

趣味数学故事

韩信乱点兵

韩世勋 编



吉林教育出版社

趣味数学故事

韩信乱点兵

韩世勋 编

吉林教育出版社

趣味数学故事 韩信乱点兵

韩世勋 编

责任编辑：邵迪新

封面设计：阮壮基

出版：吉林教育出版社 787×1092毫米 32开本 8,875印张 195,000字

发行：吉林省新华书店 1992年7月第1版 1992年7月第1次印刷
印数 1—4532册 定价：2.80元

印刷：长春市兴华印刷厂 ISBN 7—5383—1696—5/G·1490

编者的话

作为一种自然科学，数学理论是很高深的，但是仅就一般的基础知识来说，却既不难懂，也不枯燥，关键在于学习内容的安排和教学方法的改进。

少年儿童都爱听故事，有趣的数学故事能够激起他们学数学的兴趣。基于这样的想法，我编写了这本《趣味数学故事——韩信乱点兵》。我相信，读者在认真地阅读本书之后，对于数学的兴趣将会油然而生。

编写此书的目的，就是为了激发少年儿童学习数学的兴趣，启发和帮助读者寻觅研究问题的步骤、探索解决问题的方法。对一个问题，通过反复推敲，使他们能发现其中的窍门，掌握解决同一种问题的规律，为进一步学习打下扎实的基础。

古代有个寓言故事，说是有一位聪明人，宁肯不要仙人赠给他的大块黄金，而愿得到点金之术。学习数学也与此相似，应该培养自己的学习兴趣，养成爱动脑的好习惯，坚定信心，善于思考，从而加强分析问题和解决问题的能力，达到举一反三，触类旁通的目的。

作者

1991年4月

目 录

一、猜数（一）	（ 1 ）
二、猜数（二）	（ 13 ）
三、必胜的窍门	（ 24 ）
四、分家的难题	（ 35 ）
五、韩信乱点兵	（ 44 ）
六、神奇的方阵	（ 55 ）
七、有趣的圆阵	（ 71 ）
八、一笔画	（ 90 ）
九、淘汰与反淘汰	（ 100 ）
十、巧妙的计算	（ 109 ）
十一、倍增的奥妙	（ 128 ）
十二、不可思议的八卦	（ 143 ）
十三、数字的规律（一）	（ 154 ）
十四、数字的规律（二）	（ 174 ）
十五、逻辑的推理	（ 193 ）
十六、应用问题（一）	（ 211 ）
十七、应用问题（二）	（ 223 ）
十八、数学常识	（ 240 ）
十九、牛顿问题	（ 263 ）
二十、破译密码	（ 274 ）

一、猜数（一）

魏星常常为自己的数学成绩不好而苦恼，但谁也没有料到，他的数学难关，竟被老爷给突破了。

事情是这样的：

猜 拳 头

假期刚刚开始，魏星和爸爸、妈妈去看望老爷。当老爷听到魏星为什么而苦恼时，只是淡淡地说：“那可能是学的不得法。”过了一会，又微笑着说：“魏星！平常功课也挺紧的，好不容易放假了，就休息休息吧，也别做作业了，咱俩玩一玩，好嘛？”

魏星听到老爷这样说，心里轻松了许多，连忙笑嘻嘻地说：“好哇！可是，玩什么呢？”

老爷说：“我看，咱俩就猜拳吧！”

“猜拳？”魏星疑惑不解地说道：“我不会喝酒，也不会划拳！”

“不是那种拳，而是猜手里的数！”

“手里的数可怎么个猜法呢？”

老爷说：“我这里有一些一分钱的硬币，你随便拿几枚攥在手心里，我就能够知道你拿的是几枚！”

“是明着拿，还是暗中拿呢？”

“当然是暗中拿呀！”

魏星摇摇头说：“我不相信！”

“你手中拿的钱数，我可以算得出来，这是科学。”

“我还是不信。”

老爷说：“光争论没有用处，不信你就试试吧！”

于是，老爷从钱盒中抓起一把钱，自己留下，把其余的连盒交给魏星。

魏星转回身去，从盒里悄悄地拿起6枚一分钱的硬币，放在手里，攥得紧紧的，还把钱盒用手帕盖起来，以免被老爷看见。一切都准备好了，然后转回身来，把拳头伸出去。这时，老爷也准备好了，把拳头伸过来。

老爷说：“你拿的是几分钱，我已经知道了。为了增加兴趣，我先不明说，拐个弯儿告诉你。你仔细听着：‘你拳对我拳，凑成十分钱。你有几分钱，给你几分钱，剩在我手中，还有八分钱！’”

魏星说：“好吧，现在试试看吧！”他一边说着一边把手张开。老爷一看，魏星拿的是6分钱，就从自己手里拿出4分钱来，交给魏星说：“给你这些，加上你的就凑成了10分钱，对不对？”魏星答道：“对！”老爷又从手里拿出6分钱来，交给魏星，说：“你有6分钱，给你6分钱，对吧？”魏星答道：“对！”“我说去了给你的钱以外，我手里还有几分钱？”老爷问道。

“还有8分钱。”

“对呀！现在你看看吧。”

老爷把手张开，手里剩的果然是8个一分的硬币。这一下子可把魏星给搞糊涂了，他想：真怪呀，我手里拿的是6分钱，老爷怎么知道的呢？他决定再来一次，说：“老爷，咱们再来一次试试。”老爷笑咪咪地点头说：“好！那就再来一次吧。”

这次，魏星拿的只是1分钱，却故意把拳头放松，显得鼓鼓囊囊的，以示拿得很多。他想：这样一来老爷就没法估计了。

谁知老爷依然是满有信心地伸出拳头来，并没有仔细观察魏星的拳头，就说：“你拳对我拳，凑成10分钱，你有几分钱，给你几分钱，剩在我手中，还有3分钱！”

真怪，和上次一样，又被老爷猜对了。

就这样，一连试了好几次，每次都被老爷猜对了。这引起了魏星浓厚的兴趣，非要学会这个本领不可。他说：“先让我琢磨琢磨，看看到底是怎么猜对的。”“那很好，只要有兴趣，你就研究研究吧！”老爷笑咪咪地望着他。

魏星反复琢磨，也理不出头绪来，真后悔当初没有好好学习数学。过了很长时间，他终于不好意思地去问老爷：“老爷，这是什么道理，我实在研究不出来了。你告诉我吧！”

老爷看他有了学习兴趣，心里非常高兴，说：“好，你再拿几分钱，我讲给你听。”魏星便信手拿了4分钱。老爷也拿了十几分钱，然后说：“你看，你拿的是4分钱，我再给你6分，凑成10分，对吧？”说着拿出6分钱来。

“对！”魏星点头。

“你有4分，我给你4分，对吧！”说着又拿出4分钱。

“对！”

“现在先不管你的钱是多少，只看看我的钱是多少。”一边说，一边把6分和4分摆成一趟。问魏星：“这是多少呢？”

“是10分。”

“我手里剩几分呢？”

“剩5分。”

“你现在不拿4分，另换一个钱数再试试！”

魏星拿了8分。

老爷说：“从我这10分钱里，先给你2分，凑成10分，再把剩下的8分给你，我手还剩下几分？”

“还是剩下五分。”

“这就对了。只要把我手里拿的钱数事先查清楚，不管是十几分钱，减去固定的10分钱，就是剩余的钱数，与你拿的是几分钱丝毫没有关系，所以，我才能够每次都猜对。其实，我根本不知道你拿的是几分钱。”

魏星说：“我拿的钱在不足10分时好办。如果是10分或是多于10分，那可怎么办呢？”

老爷慢慢地说：“那也同样适用。当你正好拿的是10分钱时，不用凑，就够了，只赔上10分就完了。如果你拿的是12分钱，在凑成10分时，就可以拿过2分钱来，放在我手里，使你的钱变成10分钱，然后，我再给你12分钱，其中的2分钱是从你手里拿来的，这时我手里剩下的钱数还和先前一个样。”

魏星听了，很受启发，说：“数学原来是很有趣的。”于是，他就找表弟韩博去玩。

韩博听魏星说要玩猜拳，就说：“是你拳对我拳，凑成10分钱的玩法吗？”

“是呀！我还没说你怎么就知道了？”

“爷爷已经教给我了。”

魏星见韩博早已学会，就要另玩别的。韩博却说：“就玩这个也行！我正有个问题想和你研究。”

原来上次韩博学完“猜拳游戏”时，爷爷曾要求他要想出一种或几种类似的玩法，可是韩博还没有想出新的玩法，这才要和魏星研究。

魏星听了，对韩博说：“你拿几个棋子，我拿几个棋子，咱们试试吧。”

两人都伸出拳头。魏星说：“你子加我子，凑成八个子。你有几个子，给你几个子。我手剩下的，还有五个子。”

韩博说：“凑成八个恐怕不行，……”

魏星说：“张开手看看吧！”

两人张开手一看，韩博拿的是7个棋子，魏星拿的是13个棋子。先从13个棋子中拿出1个来凑成8个，随后又拿出7个来，剩下的果然是5个。

韩博高兴地说：“成功了，成功了！果然凑成八个也行。这是什么道理呢？”

魏星说：“我来给你证明一下。”他一面说，一面在纸上写道：

假设我拿的是13个棋子，你拿的是 b 个棋子。我先给你 a 个。使 $b + a = 8$ 。即 $b = 8 - a \dots\dots (1)$

这时，我手里剩下的是 $13 - a$ 。

接着，我再给你 b 个。我手里剩下的是

$$13 - a - b \dots\dots (2)$$

把(1)代入(2)

$$\begin{aligned} & 13 - a - (8 - a) \\ &= 13 - a - 8 + a \\ &= 13 - 8 \dots\dots (3) \end{aligned}$$

写到这里，魏星说：

“可见，把从我手中拿的数，减去凑成的数，就是剩下的数。与你拿的是多少根本没有关系。”

韩博受了启发，说：“我想，不论用钱、棋子，还是用铅笔、乒乓球来玩，都可以总结出下面的规律：

你的加我的，要凑成 c 个，

你的有 b 个，再给你 b 个，

剩在我这的，正好是 d 个。

这样行不行？”

魏星说：“肯定行！”

小朋友们，你们说，这样行吗？如果行，那么请你想一想， $d + c$ 是什么？ b 和 c 的大小关系又怎样？

猜 表 格

魏星学会“猜拳”以后，学数学的积极性很高。一天，他到市场去买东西，看见一个占卜的“先生”，他正在给人算卦。卦摊旁的墙上，挂着一张表格，他走到近前仔细一看，那表是这样的：

表1—1

年 龄 表

行 \ 列	一	二	三	四	五	六
数	1	2	4	8	16	32
	3	3	5	9	17	33
	5	6	6	10	18	34
	7	7	7	11	19	35
	9	10	12	12	20	36
目	11	11	13	13	21	37
	13	14	14	14	22	38
	15	15	15	15	23	39
	17	18	20	24	24	40
	19	19	21	25	25	41
	21	22	22	26	26	42

续表

行	列	一	二	三	四	五	六
数 <							

这时，身旁一个男子问道：“先生！这表怎么看法？有什么用处？”

算卦的人说：“这是一张神秘的表，表中有各种数字，你看哪几列里有你的岁数，只要告诉我列数，我就知道你的岁数。”

那人查了一会说：“二、三、四、五列都有。”

算卦的人略一沉吟说：“你是三十岁！”

那人现出非常惊奇的样子说：“一点不差！”

魏星听了不大相信。心想，光说哪列有自己的岁数，真能算出来吗？为了试验，就看好了自己的岁数，然后说：“先生，我的岁数在一、二、四列！你能……”

还没等说完，算卦的人就说：“十一岁，对吧！”

魏星吃了一惊，诚恳地说：“你算得真准，但我不知道是怎么算出来的。请你给我讲讲好吗？”

算卦人哈哈大笑，故弄玄虚地说：“我只能给你算，却没法告诉你。这里面有奇门遁甲的法术，怎能一言半语就讲得清楚？”

魏星见他不说不说，只好拿出钢笔，把表上的数字抄写下来，准备带回家去研究。

在家里，他仔细地琢磨着这张表。他发现，那些数字有的连续，有的不连续。第一列，每两个数字都不连续；第六列，所有的数字都连续着；而第二、三、四、五列，则是连续几个、间断几个，连续的个数与间断的个数相等。可是这种残缺不全的数字表，能够起什么作用呢？他想不出来。接着，他又横着去看，发现，相同的数字，往往出现在不同的列数里。除了63这个数字各列都有外，其他的数一般是这几列有，那几列没有，仅仅告诉哪几列有，怎么就能知道是多大岁数呢？他怎么也琢磨不出道理来，于是，他想到了去向老爷请教。到了老爷家，他马上从兜里掏出“年龄表”给老爷看，并向老爷叙述了经过。

老爷问：“你相信那是奇门遁甲吗？”

“当然不相信！可是他确实把我的岁数说对了。”

“你研究过各列数字的状况了吗？”

魏星把他研究所得对老爷说了，接着说：“看不出那些断断续续的数与猜岁数有什么关系。”

老爷又进一步问：“对各列的头一个数也研究过了吗？”

“这个，可没研究过！”

老爷笑着说：“最重要的地方你却忽略了，这各列的头一个数可是大有文章啊！你再看看。”

魏星一看，可不是吗，第二列的“2”是第一行“1”的二倍，第三列的“4”是第二列的“2”的二倍，那以下各列的头一个数，都是前一列头一个数的二倍。魏星说：“假如再有一列，那就得从64开始了，以后是128、256等，对不对？”

老爷高兴地说：“很好，你已经看出规律来了。”

“写上256有啥用，人还有活到二百多岁的吗？”

“其实这个表并不限于用在猜年龄上，用来测算一般的数也是准确的，只要把含有某个数字的各列顶上的数字相加就得出来了。譬如你的十一岁，就是由第一列、第二列和第四列的头一个数1、2、8相加得出来的。”

魏星一算，果然对。又拿好几个别的数来试验，都对。

老爷看见魏星惊讶的样子，便解释说：“这个数字表的原理，看来好像简单，实际却很深奥。你学过二进制么？”

“什么是二进制？”

“咱们日常使用的阿拉伯数字，都是十进制，即逢十进一。但是，记数的方法不一定都得逢十进一，二进制就是其中的一种。利用这种方法，逢2就进位成1。举例说吧，1就是1，而2则记成10。3记成11。4记成100，如此类推。必须注意的是，这个100与十进位的100写法虽然相同，内容

可大不一样，因此通常需要标明。例如100（二进制），这就能与十进位的数字分开档。你明白了吗？”

“明白了！”

“那好，我给你写一张表，等号左边的数是十进位的，右边的数是二进位的！右边的数可不能念成十，十一，一百等，而应念成壹零、壹壹、壹零零，如此类推。”

于是老爷从1开始往下写

1 = 1	2 = 10	3 = 11	4 = 100
5 = 101	6 = 110	7 = 111	8 = 1000
9 = 1001	10 = 1010	11 = 1011	12 = 1100
13 = 1101	14 = 1110	15 = 1111	

写到这里，老爷停住笔，问道：“下边该是什么数？怎么写？”说着把钢笔交给魏星。

魏星想了想，接着写

16 = 10000	17 = 10001	18 = 10010
------------	------------	------------

写到这里，魏星抬头看着老爷，似乎是在问：“我写的对吗？”

老爷点头说：“很对，再往下写几个。”

魏星又往下写

19 = 10011	20 = 10100	21 = 10101
22 = 10110	23 = 10111	24 = 11000
25 = 11001		

“这样挨着写比较好写，若是单拿出一个十进位的数字，比如57，要用二进制来记数，应该怎么写呢？”老爷问道。

魏星想了一会儿，摇了摇头。

“有两种方法：一是除法，二是减法。除法，即连续用2除，除到最后为止。例如，求57的除法是：

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 57} \\
 \underline{2 8} 1 \\
 2 \overline{) 14} 0 \\
 \underline{2 7} 0 \\
 2 \overline{) 3} 1 \\
 \underline{1} 1
 \end{array}$$

点线后面的数是余数，无余写 0，然后把最后一个余数和其他余数从下往上连在一起，就行了。这样，57 的二进制写法就是：111001。”

“这二进位的数与前面说的年龄表有啥关系？”

“它和年龄表的规律是一致的，凡是第一列里有的数，换成二进制的数时，其最后一位数都是 1；第一列里没有的数最后一位数是 0；凡是第二列里有的数，换成二进制的第二位数都是 1，没有的数是 0，以此类推。例如 57 的 111001，就是除了第二列，第三列外，其余四列都有 57。把那四列上面的头一个数加起来，正好是 57。不信，你查表看看！”

魏星查完表，说：“完全对！用除法计算，我懂得了，若用减法，该怎么算呢？”

“用减法更简单，先列一个表：

.....	128	64	32	16	8	4	2	1
-------	-----	----	----	----	---	---	---	---

然后再把已给的数从表上比该数小的最大的数当中依次地往下减，够减的写 1，不够减的写 0，各用括弧注明，减到最后，再把括弧中的数字排起来就得。仍以 57 为例

$$\begin{array}{ll}
 57 - 32 = 25 \quad (1) & 25 - 16 = 9 \quad (1) \\
 9 - 8 = 1 \quad (1) & 1 - 4 \quad (0) \quad 1 - 2 \quad (0) \\
 1 - 1 = 0 \quad (1)
 \end{array}$$

把括弧里的数字连起来是111001。这和前面用除法求得的数完全相同。”

老爷最后说：“二进制的算法很简单，电子计算机就是根据这个原理进行计算的。”

“除了二进制，还有别的进位法么？”“还有三进制、四进制、五进制、六进制等。尽管数字各不相同，换算的要领是一致的。以上说的都是小于十的。根据需要也有大于十的进位方法。譬如古代的秤规定16两为1斤，从两求斤时就得用16进位法计算。假设1 257两，就不是125.7斤，还有150丈为1里，这些都应该怎样换算，你想一想吧。”

小朋友们，请你们也跟魏星一道，去想一想、练一练。