

傅作新 沈潛民著

373 10 瓜形闸门的闸墩应力分析

水利电力出版社

弧形閘門的閘墩应力分析

傅作新 沈潛民著

*

2055 S 604

水利电力出版社出版(北京西郊科学路二里沟)

北京市书刊出版业营业许可证出字第105号

水利电力出版社印刷厂排印 新华书店发行

*

787×1092 $\frac{1}{2}$ 开本*2印张*47千字

1959年4月北京第1版

1959年4月北京第1次印刷(0001—3,070册)

统一书号: 15143·1633 定价(第10类)0.30元



前 言

在水閘結構中，閘墩材料所占的比重是很大，因此，如何正確地設計閘墩，達到多快好省的目的，是水閘設計中的一個關鍵問題。

由于選用閘門結構的不同，水閘的閘墩受力情況也不一樣。過去對閘墩的應力分析，不論它受力情況如何，都是按杆件力學方法分析，這樣得到的結果就可能和實際情況出入很大，特別是由于採用弧形閘門而使閘墩受到集中力作用的情況。

整風運動中，江蘇省水利廳勘測設計院在復查二河閘設計時，對已往閘墩應力分析方法提出了疑問，經華東水利學院工程力學教研組同志們的建議和協助，把閘墩應力問題作為彈性力學中平板中心受力和平板彎曲的問題來進行分析。通過二河閘閘墩的核算和偏光彈性試驗的驗證，得到了良好的結果。

但是用彈性力學方法計算，工作量是很大的，在具體應用時將要耗費大量時間，特別是在應用松弛法求邊閘墩的變形方面。我們在計算二河閘邊墩時，不松弛一套（即一種受力情況）化了十多個工作日，在計算二河閘松弛四套，化了三十多個工作日，這是和目前生產大躍進形勢下，繁重的設計任務不相適應的。我們認為簡化工作的方向應該是曲綫化或表格化。

這里，我們就着兩種比較常用的高寬比例的閘墩計算了應力和變形，並將結果列成表格，只要條件符合，就可直接應用，若比例不完全相同，可以用插入法求近似結果，這樣可以

大大节省时间(据估计采用我們的表格設計開墩时，可以將应力分析時間从20个工作日减少到3个工作日)。

本文中的理論总结和表格計算系在徐芝綸教授指导下，由傅作新、沈潛民两同志合作完成。

目 录

一、中閘墩的分析.....	4
二、边閘墩的分析.....	11
三、边閘墩的加强.....	21
四、附表及其应用.....	24
五、結語.....	40

一、中閘墩的分析

1. 解決的方法

閘墩形狀通常是比較複雜的(見圖1)。為了使問題簡化，我們用矩形等厚的平板來代替，該平板下邊固定於底板，其他三邊為自由邊界。

由於中閘墩受到對稱的閘門推力，它們的合力作用在閘墩的對稱面內，所以中閘墩的應力分析屬於彈性力學的平面應力問題。

在一般情況下，閘門支座尺寸遠較閘墩尺寸為小，而且布置在閘墩的某一個角點上，因此，閘門推力 R 可以用在該角點的两个力 P 、 Q 和一個力偶 M 來代替(見圖2)。

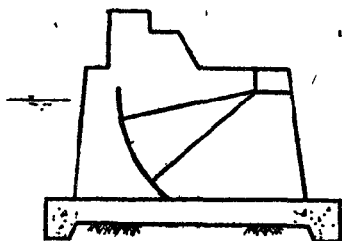


圖1

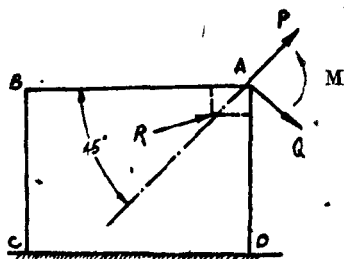


圖2

為了求 P 、 Q 及 M 引起的應力，可以把閘墩當作無限大直角楔形板的一部分，在角點 A 作用著外力 P 、 Q 及 M (見圖3)。因為 BC 邊實際上是自由的，為了消去該邊界上的應力，可以加上與楔形板內產生的大小相等方向相反的應力。將上述兩組

情况下产生的应力相迭加，便得到 BC 为自由边界时的解答（这种解法没有考虑到 CD 固定边的影响）。

在研究 P 、 Q 及 M 在无限大楔形板内产生的应力时，可以应用已有的结果。在研究相反载荷引起的应力时可以将闸墩当作一短悬臂梁来考虑。

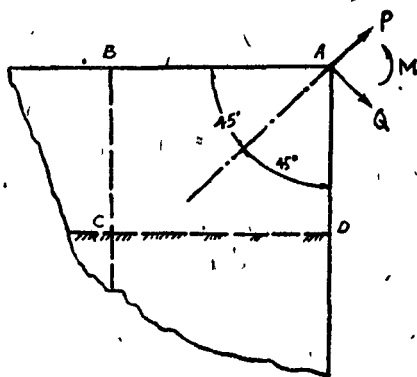


图 3

2. 基本方程式

我们分别求各基本情况下的应力公式。在下述公式中假设闸墩厚度等于 1 公尺，而 P 、 Q 、 M 是单位厚度上作用的力。

(1) 楔形板在顶点受集中力 P 作用：根据弹性理论，在这种情况下板内应力为：

$$\sigma_{r_1} = \frac{P}{\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{\cos \theta}{r},$$

$$\sigma_\theta = 0,$$

$$\tau_{r_\theta} = 0.$$

考虑到 $\alpha = 45^\circ = \frac{\pi}{2}$ ，代入 σ_{r_1} 式，并且用直角坐标表示三角函数，得到：

$$\sigma_{r_1} = \frac{\sqrt{2} P}{1 + \frac{\pi}{2}} \frac{x+y}{x^2+y^2} \quad (a)$$

(2) 楔形板在顶点受集中力 Q 作用：在这种情况下

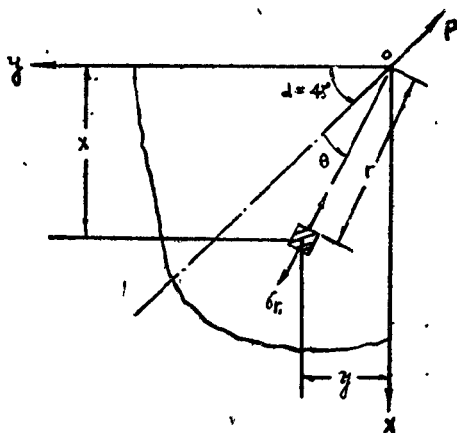


图 4

$$\sigma_{r_1} = -\frac{Q}{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{\sin \theta}{r},$$

$$\sigma_\theta = 0,$$

$$\tau_{r_\theta} = 0.$$

同理可写成

$$\sigma_{r_1} = -\frac{\sqrt{2} Q}{\frac{\pi}{2} - 1} \cdot \frac{x-y}{x^2+y^2} \quad (b)$$

(3) 楔形板在顶点受力偶 M 的作用:

$$\sigma_{r_1} = \frac{2M \sin 2\theta}{(\sin 2\alpha - \cos 2\alpha) \cdot r^2},$$

$$\sigma_\theta = 0,$$

$$\tau_{r_\theta} = -\frac{M(\cos 2\theta - \cos 2\alpha)}{r^2(\sin 2\alpha - 2\alpha \cos 2\alpha)}.$$

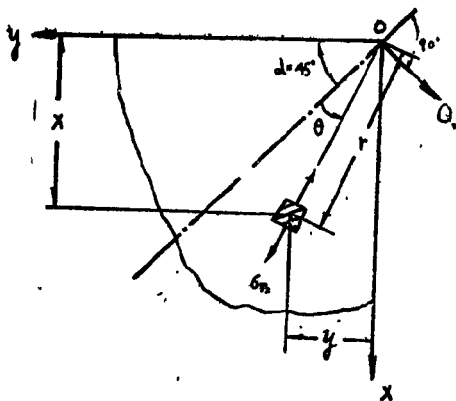


图 5

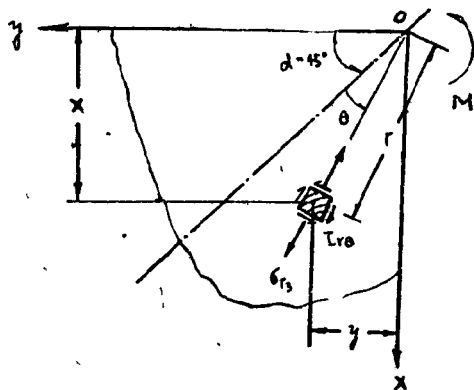


图 6

可以得到

$$\sigma_{r_s} = \frac{2M(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}, \quad (c)$$

$$\tau_{ro} = -\frac{2Mxy}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (d)$$

(4) 极坐标与直角坐标应力成分间的关系: 当分别求出了由 P 、 Q 及 M 引起的应力后, 将其迭加便得到楔形板在 P 、 Q 、 M 作用下总的应力。然后应用求斜截面上应力的方法求出各点在 x 、 y 面上的正应力和剪应力。

研究图 7 的单元, 根据该单元的平衡条件可以求得

$$\sigma'_\theta = \sigma_r \sin^2 \theta + \tau_{r\theta} \sin 2\theta,$$

$$\tau_{\theta y} = \frac{1}{2} \sigma_r \sin 2\theta + \tau_{r\theta} \cos 2\theta.$$

同理可得

$$\sigma_y = \sigma_r \cos^2 \theta - \tau_{r\theta} \sin 2\theta.$$

因为 $\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$

$$\sin 2\theta = 2 \frac{xy}{x^2 + y^2}, \cos 2\theta = \frac{y^2 - x^2}{x^2 + y^2}.$$

代入前三式得到

$$\sigma_\theta = \sigma_r \cdot \frac{x^2}{x^2 + y^2} + 2\tau_{r\theta} \cdot \frac{xy}{x^2 + y^2}, \quad (6)$$

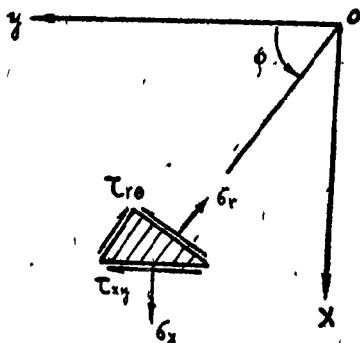


图 7

$$\sigma_y = \sigma_r \cdot \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 2\tau_{r\theta} \cdot \frac{xy}{x^2 + y^2}, \quad (f)$$

$$\tau_{xy} = \sigma_r \cdot \frac{xy}{x^2 + y^2} - \tau_{r\theta} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad (g)$$

$$\text{式中 } \sigma_r = \sigma_{r_1} + \sigma_{r_2} + \sigma_{r_3} = \frac{\sqrt{2}P}{\frac{\pi}{2} + 1} \cdot \frac{x+y}{x^2 + y^2} - \frac{\sqrt{2}Q}{\frac{\pi}{2} - 1} \cdot \frac{x-y}{x^2 + y^2} + \frac{2M(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}, \quad (h)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{2Mxy}{(x^2 + y^2)^2} \quad (i)$$

从上式得到应力为正号时，其应力方向如图 8 所示。

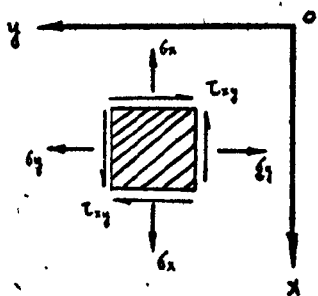


图 8

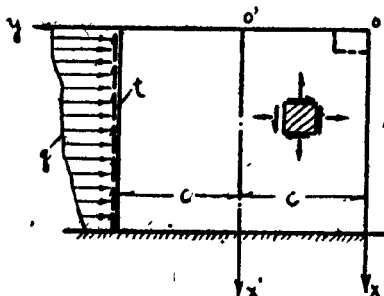


图 9

(5) 自由边界上应力的消除：根据上节结果，可以求出楔形板在 P 、 Q 、 M 作用下任意点的 σ_x 、 σ_y 及 τ_{xy} 值，也可以求出自由边界 BC 上的应力。为了消去这个边界上的应力，我们加上与该边界上应力大小相等方向相反的载荷 q 和 t （见图 9），这种相反载荷引起的应力与楔形板的应力迭加，便得到各点的真正应力。

从弹性理论知道：在分布载荷 q 、 t 作用下，闸墩内各点

的应力为:

$$\sigma_x = -\frac{M'}{I}y' + \frac{N}{2C}\left(1 + \frac{3y'}{C}\right), \quad (j)$$

$$\sigma_y = -\frac{q}{2} - q\left(\frac{3y'}{4C} - \frac{y'^2}{4C^2}\right), \quad (k)$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q}{2I}(C^2 - y'^2) + t\left(-\frac{3y'^2}{4C^2} - \frac{y'}{2C} + \frac{1}{4}\right). \quad (l)$$

式中 $y' = y - C$;

$$I = \frac{(2C)^3}{12} = \frac{2}{3}C^3;$$

M' ——载荷 q 在某点所在横截面上引起的截面弯矩;

N ——载荷 t 在某点所在横截面上引起的截面轴力;

Q ——载荷 t 在某点所在横截面上引起的剪力。

(6) 闸墩自重引起的应力: 由于闸墩自重引起的应力为:

$$\sigma_x = \gamma_c \cdot x \quad (m)$$

$$\sigma_y = 0,$$

$$\tau_{xy} = 0.$$

式中 γ_c ——混凝土的容重。

(7) 主应力大小及方向的确定: 为了正确校核闸墩的强度, 必须知道所发生的最大正应力(主应力)的大小及方向。主应力的方向和大小可用材料力学方法来解决。

主应力大小可以由下式求出:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (n)$$

σ_1 与 x 轴所成角度 α 由下式确定:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_1} \quad (o)$$

α 的方向以沿 x 轴顺时针方向旋转为正向。

主应力的大小和方向也可以用馬尔圓的方法来解决（馬尔圓求主应力的方法可参考 H.M. 別辽耶夫著材料力学上册）。

3. 中閘墩的分析步驟

中閘墩的应力分析可以按照下面步驟进行：

(1) 將閘門总推力除以閘墩厚度，得到閘墩单位厚度所受的推力。然后将单位推力向角点 A 搬移，并分解成 P 、 Q 、 M 三个分量。

(2) 根据計算需要，將閘墩平面用坐标綫分成若干个矩形格子，并为各結点編上号碼。

(3) 应用公式(a)–(d)求各結点在极坐标面上的徑向应力 σ_r 及剪应力 $\tau_{r\theta}$ ，再用(e)–(h)式求出各点在直角坐标面上的应力 σ_x 、 σ_y 及 τ_{xy} 。

(4) 加上与自由边界 BC 上应力大小相等而方向相反的載荷 q 与 t ，应用(k)–(m)式求各点的 σ'_x 、 σ'_y 及 τ'_{xy} ，然后与已得結果 σ_x 、 σ_y 及 τ_{xy} 迭加，再加上自重所引起的应力(η)，便得到各点的真正应力。

(5) 求各点主应力大小、方向并繪出主应力射綫。

二、边閘墩的分析

1. 問題的解决方法

边閘墩通常受到不对称的閘門推力。将这种不对称的閘門推力向閘墩的对称面搬移，得到作用在对称面內的推力和垂直于閘墩平面的力偶。所以边墩的应力分析属于彈性力学平面問題和平板弯曲問題的組合。

应用上节介紹的方法可以解决問題的第一部分，問題的第二部分需要用平板的弯曲理論来解决。由于我們的问题比較复

杂，不易获得精确的答案，所以在本章中只介绍平板弯曲的数值解法。

2. 平板弯曲的数值解法

(1) 平板弯曲的基本方程式：平板弯曲问题可归结为寻求中央面挠度 $w(x, y)$ ，该挠度在板内各点满足基本方程式（公式 a）且在边界上应满足给定的边界条件。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (a)$$

式中 q ——垂直于板面的分布载荷强度；在我们的问题中 $q=0$ ； $D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$ ； t ——板厚。

函数在某一点的微分可以近似的用函数在该点的有限差分来代替。我们采用边长为 δ 的正方形格网（见图 10），于是 (a) 式将可写成为：

$$20w_0 - 8(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + 2(w_5 + w_6 + w_7 + w_8) + (w_9 + w_{10} + w_{11} + w_{12}) = \frac{q_0 \delta^4}{D} \quad (b)$$

在应用数值解法时，上式便代替了基本方程 (a)。

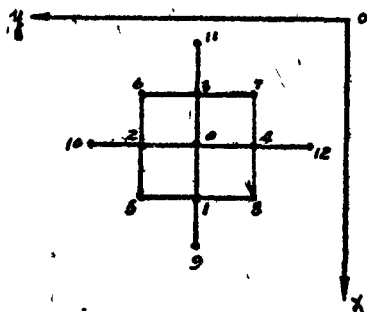


图 10.

(2) 边界条件: 在我們問題中 AB 、 BC 及 DA 三边均为自由边界。 CD 为固定边界, 仅在角点 A 作用有垂直于板面的集中力偶 m_x 及 m_y (见图11)。于是各边界与各角点上边界条件为:

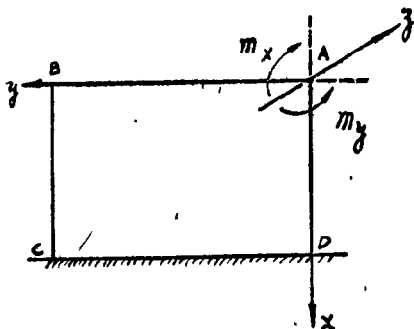


图 11

DA 边

边界条件是:

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0,$$

$$Q_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{2 - \mu}{2} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right) = 0.$$

将上述条件改写为差分式后, 可以求出边界外两排结点上的挠度与内结点挠度的关系 (即将边界外结点的挠度用边界内结点的挠度代替)。

若结点 11、3、0、1、9 在边界上, 而 7、4、8、12 在边界外, 从 0 点边界条件 $M_y = 0$, 则

$$w_4 = 2(1 - \mu)w_0 - \mu(w_1 + w_9) \quad (c_1)$$

用第二个边界条件 $Q_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0$, 并考虑到此时结点 7、4、8 的挠度为已知, 得到

$$w_{12} = w_{10} - 2(3 - \mu)(w_2 - w_4) + (2 - \mu)(w_6 - w_7 - w_8 + w_9) \quad (c_2)$$

AB 边

边界条件是:

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0$$

$$Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial y} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{1}{2 - \mu} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) = 0$$

当结点10、2、0、4、12在边界上，而6、3、7、11在边界外时，得到

$$w_8 = 2(1 - \mu)w_0 - w_1 - \mu(w_3 + w_4), \quad (d_1)$$

及

$$w_{11} = w_9 - 2(3 - \mu)(w_1 - w_3) + (2 - \mu)(w_5 - w_6 - w_7 + w_8) \quad (d_2)$$

BC边

边界条件是：

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0,$$

$$Q_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{1}{2 - \mu} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right) = 0.$$

当结点11、3、0、1、9在边界上，而6、2、5、10在边界外时，得到

$$w_8 = 2(1 - \mu)w_0 - w_1 - \mu(w_1 + w_3) \quad (e_1)$$

及

$$w_{10} = w_{11} + 2(3 - \mu)(w_2 - w_4) - (2 - \mu)(w_5 - w_7 - w_8 + w_6) \quad (e_2)$$

CD边

因为固定边界上各结点挠度已知为零，所以我们只需求出边界外一排结果的挠度值。在固定边界上边界条件为：

$$w = 0, \text{ 及 } \frac{\partial w}{\partial x} = 0.$$

当结点5、1、8在固定边界上，而9在板外时

$$w_8 = w_1 = w_5 = 0 \quad (f_1)$$

及

$$w_9 = w_0 \quad (f_2)$$

角点A

当角点A与角点O重合时(见图12)，结点8、6的挠度值可

以根据結点 1 的边界条件 $M_x=0$ ，及結点 2 的边界条件 $M_y=0$ 求出。为了求其他五个結点 (3、4、11、7、12) 的撓度值，可应用角点 A 的五个边界条件： $M_x=\frac{m_x}{\delta}$ ， $M_y=\frac{m_y}{\delta}$ ， $Q_x+\frac{\partial H_x}{\partial y}=0$ ， $Q_y+\frac{\partial H_y}{\partial x}=0$ 及 $H_x=H_y=0$ 。

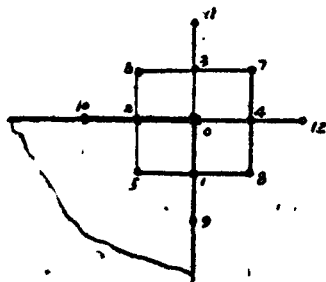


图 12

从 $M_x=\frac{m_x}{\delta}=M_1$ 及 $M_y=\frac{m_y}{\delta}=M_2$ ，得

$$w_3=2(1+\mu)w_0-w_1-\mu(w_2+w_4)-\frac{M_1\delta^2}{D},$$

$$w_4=2(1+\mu)w_0-w_1-\mu(w_1+w_3)-\frac{M_2\delta^2}{D}.$$

解以上二式得到

$$w_3=2w_0-w_1-\frac{M_1-\mu M_2}{D(1-\mu^2)}\delta^2, \quad (g_1)$$

$$w_4=2w_0-w_1-\frac{M_2-\mu M_1}{D(1-\mu^2)}\delta^2. \quad (g_2)$$

式中 M_1 与 M_2 都有符号，在我們的问题中均为負值。

从其他三个边界条件可以得到求 w_{11} 、 w_{12} 及 w_7 的公式：

$$\begin{aligned} w_{11} &= w_3 - 2(3-\mu)(w_1-w_3) \\ &+ (2-\mu)(w_5-w_6-w_7+w_8), \end{aligned} \quad (g_3)$$