航天力学中的一些理论问题

（2）

宣蕃龙 著

科学出版社

内 容 简 介

本书叙述航天力学中的一些理论问题,平面情况时发射人造地球卫星的最佳轨道理论,以及该理论的各种应用.

本书适用于力学专业的高校师生及科技工作者阅读参考.

图书在版编目(CIP)数据

航天力学中的一些理论问题 (2)/竺苗龙著.-北京:科学出版社,2000

ISBN 7-03-008156-0

Ⅰ.航… Ⅱ.竺… Ⅲ.航天学:飞行力学-理论研究 Ⅳ.V412

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第72382号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

科地亚印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2000年7月第 一 版 开本:850×1168 1/32

2000年7月第一次印刷 印张:4 5/8

印数:1—800 字数:111 000

定价:15.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

代　序

苗龙同志：

拜读大作，深感我们有些搞工程技术的人，陷入用计算机求数值解不能自拔，而缺乏从学科角度用数学来解决问题的思路．先生此作对我们很有启发，愿互相帮助，共同促进．

谢光选

2000 年 1 月 3 日

本书作者竺苗龙请师辈长征三号运载火箭首任总设计师、中科院院士谢光选先生为本书作序，谢先生将以前曾写给作者的一封信略加修改寄给作者作为本书的代序．——编者

前　言

1994 年,我在科学出版社出版了英文版书“Some Theoretical Problems of the Spaceflight Mechanics”(《航天力学中的一些理论问题》).本书名为《航天力学中的一些理论问题(2)》,实际上它是上面那本英文书的续篇.

本书分三章.

第一章是关于航天力学中的一些理论问题.它主要是对 1994 年出版的那本书中有关内容之间的关系以及它与其它分支之间的关系,特别是对于应用而言,如何比较具体地操作等等,作了一系列深入的探讨.

第二章则是平面情况时关于发射人造地球卫星的最佳轨道的理论.

第三章是上述理论的各种应用.

为了下面叙述方便,我们不妨称前书(1994 年出版的英文书)为上册,而称本书为下册;上、下册合起来为全书.

上册的全部和下册的第一章,都是我本人及我和广宇等同志合作所作的关于多级火箭的结构参数优化理论方面的系列工作,这些工作希望它能自成一个小理论,应用它可解决航天力学中的一些其它问题.

下册的其余部分(即下册的第二、三章)是我们(我本人及我和吕茂烈等同事合作)所作的关于平面情况时发射人造地球卫星的最佳轨道理论方面的系列工作,这些工作也希望它能自成一个比较完整的小理论.当然它也可以解决一些航天力学中有关轨道的其它问题.

这样,全书的内容大致可以概括为以下三个部分:

一、关于航天力学中一些有关问题和理论问题探讨的具体结果.

二、关于多级火箭结构参数的优化理论.

三、关于平面情况时发射人造地球卫星最佳轨道的理论.

上册的具体内容,上册的前言中已有叙述.本书的内容可分为以下三个部分:

第一部分

该部分包括第一章,主要是讲上册的一些内容之间的有机联系及其与其它学科和分支的关系.也讲了除内容本身的意义之外的其它意义.表1实际上是把最佳轨道理论、运动优化理论、结构

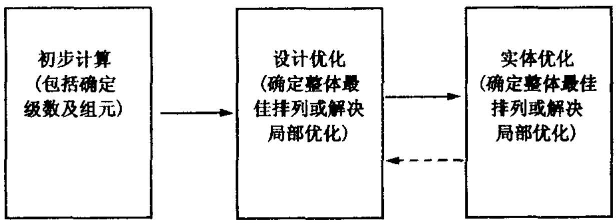


表1　复杂情况

参数的优化理论等等有机地联系起来.例如图1所示的目标轨道,我们计算后知,应在某一确定的推力 P 及 $r_0=300\text{km}+R$ 处进行最佳发射,$\alpha=\frac{\pi}{2}$,要求的速度 v_0 也能算出,其中 R 是地球的半径.

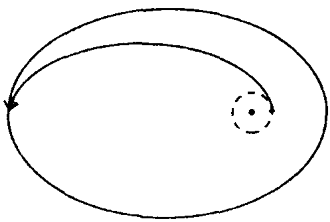


图1

考虑到由重力及气动阻力引起的速度损耗,进行多级火箭的级数的确定及级的选择(当然是在能用 n 级火箭决不用 $(n+1)$ 级火箭这一原则下,其它情况显然也可类似处理),这些就是初步计算的含义.

然后,再进行设计优化,最后进行实体优化……

此外,第一章中也涉及了航天力学中的一些其它问题.例如,如何正确论证随着级数的增大,多级火箭的特征速度也增大这么一个命题;最大的最大速度方案跟多级火箭的最佳排列的关系;在

优化设计时为什么不提最大的最大速度方案等问题；提高多级火箭的特征速度，以前从 $V=\sum w_i \ln r_i$ 出发总是讲：一是提高喷气速度 $w_i(i=1,2\cdots n)$，二是提高质量比 $r_i(i=1,2\cdots\cdots n)$. 现在能否换种说法以便更直观些……

第二部分

该部分包括第二章和第三章，详细介绍了关于平面情况时发射人造地球卫星(或航天器)的最佳轨道的理论及其各种应用.

我们知道，向目标轨道发射卫星可以有以下三种情况.

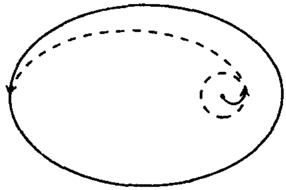


图 2

(1)在 r_0 处关机，经过惯性段，然后进入目标轨道(图 2).

(2)在目标轨道某点处直接进入(图 3).

(3)先进入一个停泊轨道，然后由停泊轨道转移到目标轨道(图 4).

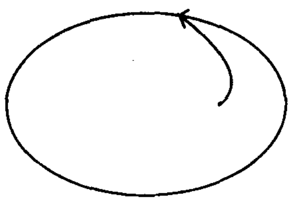


图 3

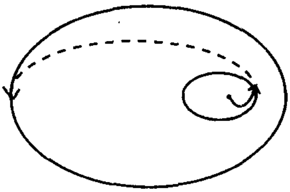


图 4

显见，(1)和(2)两种情况同属三段式最佳发射轨道情况，(3)则属于停泊轨道式.

一、三段式发射轨道

不妨设目标椭圆轨道的近地点的地心距为 r_P，远地点的地心距为 r_A.

(一)如果在 r_0 处由大气阻力和引力等引起的速度损耗大致

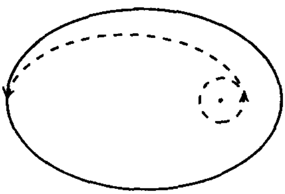


图 5

差不多;那么

(1)当 $r_0 \leqslant r_P$ 时,其最佳发射轨道如图 5 所示.

(2)当 $r_P < r_0 < r_A$ 时,其最佳发射轨道如图 6 所示.

(3)当 $r_0 \geqslant r_A$ 时,其最佳发射轨道如图 7 所示.

(4)不管 r_0 为何种情况,只要目标轨道是椭圆轨道.那么任何双曲弧段和抛物弧段都不能作为最佳发射轨道的惯性段.

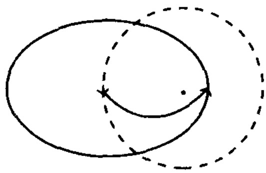


图 6

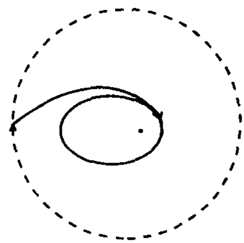


图 7

(5)画出了 $\min(v_0+\Delta v)$ 随 r_0 的变化图,并算出了对应的函数的解析表达式.

(6)上面的一些结论都是在一定的推力 P 及一定的 r_0 基础上做的,当然就有推力 P 及 r_0 的选择问题,即有一个在 P, r_0, α, v_0 这样范围内的整体最佳值问题,而上面的叙述实际上就是提供了一种求这种整体最佳值的方法

(7)把上面理论用到返回轨道中去,也可解决有关的问题.

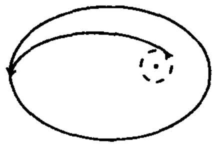
(8)如果目标轨道为一般二次曲线轨道,显然有关问题也可像书中所叙的那样去探讨.

至于这种情况的整体最佳如何求,正文中已有明确叙述,这里不再重复.

(二)如果在 r_0 处其损耗不但跟 r_0 有关而且随着 v_0 增大而

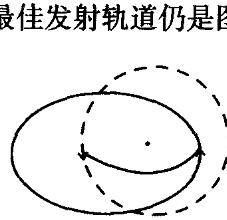
减小，那么以正文中所附的那个仿真的实例为例.

(1)当 $r_0 \leqslant r_P$ 时，优上加优，其最佳发射轨道仍是图 8 所示.



$r_0 \leqslant r_P$

图 8



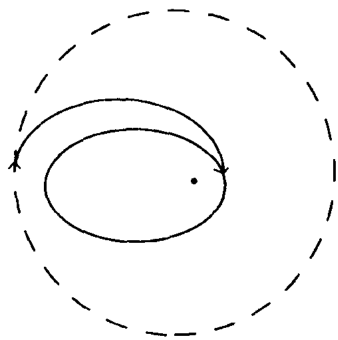
$r_0 \in [r_P + \delta \quad r_A]$

图 9

且可算出此范围内对应的最佳值 F_1(包括对应的推力和 r_0，下面不再重复).

(2)当 $r_0 \in [r_P + \delta \quad r_A]$时，其最佳发射轨道仍如图 9 所示.且可算出此范围内对应的最佳值 F_3.

(3)当 $r_0 \geqslant r_A$ 时，其最佳发射轨道仍是如图 10 所示，且可算出此范围内对应的最佳值 F_4.



$r_0 > r_A$

图 10

这里 δ 是这么一个数，即当 $r_0 \geqslant r_P + \delta$ 时其损耗基本上只与 r_0 有关而与 v_0 无关.但当 $r_0 \in [r_P \quad r_P + \delta]$时，情况就跟(一)不一样.

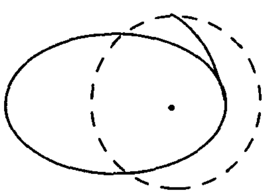


图 11

第一种情况.若 $F_i < F_1 (i = 3,4)$，那么先定义$\overline{v_0}$.我们在火箭于 r_0 处能达到的最大速度及 $r_0 \leqslant r_P$ 范围内的最佳值F_1 这两者中取其最小值定义为$\overline{v_0}$.然后以$\overline{v_0}$作为 v_0 向目标轨道发射(此时不限于椭圆弧段，并在近地点 P 进入.记

此发射轨道所对应的损耗为$\overline{A}(r_0)$,那么加上双内切时的 $\min(v_0 + \Delta v)$就可得

$$F = \min(v_0 + \Delta v) + \overline{A}(r_0)$$

显然对某一给定的推力及某一给定的 r_0 而言,其它任何的发射轨道其对应的指标值都将大于上面这个值.

然后我们把推力及 r_0也考虑进去,就可得 $r_0 \in [r_P \quad r_P + \delta]$ 这个范围内的

$$F^* = \min^*(v_0 + \Delta v) + \overline{A}^*(r_0)$$

如果 $F^* < F_1$,而以前已知 $F_i < F_1 (i = 3,4)$,那么此时 F_1 就是 $r_0 \in (0 \quad +\infty)$这范围内的整体最佳值,而且把对应的推力也确定下来了.

第二种情况.如果 $F_i < F_1 (i = 3,4)$不成立,或者 $F^* < F_1$ 不成立等.此时,对已算出的 F_1, F_3, F_4;我们就要计算 $r_0 \in [r_P \quad r_p + \delta]$这个范围内的最佳值 F_2.

前面(一)中的 F_2 从理论上讲是严格可算的,但这里的 F_2 只能基本上确定.

不妨设v_0可以$> \sqrt{\dfrac{2\mu^2}{r_0}}$.

那么,对椭圆弧段而言,不妨算一下图 12 所示的双内切、双外切以及直接进入的情况.

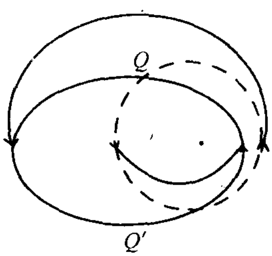


图 12

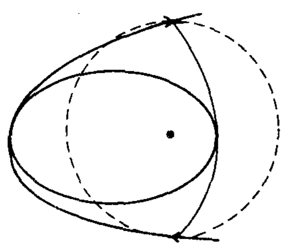


图 13

与$\sqrt{\frac{2\mu^2}{r_0}}$对应的抛物弧段，不妨在远地点、近地点进入各算一次（如果可以的话）.

与$\overline{v_0}$对应的双曲弧段，也不妨在远地点、近地点进入各算一次（如果可以的话）.

在这样计算的基础上，我们大致就能确定 $r_0 \in [r_P \quad r_P+\delta]$ 这个范围内的最佳值 F_2.

然后，从 $\min F_i (i=1,2,3,4)$我们就可得到 $r_0 \in (0 \ +\infty)$这范围内的整体最佳值. 当然也包括了其对应的推力.

这种方法虽然没有第一种情况那么简单，但它确确实实能求出整体最佳值来. 第一种情况若产生 $F^* < F_1$ 等情况，下面就无法做下去.

另外请注意：不管是前述（一）或（二）的方法，我们都能求出整体最佳，从而也就确定了对应的最佳推力和最佳 r_0. 但如果跟多级火箭的设计联系起来，从理论上来说，这里又有一个最佳推力及最佳 r_0 的多次优化问题，详见正文中有关部分.

二、停泊轨道式最佳发射及与三段式最佳发射的比较

（一）如果 r_0 刚好是停泊轨道的近地点

(1)对损耗而言，在 r_0 处基本上差异不大.

那么此时从能量的角度来看三段式发射与停泊轨道式发射是一样的. 但是三段式发射的点火次数小于停泊轨道式发射的点火次数.

(2)对损耗而言，不但跟 r_0 有关，而且随着 v_0 的增大而减小. 那么此时，从能量的角度看三段式发射也优于停泊轨道式发射. 至于点火次数显见仍跟(1)中一样. 还是三段式的点火次数小于停泊轨道式的点火次数.

显见，从能量的角度来看. 这个 r_0 最好是三段式发射时的最佳 r_0.

至于停泊轨道式最佳发射问题，详见正文叙述.

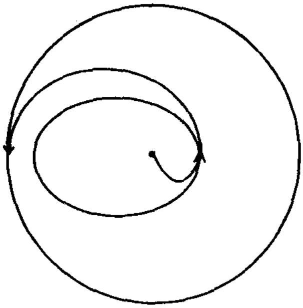


图 14

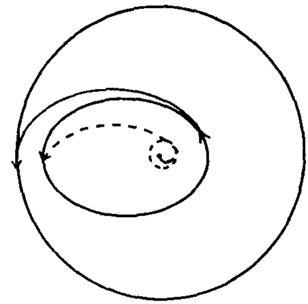


图 15

(二)如果 r_0 不在停泊轨道的近地点处

例如,如图 15 所示,r_0 小于停泊轨道的近地点的地心距.这时就把停泊轨道当作目标轨道.对这个目标轨道有一个最佳 r_0 的选择问题,不妨记为 r_{02}.这个 r_{02} 不一定在停泊轨道的近地点处.

这样,对于这个 r_{02} 又有一个最佳可行发射轨道与把 r_{02} 作为新的停泊轨道的近地点进行停泊轨道式发射的比较问题.而对这个新的停泊轨道而言,又有一个最佳 r_0 的选择问题,例如设为 r_{03},…….这些都能按我们的理论进行数值计算从而进行比较,正文中有详述.

(三)关于停泊轨道的选择

假若目标轨道是地球同步卫星的轨道(参见图 14).考虑到点火次数及省能量等因素.根据我们的理论,第一主动段的熄火点 r_0(或 r_k)应作为停泊轨道的近地点,并且这个 r_0 要是三段式发射时的最佳 r_0(即 r_0^* 及其对应的最佳推力)、并且这个椭圆停泊轨道越接近 r_0^* 处的最佳可行发射轨道越好(即 v_0 在允许范围内越接近 r_0^* 对应的 v_0^* 越好).

然后像图 14 所示的那样由停泊轨道转移到目标轨道上去,这样点火次数不多,能量也较省.

否则,这样的停泊式发射,从能量角度看不但比 r_0 处进行的

最佳可行三段式发射差,更比在最佳 r_0 处(即 r_0^*)三段式发射差.

第三部分

该部分叙述贾沛然、黄圳珪等同志作的两个实例的数值仿真,一个仿真是关于我们的“多级火箭结构参数的优化理论”中的一个结果,另一个仿真是关于我们的“平面情况时发射人造地球卫星最佳轨道的理论”中的一些结果.对此,不但工程界的同志比较重视,我作为一个长期搞基础理论的人也很重视.因为我长期来搞科研的总思路就是:先不考虑气动阻力等等因素的影响,直至我从理论上能搞下去得出一些新的结果来.(因为一开始就把气动阻力等等因素的影响考虑进去,那么理论上很难突破,例如解析解难求,一些新规律也难找等等)然后再对这些新结果进行实例的数值仿真,这时就把该考虑的例如像气动阻力等等因素统统考虑进去,看看这些新结果成立不成立.就像上面做的两个实例的数值仿真那样.最终结果表明,他们涉及到的新结果是正确的,而且效果也较令人满意.

如果对其它的结果也进行实例的数值仿真,仿真后发现有关结果不成立,那我们就要仔细分析,甚至建立新的模型.

任何有兴趣的同志都可以重新对这两个实例进行新的计算和仿真,看看原来的计算和仿真有没有什么错误(原来的计算和仿真已收录在下册的§1.6和§3.5),也可自己另找实例来进行新的数值计算和仿真.科学是不能有半点虚假的,不管是谁,只要能指出我们工作中的错误或不足之处,我都愿虚心听取、坚决改正,而且还要衷心感谢.对本书的其它内容也是如此.

最后,我要感谢师辈谢光选先生,他在百忙之中把过去写给我的一封信略加修改后作为本书的代序.这是他对我的关心和帮助,我衷心感谢他.

竺苗龙

1999年4月6日

目　录

第一章　关于航天力学中的一些理论问题

§1.1　关于航天力学中的一些理论问题(Ⅰ)

本章简要介绍一下 1994 年出版的《航天力学中的一些理论问题》(1994,科学出版社)[3]的主要内容间的相互的联系及与相关学科的关系.

1. 该书[3]在航天力学以外的其它方面的意义.

我们知道,该书叙述了我们在航天力学方面研究所得到的一部分理论成果,这些成果不仅适用于航天力学,若从其它角度来看,该书显然还有其它的意义,例如解决了下面这样的数学问题:

$$\begin{cases} \min P_n = \min \dfrac{1}{A_1 - B_1 + \dfrac{B_1}{r_1}} \cdots \dfrac{1}{A_n - B_n + \dfrac{B_n}{r_n}} \\ v = \sum\limits_{i=1}^{n} w_i \ln r_i \\ c_i \leqslant r_i \leqslant d_i \quad (i = 1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

这里 $\min P_n$ 表示上述问题的使 P_n 达最小值的点所对应的 P_n 值;$r_i(i=1,2,\cdots,n)$是变量;$c_i(i=1,2,\cdots,n)$和 $d_i(i=1,2,\cdots,n)$都可看作给定常数,但区间可开可闭,也可半开半闭等.

还解决了下述数学问题:

求

$$v_n = v_n(y_1, y_1, \cdots, y_n)$$

$$= w_1 \ln \frac{x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + \cdots + x_n + y_n + G}{x_1 + x_2 + y_2 + \cdots + x_n + y_n + G} + \cdots + w_n \ln \frac{x_n + y_n + G}{x_n + G}$$

在条件

$$0 \leqslant y_i \leqslant B_i \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = A$$

之下的最大值的一般变化规律.

从数学的角度看,这两个问题的解决都涉及到求非线性规划问题的解析解.我们知道,非线性规划问题的解析解一般情况下是求不出来的.但著作[3]中的方法(在第一章和第二章的有关内容中进行了详细介绍)彻底解决了这两个问题.显见,对于非线性规划中的类似数学问题,书中提供的方法也是有用的.

当然,从航天力学的角度来看,书上的方法解决了"多级火箭的最佳质量比"及"多级火箭的最大速度值的一般变化规律"等问题.

此外,在第三章中我们求得

$$\overline{v}_n = c\,\frac{e^{\frac{2v_n}{c}} - 1}{e^{\frac{2v_n}{c}} + 1}$$

这里 v_n 是经典力学中多级火箭的特征速度表达式,而 $\overline{v}_n$ 是相对论力学中多级火箭的特征速度表达式,c 是光速.

在多级火箭的优化理论中,上式很有用,利用这个式子我们曾得到过第三章中的好几个结论.

若有类似情况,显然也可用第三章中的方法去求类似的式子.

再则,这类式子还有其它用途,利用它们还可得出一些新的成果.

至于可以说明本书其它意义的其它的一些例子,我们就不一一列举了,细心的读者自己定会体会到.

2. 一个结论的正确证明.

很多论文和书都从公式

$$v_n = \sum_{i=1}^{n} w_i \ln r_i$$

着手来说明,多级火箭的级数增加其特征速度也单调上升.

我们在文献[3]的第二章严格证明了当 $n \to +\infty$ 时,$v_n \to +\infty$,$\overline{v}_n \to c$,这里 c 是光速.这就是说

$$v_n = \sum_{i=1}^{n} w_i \ln r_i$$

这个式子只能在低速时用,一般情况下它不能用.如果喷气速度很大,例如接近光速,那么即使是3~4级火箭也不能用.

所以要说明上述的一般结论,必须用下式

$$\overline{v}_n = c\,\frac{e^{\frac{2v_n}{c}} - 1}{e^{\frac{2v_n}{c}} + 1}$$

利用上式,显见

$$\begin{cases} \overline{v}_n = c\,\dfrac{e^{\frac{2v_n}{c}} - 1}{e^{\frac{2v_n}{c}} + 1} \\[2ex] \overline{v}_{n+1} = c\,\dfrac{e^{\frac{2v_{n+1}}{c}} - 1}{e^{\frac{2v_{n+1}}{c}} + 1} \end{cases}$$

而此时(参见文献[3]第二章中图2.2)

$$v_n = w_n \ln \frac{x_n + y_n + x_{n-1} + y_{n-1} + \cdots + x_1 + y_1 + G}{x_n + x_{n-1} + y_{n-1} + \cdots + x_1 + y_1 + G} + \cdots$$

$$+ w_1 \ln \frac{x_1 + y_1 + G}{x_1 + G}$$