-1} \\
 \\
 0.6250 \\
 \times) \quad 2 \\
 \hline
 1.2500 \text{ ----- 整数为 } 1 = a_{-2} \\
 \\
 0.2500 \\
 \times) \quad 2 \\
 \hline
 0.5000 \text{ ----- 整数为 } 0 = a_{-3} \\
 \\
 0.5000 \\
 \times) \quad 2 \\
 \hline
 1.0000 \text{ ----- 整数为 } 1 = a_{-4}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \uparrow \text{ MSB} \\
 (0.8125)_{10} = (0.1101)_2 \\
 \downarrow \text{ LSB}
 \end{array}$$

由上可得

$$(25.8125)_{10} = (11001.1101)_2$$

(2) 十 - 八转换

将十进制数 $(234)_{10}$ 转换成八进制数。

$$\begin{array}{r}
 8 \overline{) 234} \\
 \underline{8} \\
 8 \\
 \underline{8} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{----- 余数 } 2 = a_0 \\
 \text{----- 余数 } 5 = a_1 \\
 \text{----- 余数 } 3 = a_2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \uparrow \\
 (234)_{10} = (352)_8
 \end{array}$$

因此可得

$$(234)_{10} = (352)_8$$

(3) 十 - 十六转换

将十进制数 $(234)_{10}$ 转换成十六进制数。

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{) 234} \\
 \underline{16 14} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{----- 余数 } 10 = A_{16} = a_0 \\
 \text{----- 余数 } 14 = E_{16} = a_1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \uparrow \\
 (234)_{10} = (EA)_{16}
 \end{array}$$

因此可得

$$(234)_{10} = (EA)_{16}$$

3. 二进制和八进制、十六进制间的相互转换

(1) 二进制和八进制间的相互转换

① 二 - 八转换

由于八进制数的基数 $8 = 2^3$, 所以每位八进制数由 3 位二进制数构成。二进制数转换成八进制数要分别对整数和小数进行转换, 其转换的方法是: 整数部分从低位(小数点左边第一位)开始, 每 3 位二进制数分为一组, 最后不足 3 位的前面补 0, 每组用 1 位等价的八进制数来代替; 小数部分从高位(小数点右边第一位)开始, 每 3 位二进制数分为一组, 最后不足 3 位的后面补 0, 然后按顺序写出对应的八进制数。例如, 将二进制数 $(10111101.01110111)_2$ 转换为八进制数。

$$\begin{array}{r}
 \text{二进制数: } 010111101.011101110 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \text{八进制数: } 2 \quad 7 \quad 5 \quad . \quad 3 \quad 5 \quad 6
 \end{array}$$

则

$$(10111101.01110111)_2 = (275.356)_8$$

② 八 - 二转换

八进制数转换成二进制数的方法是: 将每位八进制数用等价的 3 位二进制数来表示, 便得到对应的二进制数。例如, 将八进制数 $(453.627)_8$ 转换为二进制数。

$$\begin{array}{r}
 \text{八进制数: } 4 \quad 5 \quad 3 \quad . \quad 6 \quad 2 \quad 7 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \text{二进制数: } 100 \quad 101 \quad 011 \quad . \quad 110 \quad 010 \quad 111
 \end{array}$$

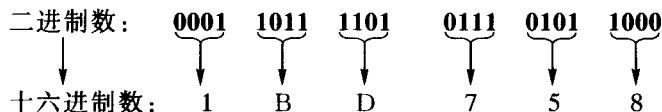
则

$$(453.627)_8 = (100101011.110010111)_2$$

(2) 二进制和十六进制间的相互转换

① 二 - 十六转换

由于十六进制数的基数 $16 = 2^4$, 所以每位十六进制数由 4 位二进制数构成。二进制数转换成十六进制数的方法是: 整数部分从低位(小数点左边第一位)开始, 每 4 位二进制数分为一组, 最后不足 4 位的前面补 0, 每组用一位等价的十六进制数来代替; 小数部分从高位(小数点右边第一位)开始, 每 4 位二进制数分为一组, 最后不足 4 位的后面补 0, 然后按顺序写出对应的十六进制数。例如, 将二进制数 $(110111101.01110111)_2$ 转换为十六进制数。

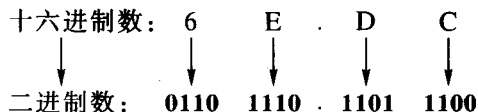


则

$$(110111101.011101011)_2 = (1BD.758)_8$$

② 十六 - 二转换

十六进制数转换成二进制数的方法是:将每位十六进制数用等价的 4 位二进制数来表示,便得到对应的二进制数。例如,将十六进制数 $(6E.DC)_{16}$ 转换为二进制数。



则

$$(6E.DC)_{16} = (1101110.11011100)_2$$

八进制数和十六进制数之间的转换可将二者都转换为二进制数后再进行相互转换。

1.2 二进制数的表示方法

前面所讨论的二进制数都没有涉及符号,可以认为都是正数。通常情况下,数分为无符号数和有符号数。有符号数则由两部分组成,即符号位(“+”或“-”)和数值。一般来说,直接用“+”或“-”表示符号的二进制数称为符号数的真值,这是数的原始形式,无法直接用于数字计算机中。但是将符号位数值化以后,就可以在计算机中使用了。这种可以在计算机中使用的有符号数称为机器数。为了便于运算,又给出了二进制数的三种不同表示方法,即原码、反码和补码。

1.2.1 原码

原码(True Form)又被称为“符号 - 数值(Signed-Magnitude)”。当用原码形式表示正数或负数时,最高位是符号位,表示该数的符号,正数符号位为 0,负数符号位为 1,其余各位表示数值部分。

1. 正数的原码

对于正数 $D = +110101$,

