〔全国主要城市〕　　（1980—1985）

高中入学试题分类分析与复习指导

（数学分册）

李渤梁　逯新丽　刘莲福

红旗出版社

〔全国主要城市〕 （1980—1985）
高中入学试题分类分析与复习指导
（数学分册）
李渤梁 逯新丽 刘莲福
红旗出版社
（北京沙滩北街二号）
北京市新华书店发行 一二〇二工厂印刷
开本：787×1092 1/16 印张：6 字数：150千字
印数：1—52.600
1985年12月第一版 1985年12月第一次印刷
书号：7160·011 定价：1.05元

编 者 的 话

近年来，随着教育改革的深入发展，各级入学考试也有很大变化。主要表现在：考试的目的更加明确，是为了选拔富有创造性的、全面发展的“智能型”人才；试题更具有科学性，灵活性和综合性。这种变化不仅有力地推动了各科教学的发展，也极大地调动了学生学习的积极性。然而，也有一些教师和学生，面对这种改革感到茫然和不能适应。为此，我们编写了这套丛书。目的在于帮助读者，尤其是应届毕业生，了解这种变化，认识这种变化，并在这一基础上对学生学习加以指导。

该套丛书包括初、高中入学考试及大学入学考试各科试题分类分析十五种。编写体例均按各科知识结构，对一九八〇年以来历届试题加以分类汇编，同时选择典型试题进行分析，并有针对性地对各科每一部分知识应该怎样复习提出指导意见。为此，各册每一部分都设有〔历届题选〕〔试题分析〕〔复习指导〕三个栏目。

该套丛书在内容上努力突出如下两个特点：一、根据各科教学大纲规定的基础知识和基本技能要求，明确提出各科每一部分内容应该重视的复习范围及其重点。二、通过各种类型（包括基本概念题、技能对应题、灵活题、综合题）试题的解析和拟定的练习题，总结命题规律，以求有效地提高学生分析问题和解决问题的能力。显而易见，我们编写这套丛书绝非是要把学生引向“题海”或者是“猜题压题”的邪路；而是倡导学生在对所学知识融会贯通的基础上，开阔思路，深入思考。

教育在改革，试考也在改革。今后的考试将更加科学化、标准化，更加符合教学的客观规律。总之，教学改革有力地推动考试的革新，反过来，考试命题的革新又有力地促进教学的改革。从这个意义上说，该丛书不仅适合学生复习之用，对各科教学也有一定的借鉴作用。

本书由崔孟明、李勃桀、宋志唐等担任主编，约请北京市部分有经验的教师合力编写。编写过程中几经讨论，几经修改，并广泛地征求了意见，力求深刻精炼和有新意。但由于水平有限，仍会有许多不当之处，敬请广大师生批评指正。

编 者

目　　录

一、代　　数

（一）数　与　式

【历届题选】

1.　填空

（1）（84年吉林省）$|-0.3|=$________，$-\frac{3}{10}$的相反数是________.

（2）（85年上海市）$-\frac{1}{3}$的倒数与3的相反数的和的绝对值等于________.

（3）（84年福建省）把-0.8与$-\frac{2}{3}$两个数分别填入括号内.（　　）>（　　）.

（4）（83年福建省）两个相反数的和是________．两个互为倒数的积是________.

（5）（83年上海市）如果A的相反数是3，那么$|A|$是________.

（6）（85年广东省）数a和它的相反数的差等于________.

（7）（85年宁波市）绝对值不大于3的非负整数是________.

（8）（85年安徽省）最小的正整数是________，最大的负整数是________，绝对值最小的数是________.

（9）（85年重庆市）若$|a|=5$，则$a=$________.

（10）（84年北京市）如果$|a+3|=1$，那么$a=$________.

（11）（85年黑龙江省）计算$-\frac{1}{7}+\frac{2}{5}=$________.

（12）（81年上海市）计算$(-2)^3\times(-3)^2=$________.

（13）（85年黑龙江省）n个因数连乘的积为0，则这些因数中至少有一个为____.

（14）（81年北京市）当$|a|>1$时，试比较a与$\frac{1}{a}$的大小________.

（15）（81年天津市）当x____时，$\frac{|x|}{x}=-1$.

（16）（82年北京市）设$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{m}(a+b\neq 0)$用a、b的代数式表示m．则$m=$____.

（17）（82年天津市）已知$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$．则$\frac{x+y+z}{x}=$________.

（18）（83年福建省）浓度为75%的酒精溶液x克，其中含纯酒精______克；含水______克.

（19）（84年上海市）某厂原来每天平均用煤n吨，节约能源后，每天减少用煤2吨．那么库存m吨煤可多用____天.

（20）（85年上海市）有两块棉田，第一块棉田有m亩，平均产皮棉a斤，第二块棉田有n

亩，平均产皮棉b斤，那么两块棉田平均产皮棉________斤.

(21) (83年福建省)写出一个含x和y的单项式________.

(22) (83年天津市)当$x+y=$____时，$3-x-y=2$.

(23) (85年北京市)$(a^3)^2=$____；$a^3b^2+ab=$____.

(24) (85年宁波市)计算$(0.125)^{1985}\times[(-2)^{1985}]^3=$____.

(25) (84年上海市)$(x^3)^2\div(-x^2)=$____.

(26) (81年天津市)$\left(x-\frac{1}{2}y\right)^2=$________.

(27) (85年黑龙江省)计算$(x+1)^2(x-1)=$________.

(28) (81年上海市)分解因式$3a(b+c)-4(b+c)=$________.

(29) (81年天津市)分解因式$x^2-9x+20=$________.

(30) (82年北京市)分解因式$5x^3-5=$________.

(31) (83年天津市)分解因式$x^2+y^2-1-2xy=$________.

(32) (84年天津市)分解因式$x^n+2x^{n+1}+x^{n+2}=$________.

(33) (85年宁波市)当$m=$____时，$x^2-4x+m-1$是一个完全平方式.

(34) (80年天津市)$\frac{a+b}{a-b}=\frac{(\qquad)}{a^2-b^2}$.

(35) (81年上海市)当x____时，分式$\frac{x+1}{x-9}$有意义.

(36) (82年广州市)当$x=$____时，分式$\frac{x^2+3x+2}{3+2x}$没意义.

(37) (85年宁波市)当$x=$____时，分$\frac{|x|-1}{x^2+x-2}$的值为零

(38) (85年广东省)当$x=$____或$x=$____时，分式$\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$无意义.

(39) (80年南京市) 在$-\sqrt{4}$，$\lg 1$，3.14，$-2^{\frac{1}{2}}$,5,$\mathrm{tg}60°$中，整数有__________；有理数有__________；无理数有__________

(40) (83年上海市) 0.0196的算术平方根是________.

(41) (85年宁波市) $\sqrt{16}$的平方根是________.

(42) (82年广州市) 当$a\leqslant 0$时，$\sqrt{a^2}=$________.

(43) (84年上海市) 若$a<0$，$b>0$，则$\sqrt{a^2b}=$________.

(44) (84年天津市) $-\sqrt{(-4)^2}=$________.

(45) (85年广东省) 指出下列各式成立的条件.

① $|a|=-a$；(　　　　　　).

② $a>3a$；(　　　　　　).

③ $(\sqrt{a})^2=a$；(　　　　　　).

(46) (80年北京市) 化简$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}=$________.

(47) (81年北京市) 当x为__________的实数时，式子$\frac{x}{\sqrt{x+1}}$有意义.

(48) （81年北京市）已知 $x>\frac{1}{2}$。则 $\frac{\sqrt{(1-2x)^2}}{1-2x}$ 的值为__________。

(49) （82年北京市）当x是__________的实数时，式子 $\frac{1}{1-\sqrt{x+1}}$ 有意义.

(50) （81年上海市）计算 $\sqrt{20}\times\sqrt{5}=$__________。

(51) （82年上海市）$2+\sqrt{3}$ 的倒数是__________；$2+\sqrt{3}$ 的相反数是________。

(52) （83年福建省）当 $a=$______时，$2\sqrt{2a+3}$ 与 $3\sqrt{3a-2}$ 是同类根式.

(53) （82年上海市）$(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ 与 $(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ 的比例中项是______。

(54) （83年福建省）$2\sqrt{x+y}$ 的有理化因式是__________。

(55) （82年北京市）化简 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=$__________。

(56) （83年天津市）查表知 $\sqrt[3]{0.572}=0.8301$。$\sqrt[3]{5.72}=1.788$，$\sqrt[3]{57.2}=3.853$，则 $\sqrt[3]{57200}=$__________。

(57) （84年北京市）0.00000517用科学计数法表示为____________。

(58) （85年上海市）比较下列两个数的大小：$2\sqrt{2}$____$\sqrt{7}$。

(59) （84年北京市）如果 $\log_3 x=\frac{1}{3}$，那么 $x=$________。

(60) （80年北京市）计算 $9^{-\frac{1}{2}}\cdot(\sqrt{5})^0=$______。

(61) （81年福建省）$(\sqrt{7}-\sqrt{6})^0-5^2\times(3\frac{1}{3}-2\frac{1}{2})^{-2}=$________

(62) （82年天津市）计算 $5ab^{-3}\div(5^{-1}a^{-2}b^{-3})=$________。

(63) （80年北京市）如果lgA的首数是3，它的尾数与lg0.0789的尾数相同，那么 $A=$________。

(64) （80年上海市）2^{1000}是________位整数，（$\lg 2=0.3010$）.

(65) （80年天津市）已知 $\lg x=2\lg(m+n)-\lg(m-n)$.$(m>n>0)$ 那么 $x=$______。

(66) （82年上海市）对数有下列性质，①________都没有对数；②________的对数等于1；③____________的对数等于零.

(67) （83年天津市）$3^{\log_3 4}=$______。

(68) （83年上海市）$\lg x=-3.7202$，那么它的首数是______；尾数是________；

(69) （84年上海市）若 $\lg 1.3713=0.13713$，则 $\lg 0.13713=$____________。

(70) （85年安徽省）如果 $10^m=2$，$10^n=3$，那么 $10^{\frac{3m-n}{2}}=$________。

2．判断正误：（你认为对的打"√"，错的打"×"）（80年上海市）

（1）不论a是什么实数，a^2永远大于零。　（　）

（2）两个相反数的绝对值相等。　（　）

（3）$-a$是一个负数。　（　）

（4）$(a-b)$ 的平方等于 $(b-a)$ 的平方。　（　）

3．判断正误（你认为正确的打"√"，错误的打"×"），然后在题目下面写出正确答案。

（83、84年北京市）

（1）$\because\ x^2>4$，$\therefore\ x>\pm 2$．（　）

（2）$\dfrac{\lg 16}{\lg 2}=\lg 8$．（　）

（3）如果x、y是两个负数，并且$x<y$，那么$|x|<|y|$．（　）

（4）$\sqrt{(3.14-\pi)^2}=3.14-\pi$．（　）

4．**选择填空**（把正确答案的代号，填入括号内）。

（1）（82年广州市）某项工程甲、乙两队合作需m小时完成，甲队单独做，需n小时完成($n>m$)。那么乙队单独做，完成的时间是

A．$\dfrac{1}{\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{m}}$；　B．$\dfrac{1}{m}-\dfrac{1}{n}$；　C．$\dfrac{1}{\dfrac{1}{m}-\dfrac{1}{n}}$．（　）

（2）（82年广州市）如果$a<b$，而$c<o$，那么

A．$ac<bc$；　B．$ac>bc$；　C．$\dfrac{a}{c}<\dfrac{b}{c}$．（　）

（3）（83年天津市）在数轴上，A点坐标是-1，B点坐标是-3，则有向线段AB＝（　）．

(A) -4；(B) -2；(C) 2．

（4）（83年天津市）如果$\lg x=-2.4832$，那么$\lg 100x$的值是（　）

(A) 小于-1；(B) 大于-1小于0；(C) 大于0．

（5）（85年宁波市）已知$(12.3)^a=1000$，$(0.0123)^b=1000$，那么$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}$的值是（　）．

(A) 1；(B) 2；(C) 3；(D) 4.

（6）（85年广东省）数轴上所有的点表示的数是（　）．

(A) 有理数；(B) 无理数；(C) 实数.

（7）（85年北京市）已知x、y是实数，且$(|x|-1)^2+(2y+1)^2=0$．那么$x+y$的值是（　）．

(A) $\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{3}{2}$；　(B) $\dfrac{1}{2}$；　(C) $\dfrac{3}{2}$；　(D) -1

（8）（85年天津市）若$1<a<2$，则$\sqrt{a^2-2a+1}+|a-2|$的值是（　）．

(A) 1；(B) -1；(C) $3-2a$；(D) $2a-3$.

（9）（85年宁波市）下列计算中正确的是：（　）．

(A) $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{3}{2}}=a$；　(B) $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{2}{3}}=0$；

(C) $a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}=a$；　(D) $(a^{\frac{1}{2}})^2=a$，

（10）（85年辽宁省）$(\sqrt{2}+1)^{-1}$等于（　）

(A) $\sqrt{2}-1$；　(B) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{3}$；　(C) $-\sqrt{2}-1$.

5．分解因式

（1）（81年北京市）$2a^3-16$．（2）（81年北京市）$1-a^2-4ab-4b^2$．

（3）（81年北京市）a^3+a^2-2．（4）（82年上海市）$x^2-3xy-54y^2$．

（5）（82年上海市）x^4-x^2+4x-4．（6）（83年北京市）$x^3+1-x-x^2$．

（7）（83年福建省）$2-128y^6$．

6．用竖式计算

（1）（83年北京市）$(4+2x^3-5x^2)\div(x-2)$

（2）（83年天津市）$(2x^3-2x-3+9x^2)\div(4x+x^2-3)$

7．化简或计算

（1）（80年天津市）$(-2x^3-3y^2)(2x^3-3y^2)$

（2）（83年南京市）$\dfrac{a^2+a-2}{a^2+4a+4}\cdot\dfrac{a^2-4}{2a^2+a-3}$

（3）（83年南京市）已知$a+\dfrac{1}{a}=m$．求$a^2+\dfrac{1}{a^2}$的值．

（4）（80年天津市）$\dfrac{10}{x^2+3x-4}-\dfrac{x+1}{x-1}+1$

（5）（80年天津市）$\left(\dfrac{x^2}{x+2}-\dfrac{x^3}{x^2+4x+4}\right)\div\dfrac{x}{x+2}$

（6）（84年北京市）$\dfrac{x-6y}{x^2-4y^2}+\dfrac{2y}{x^2-2xy}$

（7）（84年南京市）$\dfrac{a^2-16}{a^2+2a-8}\div(a-4)\cdot\dfrac{a^2+4-4a}{a-2}$

（8）（80年北京市）$\left(\dfrac{a+3}{a^2-4}-\dfrac{a}{a^2+a-6}\right)\times\dfrac{a-2}{4a+9}$

化简后当$a=\sqrt{3}$时，求这个式子的值．

（9）（83年福建省）$\left(a-b+\dfrac{4ab}{a-b}\right)\left(a+b-\dfrac{4ab}{a+b}\right)$先化简后求值，其中$a=-\dfrac{1}{2}$，$b=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

（10）（84年西安市）已知：$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2$（$a\neq0$，$b\neq0$，$c\neq0$）

求证：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=0$．

8．化简或计算

（1）（80年上海市）$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$．

（2）（83年南京市）$\dfrac{1}{2-\sqrt{7}}-\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}-\dfrac{1+2\sqrt{7}}{3}$

（3）（84年北京市）$\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}-4\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

（4）（80年天津市）$|1-x|+\sqrt{x^2-6x+9}$（$1<x<3$）

（5）（84年福建省）$\dfrac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-3}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}$

（6）（85年南通市）$n\left(\dfrac{1}{n^4}+\dfrac{1}{n^2}\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt[4]{1+2n^2+n^4}$

（7）（85年广东省）设$x+y=\sqrt{7\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，$x-y=\sqrt{7\sqrt{3}-\sqrt{5}}$．

① 求$xy=?$

② 验证$x^2+y^2=3(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

③ 求$x^4-x^2y^2+y^4=?$

9．化简或计算

（1）（80年上海市）$16^{\frac{1}{2}}+\left(\dfrac{1}{16}\right)^{-0.75}-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-6}$

（2）（80年天津市）$\left(7-\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^0+\left(2\dfrac{7}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}-32^{\frac{2}{5}}$

（3）（82年广州市）$\sqrt[3]{-27^2}+\left(\dfrac{16}{10000}\right)^{-\frac{1}{4}}-\lg\dfrac{1}{10}+(\sqrt{6}-9)^0$

（4）（83年北京市）$9^{\frac{1}{4}}+(-3)^0-(2-\sqrt{3})^{-1}$

（5）（83年南京市）$\left(\dfrac{9}{16}\right)^0\times(-4)^3-(-3)^2\times3^{-2}+\dfrac{1}{12}\times(-6)+\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$

（6）（85年上海市）$\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2}\times\left(\dfrac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}+\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

（7）（81年天津市）$\left(\dfrac{b}{3a^2}\right)^3\div\left(\dfrac{2b}{3a}\right)^0\times\left(\dfrac{b^4}{a^2}\right)^{-\frac{2}{3}}$

（8）（80年天津市）$(x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{4}}z^{-1})(x^{-1}y^{\frac{3}{4}}z^3)^{-\frac{1}{3}}$

（9）（81年上海市）$(2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-6a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}})\div(-3a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$

（10）（85年南通市）$\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2\times(0.25)^{-\frac{1}{2}}+\sqrt{1-\lg25+(\lg5)^2}-\dfrac{1}{3}\lg8$

10．计算

（1）（80年上海市）$\lg25+\lg2\cdot\lg50-\lg5\cdot\lg20$

（2）（80年天津市）$3\lg2-\lg9+\lg\dfrac{9}{8}-\lg0.01$

（3）（81年上海市）已知$\lg x=\dfrac{1}{2}\lg(m+n)+\dfrac{2}{3}\lg(a-b)-2\lg(a+b)$

求x

（4）（82年上海市）$\dfrac{\log2(2^4\cdot4^7\cdot8^3)}{\log_2 4}$

（5）（82年北京市）$\log_2 4-\lg0.01+\log_5\sqrt{\dfrac{1}{5}}+7^{\log_7\frac{1}{2}}$

（6）（83年北京市）已知$\lg2=0.3010$，$\lg3=0.4771$

求lg12的值

（7）（83年上海市）$8\lg2-4\lg3+\lg\frac{81}{128}-\lg0.02$

（8）（85年上海市）$\log_2{}^{\frac{4}{3}}+\log_2{}^{\frac{3}{2}}+3^{\log_3 4}$

（9）（85年北京市）已知$\lg3=0.4771$，$\lg5=0.6990$

求lg15

（10）（85年天津市）$\sqrt{2^{-1}(\log_2\sqrt{2})^{-1}}(2^{\sin30^\circ}-2^{\lg1})^{-2}$

（11）（85年安徽省）已知$\log_2[\log_3(\log_4 x)]=0$

求x

【试题分析】

例1（85年重庆市）**计算**

$$-\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}\div\left(-\sqrt{2}\right)^2-(-3.14)^0+0.125\times\left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$$

解 原式$=-\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\div\left(-2^{\frac{1}{2}}\right)^2-1+\frac{1}{8}\times(8^{-1})^{-1}$

$$=-\frac{2}{3}\div2-1+\frac{1}{8}\times8=-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}-1+1=-\frac{1}{3}$$

说明： 在进行实数运算时，一定要注意运算顺序，各种运算法则和符号．

例2（84年福建省）改正下述错误命题(带黑点的字不能改)．

如果a表示一个实数，$-a$就表示一个负实数．

答：如果a表示一个正实数，$-a$就表示一个负实数．

说明： 实数包括正实数，负实数和零．$-a$表示什么数，应从a本身表示什么数来确定．因为$-a$表示的是负实数．所以a一定表示一个正实数．

例3（84年桂林市）判断题（正确的在括号内画“√”，错误的在括号内画“×”）

$a+b$一定大于a．（　　）

解 这里a、b都是实数．

若$b>0$，则$a+b>a$．若$b=0$，则$a+b=a$．

若$b<0$，则$a+b<a$．

∴ $a+b$一定大于a这句话是错误的，应画“×”．

说明： 有关实数比较大小时，一定要首先考虑实数本身的符号．亦可用取差的办法．当$a-b>0$时，则$a>b$．$a-b=0$时，则$a=b$．$a-b<0$时，则$a<b$．

例4 分解因式

（1）（84年郑州市）　x^2-2x-b^2-2b．

（2）（84年南宁市）　$z^2(x-y)-4(x-y)-3z(y-x)$．

（3）（81年北京市）　a^3+a^2-2．

（4）（84年安徽省）在实数范围内分解．

$(x^2-1)(x^2+2)-70$

解 （1） $x^2-2x-b^2-2b=(x^2-b^2)-2(x+b)=(x+b)(x-b)-2(x+b)$
$=(x+b)(x-b-2)$.

（2） $z^2(x-y)-4(x-y)-3z(y-x)=z^2(x-y)-4(x-y)+3z(x-y)$
$=(x-y)(z^2+3z-4)=(x-y)(z+4)(z-1)$.

（3） a^3+a^2-2
$=(a^3-1)+(a^2-1)=(a-1)(a^2+a+1)+(a-1)(a+1)$
$=(a-1)(a^2+a+1+a+1)=(a-1)(a^2+2a+2)$

方法二

a^3+a^2-2
$=a^3-a^2+2a^2-2=a^2(a-1)+2(a+1)(a-1)=(a-1)(a^2+2a+2)$.

（4） $(x^2-1)(x^2+2)-70$（将本式展开后分解）.
$=x^4+x^2-72=(x^2-8)(x^2+9)=(x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2})(x^2+9)$

说明：因式分解，要注意在哪一个数集内分解。一般若不注明范围，则指在有理数范围内分解．分解过程应先考虑有没有公因式，有公因式时，应先提取公因式，再考虑能否用公式或十字相乘法，若都不行则考虑分组分解．以上方法都不行可考虑添加辅助项，或将其中某一项分裂为两项后再用上面的方法分解．

例5 （84年湖南省） 已知$A=x^2+x-6$，$B=x^2+2x+3$，$c=x^2+x+5$.

求 $A\div(B-C)$

解 $A\div(B-C)$
$=(x^2+x-6)\div[(x^2+2x+3)-(x^2+x+5)]$
$=(x+3)(x-2)\div(x-2)$
$=x+3$.

说明：多项式除以多项式时，可将除式和被除式先分解因式，经过约分求得商式．但对一般情况，常用竖式除法求解．

例6 （84年南昌市）化简

$$\frac{x^2+2x+1}{x^3-x}\cdot\frac{x}{x+1}-\frac{2x^2+2x+2}{x^3-1}$$

解 原式$=\dfrac{(x+1)^2}{x(x+1)(x-1)}\cdot\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$

$$=\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x-1}=\frac{1}{1-x}.$$

说明：做分式加减法运算时，不要一开始就通分．应先将每一个分式化简后，再通分做加减运算．

例7 求解下列各题，填空

（1） （84年安徽省） 若$a+\dfrac{1}{a}=\sqrt{5}$．则$a-\dfrac{1}{a}=$________.

（2） （84年乌鲁木齐市）当 $a=$________值时，分式$\dfrac{\sqrt{a^2}-3}{a^2+a-12}$的值为零.

（3） （85年宁波市）若$m<0$，则

$$|m|+\sqrt{m^2}+\sqrt[3]{m^3}+m=\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

解

（1） $a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}$，两边平方后整理得

$a^2+\frac{1}{a^2}=3$ 而 $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=a^2+\frac{1}{a^2}-2$

将 $a^2+\frac{1}{a^2}=3$代入上式得 $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=1$ ∴ $a-\frac{1}{a}=\pm1$

说明：根据已知$a+\frac{1}{a}$或$a-\frac{1}{a}$的值求$a-\frac{1}{a}$或$a+\frac{1}{a}$的值，一般不用直接求出a的值，而通过式子变换求得其值，比较简便．$\left(a\pm\frac{1}{a}\right)^2=a^2+\frac{1}{a^2}\pm2$这一变形，经常用到应记住．此题也可以由解方程求出$a=\frac{\sqrt{5}\pm1}{2}$代入$a-\frac{1}{a}$求值、但计算量可能要加大．

（2）**分析**：当分式的分子为零，分母不为零时，分式的值为零，先计算 a 为何值时分子为零，再去掉使分母为零的哪些值．

∵ $\sqrt{a^2}-3=0$， $a=\pm3$

当 $a=3$时， $a^2+a-12=0$ 当 $a=-3$时，$a^2+a-12=-6\neq0$

∴ 当 $a=-3$时，分式$\frac{\sqrt{a^2}-3}{a^2+a-12}$的值为零．

（3）**分析**：遇有绝对值和根式的化简问题，在化简过程中要掌握，当n为偶数时$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a(a\geqslant0)\\-a(a<0.)\end{cases}$当n为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$．然后将式子中的绝对值、根式逐一化简．

∴ 原式 $=|m|+\sqrt{m^2}+\sqrt[3]{m^3}+m$．$(m<0)$

$=-m-m+m+m$

$=0$．

故 $|m|+\sqrt{m^2}+\sqrt[3]{m^3}+m=0$．

说明：在化简的过程中一定要注意字母的条件，这里$m<0$是非常重要的．若$m>0$，上题化简后将是另一结果．

例 8 （84年南京市）已知$4x^2-5x-6<0$．

求 $\sqrt{x^2-6x+9}+|x+1|$的值．

解 由 $4x^2-5x-6<0$解得

$-\frac{3}{4}<x<2$．

则 $\sqrt{x^2-6x+9}+|x+1|$

$=\sqrt{(x-3)^2}+|x+1|$

$=|x-3|+|x+1|$

$=3-x+x+1=4$

说明：由于化简时，对 x 的取值范围不明确，则要解不等式，不然就得分别讨论．因为

绝对值，算术根都是非负数，故去掉根号和绝对值符号时，一定要保证结果是非负数.

例9 （84年桂林市）计算

$$\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}+\frac{6-2\sqrt{6}}{\sqrt{6}+2-\sqrt{10}}$$

解
$$\text{原式}=\frac{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})}{[(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}][(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}]}+\frac{(6-2\sqrt{6})(\sqrt{6}+2+\sqrt{10})}{[(\sqrt{6}+2)-\sqrt{10}][(\sqrt{6}+2)+\sqrt{10}]}$$

$$=\frac{2\sqrt{6}+6+2\sqrt{15}-6-3\sqrt{6}-3\sqrt{10}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2}+\frac{6\sqrt{6}+12+6\sqrt{10}-12-4\sqrt{6}-4\sqrt{15}}{(\sqrt{6}+2)^2-(\sqrt{10})^2}$$

$$=\frac{-\sqrt{6}+2\sqrt{15}-3\sqrt{10}}{2\sqrt{6}}+\frac{2\sqrt{6}+6\sqrt{10}-4\sqrt{15}}{4\sqrt{6}}$$

$$=\frac{-\sqrt{6}+2\sqrt{15}-3\sqrt{10}+\sqrt{6}+3\sqrt{10}-2\sqrt{15}}{2\sqrt{6}}$$

$$=0$$

说明：进行二次根式加减运算时，先化简每一个根式为最简根式.遇到分母中含有根式时，先将分母有理化，若分母中含有三个根式时，应该考虑怎样分组结合简便．如果符号相同，一般将两个绝对值较小的分为一组，如果符号不同，将符号相同的分为一组，要灵活运用法则.

例10 （84年重庆市）若 $\sqrt[3]{x}=a$.化简

$$\frac{8-x}{2+\sqrt[3]{x}}\div\left(2+\frac{\sqrt[3]{x^2}}{2+\sqrt[3]{x}}\right)\left(\sqrt[3]{x}+\frac{2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-2}\right)\cdot\frac{\sqrt[3]{x^2}-4}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}}$$

解
$$\text{原式}=\frac{(2-\sqrt[3]{x})(4+2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}{2+\sqrt[3]{x}}\div\frac{4+2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}{2+\sqrt[3]{x}}\cdot\frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-2}\cdot\frac{(\sqrt[3]{x}+2)(\sqrt[3]{x}-2)}{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x}+2)}$$

$$=(2-\sqrt[3]{x})\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{x}(2-\sqrt[3]{x}).$$

当 $\sqrt[3]{x}=a$时

∴ 原式 $=a(2-a)=2a-a^2$.

说明：分子、分母都含有$\sqrt[3]{x}$的二项式.又不能直接约分和化简，则由$8-x$化为$(2)^3-(\sqrt[3]{x})^3$，利用立方差公式进行分解后，即可打开化简的通路．亦可先将$\sqrt[3]{x}=a$代人化简.

例11 （84年桂林市）

已知 $x+y+z=\frac{3}{2}\sqrt{2}$，$x^2+y^2+z^2=\frac{3}{2}$.

求 x、y、z的值.

解： 将$x+y+z=\frac{3}{2}\sqrt{2}$．两边平方得.

$$x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx=\frac{9}{2}.$$

再将 $x^2+y^2+z^2=\frac{3}{2}$代入上式得

$$xy+yz+zx=\frac{3}{2}$$

$\because$ $x^2+y^2+z^2=\frac{3}{2}.$

$\therefore$ $x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx$

即 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$

$$2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx=0$$

$$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$$

$\because$ $(x-y)^2\geqslant0$，$(y-z)^2\geqslant0$，$(y-x)^2\geqslant0.$

$\therefore$ $x-y=0$，$y-z=0$，$z-x=0$

则 $x=y=z$。

又 $x+y+z=\frac{3}{2}\sqrt{2}$ 得 $x=y=z=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

说明： 这题给了两个条件，若求三个未知数的值，必须另有一个条件。由$a^2+b^2+c^2=0$中，$a\geqslant0$，$b\geqslant0$，$c\geqslant0$，则$a=b=c=0$。这种关系在解题中常用，仅$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$推出$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$也是常用的变形技巧。

例12 （84年天津市）计算

$$\frac{2a^{-2}b^{\frac{1}{2}}\left(-\frac{2}{3}ab^{\frac{3}{2}}\right)}{(2a^{-3}b)^2}$$

解 $$\text{原式}=\frac{-\frac{4}{3}a^{-1}b^2}{4a^{-6}b^2}$$

$$=-\frac{1}{3}a^5$$

说明： 进指数运算时，关键是弄清楚同底幂的运算法则。

例13 （85年营口市）填空

如果$\lg2=0.3010$，$\lg3=0.4771$，$\lg x=-1.8239$。那么$x=$ ________。

解： $\lg x=-1.8239=\bar{2}.1761$

$\because$ $0.4771-0.3010=0.1761$ $\therefore$ $\lg3-\lg2=\lg\frac{3}{2}=\lg1.5=0.1761$

$\therefore$ $x=0.015$

说明： 常用对数由首数和尾数两部分组成，首数是整数，尾数是正的纯小数或零。因此$\lg x=-1.8239$必须化为$-2+0.1761=\bar{2}.1761$。求眞数x时，应分析x的常用对数的尾数与已知对数尾数之间的关系，找出一个与x的对数尾数相同的眞数。即$\lg\frac{3}{2}$。再求x。

【复习指导】

数与式这部分内容是代数部分的基础知识，概念和运算法则较多，而且年年都要考查，因而要掌握好概念，熟悉运算法则。

实数集合

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数（自然数）}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数（正分数、负分数）——有限小数，无限循环小数}\end{cases}\\\text{无理数，无限不循环小数}\end{cases}
$$

其中特别注意数轴，相反数，绝对值，倒数等概念。

在运算中尤其注意各种运算中的符号法则。

代数式分类

$$
\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整　式——单项式，多项式}\\\text{分　式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}
$$

这部分应当注意掌握，同类项及其合并，去（添）括号法则，幂的运算法则，乘法公式和因式分解的方法。

幂的运算法则：$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$；$(a^m)^n = a^{mn}$；$(ab)^m = a^m \cdot b^m$；$a^m \div a^n = a^{m-n}$。（这里$a \neq 0$，$m > n$）m、n为正整数。

乘法公式：

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \quad (a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$$

$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3 \quad (a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$$

多项式进行因式分解时，首先观察其特点。

（1）有公因式时，先提取公因式；　（2）能否用公式（乘法公式逆用）分解；

（3）对二次三项式，除考虑用公式外，还可以考虑用十字相乘法，配方法，求根法等。求根法，若ax^2+bx+c的根是x_1，x_2。则$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$；

（4）以上方法都不行，则考虑拆项或添项；

（5）分解时，必须分解到在指定数集内，每一个因式都不能再分为止。若题目未指定数集，则在有理数范围内分解。

分式要注意分式的基本性质和运算法则。分式$\frac{a}{b}$，当$b=0$时，无意义，当$a=0$，且$b\neq 0$时分式的值为零。

根式部分是数式部分的重点内容之一，应该注意掌握根式的概念和算术根的意义。根式的性质及其运算法则。若$\sqrt[n]{a}$是一个根式。则

$$(\sqrt[n]{a})^n=a; \quad \sqrt[n]{a^n}=a\ (\text{n为奇数时})$$

$$\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases}a & (a\geqslant 0)\\-a & (a<0)\end{cases}\ (\text{n为偶数时})$$

$$\sqrt[n]{a^n}=\sqrt[np]{a^{np}}$$ （a≥0，m、n、p都是正整数且n>1）

特别应熟练掌握

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\quad (a\geq 0,\ b\geq 0)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\quad (a\geq 0,\ b>0)$$

指数和对数，要掌握指数的定义。$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots a}_{n个}$（a为任意实数），$a^0=1(a\neq 0)$，$a^{-m}=\frac{1}{a^m}$ $(a\neq 0)$。$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ $(a\geq 0)$，$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ $(a>0)$。

对数定义，如果 $a^b=N$（a>0，a≠1）那么b叫做以a为底N的对数，记作 $b=\log_a N$（其中a叫做底数，N叫做眞数）。

指数式和对数式的互化是经常用到的变形，当a>0，a≠1时，$a^b=N$，$b=\log_a N$。

对数恒等式，$a^{\log_a N}=N$，$\log_a a^b=b$（a>0，a≠1，N>0）。

同底对数的运算法则

$$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N;\qquad \log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N;$$

$$\log_a M^n=n\log_a M;\qquad \log_a\sqrt[n]{M}=\frac{1}{n}\log_a M\quad（其中M>0,\ N>0）$$

常用对数，以10为底的对数叫做常用对数，简单记作 lgN 。常用对数具有一般对数的性质，它的特殊性有 $\lg 10^n=n$（n为整数），常用对数有首数加尾数部分组成。首数是一个整数，尾数是一个正的纯小数或零。如 $\lg 20=1.3010$；$\lg 0.2=-1+0.3010=\bar{1}.3010$ 。应掌握确定一个正数的常用对数首数的方法。仅小数点位置不同的数，它们常用对数的尾数都相同，而首数不同。

这部分题目的类型很多，大体可分为三类：(1)考查概念的题目；(2)考查运算的题目；(3)考查能力的题目，但每种题目都离不开概念和能力，从题型来说，有判断是非题，直接填空题，选择填空题，问答题。这样的题目多是以考查基本概念，基本公式，基本法则为主，特别考查容易混淆的概念。

（二）方程、方程组和不等式

【历届题选】

1. 填空

（1）（81年上海）方程 $2x+3=0$ 的解是_______.不等式 $1-x\geq 2$ 的解是_______.

（2）（84年福建）x取_______的值时，代数式 $2x-5$ 的值不大于零.

（3）（84年上海）一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（a≠0）根的公式是______________，判