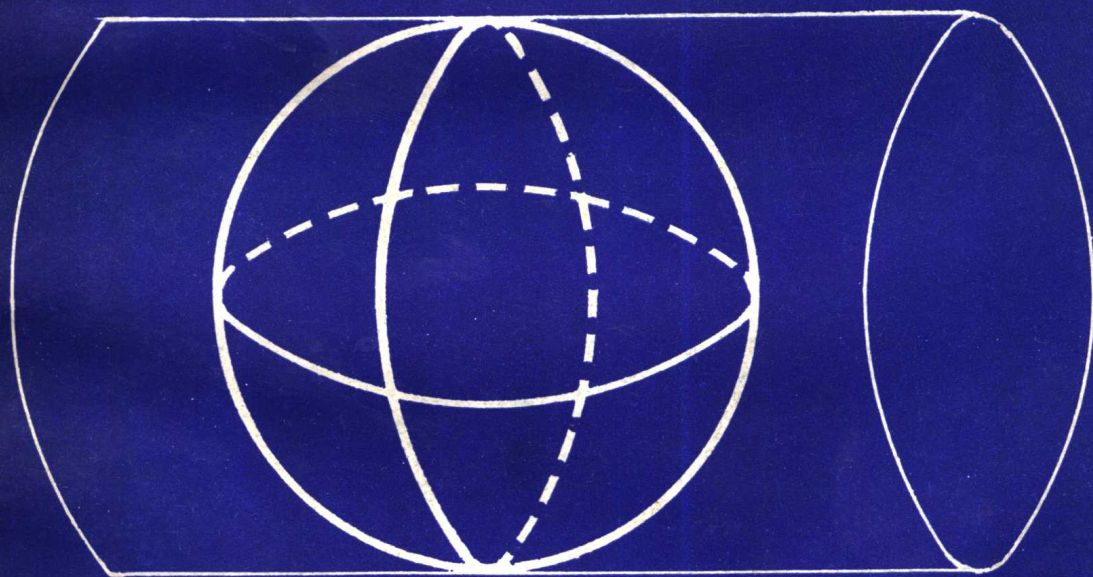


高等学校教材

数学制图学原理

吴忠性 杨启和编著



测绘出版社

高等学校教材

数学制图学原理

吴忠性 杨启和 编著

测绘出版社

内 容 简 介

本书首先阐述了曲面理论和各种曲线坐标,进而讨论了地图投影的基本理论,在这个基础上说明探讨地图投影的不同途径和方法,同时对重要的高斯-克吕格投影及由此衍生的投影作了专门的论述。最后说明地图投影经纬线网的自动绘制,以解决地图数学基础的自动建立问题。

本书可作为地图制图专业研究生的教材,同时可供测绘工程技术人员、研究人员以及有关高等院校师生学习和参考。

数学制图学原理

吴忠性 杨启和 编著

*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

*

开本 787×1092 1/16 ·印张 28.5 ·字数 641 千字

1989 年 6 月第一版 · 1989 年 6 月第一次印刷

印数 0,001—1,300 册 · 定价 5.65 元

ISBN 7-5030-0255-7/P·98

前 言

数学制图学在我国是发展比较快的一门科学，出版的教科书、参考书和投影计算用表已有十几本；专题论文，也发表了不少篇。前者多偏重于实用方面，理论深度写得不够；后者虽然具有一定的理论深度，且方法也多新颖，但写的大多不够简炼，文字过长，读起来有点费力。我们早就有一个愿望，想写一本方法比较全面，内容比较广泛，具有一定的理论深度，系统性较强，阐明问题扼要，能反映我国建国以来在这方面所研究的成果，而又能将国际上出现新的问题写进去，成为一种带有原理性质的数学制图学作品。于是我们就鼓起勇气，在繁忙中抽出一些时间，从事这本书的写作，经过两年多的努力，写了又改，改了再写，反复推敲，现在总算写成了。写得如何，有待专家给予评定。

本书着重写原理和方法，常见的图表和计算，其它书中有的，这里都未载入。关于探求地图投影的原理和方法，我们认为归纳起来不外乎四个方面，即：按投影的变形性质探求地图投影的方法，按投影的经纬线形状探求地图投影的方法，按投影的变形分布探求地图投影的方法，按投影的其它条件探求地图投影的方法。从这四个方面去写，基本上可以概括问题的全貌，新的老的都可以结合进去。从事地图投影教学和研究人员，如在这四个方面再进一步探讨，一定可以发现许多新的问题，能促进这门科学向更高更新的方向发展。

当然，数学制图学的内容不限于这四个方面，有它的一定的理论基础，所以我们在写这四个方面之前，写了曲面上某些理论、曲线坐标以及地图投影的一般原理这两部分，其目的是为写这四个方面奠定基础。地球面上除了讨论它的经纬线投影之外，还讨论了某些特殊曲线的投影。现在所出版的书大多未涉及，或简单的提出某一问题，我们为此专门写了一章，用以弥补这方面的不足。还有关于空间投影和地图投影的变换的内容。自从人造地球卫星出现之后和制图向自动化方向发展，给数学制图学带来一些新问题，我们在本书中写了这两章，即是为了解决这些问题。当前对地图投影的计算，一般都不是用老的方法，而是用电子计算机进行计算，在这里我们专门写了经纬线网自动绘制一章，即是为了启发读者学会用这种新方法进行计算，既省时又省事，这说明地图投影的计算已不是一件难事了。

本书是结合国内外研究成果而写出来的，其中也包括我们所研究的问题，凡是引用别人研究成果，我们都分别一一作了说明，使读者知道问题的来龙去脉，且也是对别人的尊重。

本书在写作过程中，有关共性的问题放在一起写，个性的问题再分别加以说明，这样既节省了篇幅，且可举一反三，而不重复。

本书绪论和第三、五、六至十一章是由吴忠性教授写的，第一、二、四、十二、十三、十四章是由杨启和教授写的。书中插图除部分是计算机辅助绘制的外，其余都是刘如

松同志绘制的。在此，致以谢意。

我们的水平有限，看的资料也不全，是否还有某些重要问题而未写进去，希望读者指教。写的有无错误，或理解不够，亦请读者批评指正！

编著者

1988年6月

目 录

绪论	(1)
第一节 数学制图学的研究对象和任务	(1)
第二节 数学制图学发展概况	(1)
第一章 曲面坐标系和曲线坐标	(7)
引言	(7)
第一节 曲线坐标和曲面上线素的基本形式	(7)
一、曲线坐标	(7)
二、曲面上线素的基本形式	(8)
第二节 曲线的大地曲率和大地线	(11)
一、曲线的大地曲率	(11)
二、大地线	(12)
第三节 大地线的微分方程式	(12)
第四节 大地直角坐标和大地极坐标	(14)
一、大地直角坐标	(14)
二、大地极坐标	(15)
第五节 地理坐标和主曲率半径	(16)
一、地理坐标	(16)
二、以归化纬度 u (或地理纬度 B 或地心纬度 ϕ) 和经度 L 为参数的地球椭球面方程式	(16)
三、主曲率半径的计算公式	(18)
第六节 球面极坐标和球面直角坐标	(20)
一、球面极坐标	(20)
二、球面直角坐标	(21)
第七节 球面椭圆坐标	(21)
第八节 椭球面和球面上的线素	(26)
一、椭球面的线素	(26)
二、球面的线素	(27)
第九节 等量坐标	(29)
第十节 球面几何问题	(32)
第二章 地图投影的一般理论	(36)
引言	(36)
第一节 地图投影的一般概念	(36)

第二节 长度比和面积比	(38)
一、长度比	(38)
二、基本变换矩阵	(40)
三、面积比	(42)
第三节 方位角变形	(43)
第四节 主方向	(47)
第五节 更深入的几个概念	(49)
一、方位角的最大变形	(49)
二、长度的最大变形线	(52)
三、长度不变形线	(52)
第六节 角度变形	(53)
第七节 变形椭圆、等变形线和变形椭圆的应用	(56)
一、变形椭圆	(56)
二、等变形线	(58)
三、变形椭圆的应用	(58)
第八节 地图投影变形的量度	(62)
一、变形的近似式	(62)
二、某点沿所有方向长度变形的量度	(62)
三、面积变形和形状变形的量度	(63)
四、整个描写区域内变形的量度	(63)
第九节 地图投影的微分方程和探求地图投影的一般方法	(64)
一、地图投影的微分方程	(64)
二、探求地图投影的一般方法	(69)
第十节 以极坐标表示的投影和变形公式	(71)
第十一节 地图投影分类	(72)
一、按地图投影变形性质分类	(72)
二、按正轴投影经纬线形状分类	(74)
三、按其它标志的地图投影分类	(75)
第三章 椭球面在球面上的投影	(78)
引言	(78)
第一节 椭球面在球面上投影的一般公式	(78)
第二节 椭球面在球面上等角投影	(79)
第三节 椭球面在球面上等面积投影	(87)
第四节 椭球面在球面上等距离投影	(90)
第五节 椭球面在球面上任意投影	(91)
第四章 按投影的变形性质探求地图投影的方法	(93)
引言	(93)

第一节 等角投影的一般公式	(93)
一、等角投影的微分方程	(93)
二、在等角投影中经纬线映象的曲率	(96)
三、等角投影正反解坐标变换的一般公式	(98)
第二节 等角投影微分方程的某些特解	(101)
一、 $\ln v = \text{常数}$ 和 $\ln v = \psi(B)$ 的情形	(101)
二、 $v = \Theta(B) + L(I)$ 的情形	(102)
三、求调和多项式	(109)
第三节 等角投影的等变形线方程	(112)
一、等角投影等变形线的微分方程	(112)
二、等变形线微分方程的特解	(113)
三、投影中心点附近的等变形线形状	(118)
第四节 具有极值特性的等角投影	(120)
一、两类具有极值特性的等角投影	(120)
二、契比雪夫投影的几个特例	(121)
第五节 探求等角投影的方法	(124)
一、探求等角投影的一般方法	(124)
二、拉普拉斯和泊松方程的变分解法	(126)
三、有限差分法	(132)
四、最小二乘法	(135)
五、已知变形分布求等角投影坐标的方法	(136)
第六节 等面积投影的一般公式	(142)
第七节 探求等面积投影的方法	(145)
一、探求等面积伪圆柱投影的方法	(145)
二、根据纬线方程或经线方程探求等面积投影的方法	(148)
三、探求等面积投影的拉格朗日全积分法	(151)
第八节 正交投影的一般公式	(155)
一、正交投影的微分方程及其特解	(155)
二、根据经线族或纬线族建立正交投影	(157)
三、用极坐标建立正交投影	(161)
第九节 探求正交投影的方法	(164)
一、根据 $g_i^2 + g_j^2 = \frac{1}{v^2}$ 方程探求正交投影	(164)
二、根据给定的经线长度比建立正交投影	(165)
三、拉格朗日全积分法在探求正交投影中的应用	(170)
第十节 等距离纬线投影	(172)
一、一般理论	(172)

二、正交直经线等距离纬线投影	(174)
第十一节 等分纬线投影	(178)
一、 $n = P = f(\varphi)$ 等分纬线投影	(178)
二、等分纬线投影的探求	(180)
第五章 按投影的经纬线形状探求地图投影的方法	(185)
引言	(185)
第一节 方位投影	(186)
一、方位投影的一般公式	(186)
二、等角、等距离和等面积方位投影	(187)
三、透视方位投影	(189)
四、方位投影的概括公式	(190)
五、方位投影的性质和变形分析	(191)
第二节 圆柱投影	(192)
一、正轴圆柱投影的一般公式	(192)
二、等角、等距离和等面积正轴圆柱投影	(194)
三、透视正轴圆柱投影	(195)
四、横轴和斜轴圆柱投影的一般公式	(197)
五、等角、等距离和等面积横切圆柱投影	(198)
六、等角和透视斜轴圆柱投影	(199)
七、圆柱投影的性质和变形分析	(199)
第三节 圆锥投影	(201)
一、正轴圆锥投影的一般公式	(201)
二、等角、等距离和等面积正轴圆锥投影	(203)
三、横轴和斜轴圆锥投影的一般公式	(213)
四、等角、等距离和等面积横轴和斜轴圆锥投影	(213)
五、圆锥投影的性质和变形分析	(214)
第四节 伪方位投影	(216)
一、伪方位投影的一般公式	(216)
二、苏联中央测绘科学研究所伪方位投影	(217)
三、等距离伪方位投影	(219)
第五节 伪圆柱投影	(220)
一、伪圆柱投影的一般公式	(220)
二、等面积伪圆柱投影	(221)
三、任意伪圆柱投影	(231)
四、伪圆柱投影的变形与应用分析	(235)
第六节 伪圆锥投影	(235)
一、伪圆锥投影的一般公式	(235)

二、等面积伪圆锥投影	(236)
第七节 多圆锥投影	(237)
一、多圆锥投影的一般公式	(237)
二、普通多圆锥投影	(239)
三、1:1 000 000国际地图投影	(241)
四、拉格朗日投影	(245)
五、正交多圆锥投影	(251)
六、不等分纬线多圆锥投影	(254)
七、多圆锥投影族	(257)
第六章 按投影的变形分布探求地图投影的方法	(261)
引言	(261)
第一节 新的方位投影探求方法	(261)
一、乌尔马耶夫新的方位投影	(261)
二、探求方位投影的图解解析法	(264)
第二节 新的圆柱投影探求方法	(266)
第三节 应用数值解析法建立新的圆锥投影	(268)
第四节 新的多圆锥投影的探求方法	(271)
一、苏联中央测绘科学研究所多圆锥投影	(271)
二、吻接圆弧边经线多圆锥投影	(280)
第七章 按投影的其它条件探求地图投影的方法	(289)
引言	(289)
第一节 哈默-爱托夫投影	(289)
第二节 反方位投影	(291)
第三节 双方位投影	(295)
第四节 多重透视方位投影	(297)
第五节 双重透视方位投影	(298)
第六节 按变形椭圆长短半径函数条件探求地图投影	(300)
第七节 组合投影	(306)
一、组合伪方位投影应用于中国全图	(306)
二、乌尔马耶夫建立的组合投影法[39]	(310)
第八节 多焦点投影	(312)
第九节 变比例尺投影	(315)
第八章 高斯-克吕格投影及其衍生投影	(319)
引言	(319)
第一节 高斯-克吕格投影	(319)
第二节 双标准经线等角横圆柱投影	(325)
第三节 高斯-克吕格投影族	(329)

第九章 地球椭球面（或球面）上某些特殊曲线的投影	(332)
引言	(232)
第一节 等角航线及其投影	(333)
第二节 大圆航线及其投影	(335)
第三节 小圆圈线及其投影	(338)
第四节 双曲线及其投影	(340)
第五节 等方位线及其投影	(344)
第十章 月球地图投影	(345)
引言	(345)
第一节 用于月球的几种投影	(346)
一、月球方位投影	(346)
二、月球等角圆柱投影	(346)
第二节 几种月球投影变形分析	(346)
第十一章 空间地图投影	(348)
引言	(348)
第一节 空间斜墨卡托投影	(349)
第二节 卫星轨迹投影	(356)
一、卫星轨迹圆柱投影	(356)
二、卫星轨迹圆锥投影	(359)
第十二章 地图投影变换的理论和方法	(363)
引言	(363)
第一节 地图投影变换的基本方法	(363)
第二节 等量纬度、等面积纬度和等距离纬度的直接反解变换	(365)
一、变系数泰勒幂级数法	(365)
二、常系数三角级数法	(367)
第三节 地图投影的解析变换	(369)
一、地图投影的反解变换	(369)
二、地图投影的正解变换	(373)
第四节 地图投影的数值变换	(375)
一、二元三次多项式逼近	(375)
二、双二次多项式逼近	(376)
第五节 等角投影的解析变换和数值变换	(377)
一、等角投影正解变换的一般公式	(377)
二、几种常用等角投影间的常系数正解变换公式	(378)
三、等角投影的数值变换	(381)
第六节 地图投影的第三类坐标变换	(384)
一、地图投影第三类坐标的解析变换	(384)

二、等角投影第三类坐标的数值变换	(385)
三、第三类坐标变换的直线插值方法	(388)
第七节 计算机辅助地图点位信息的变换	(389)
一、地图点位信息的数值变换和平差	(389)
二、计算机辅助地图投影变换	(392)
第八节 等角投影坐标变换 BASIC 程序包	(396)
一、等角投影正反解坐标变换的 BASIC 程序	(396)
二、等角投影常系数坐标变换的 BASIC 程序	(397)
三、等角投影数值变换的 BASIC 程序	(397)
四、地形图图幅元素的 BASIC 程序	(398)
五、等角斜圆柱投影、等角斜圆锥投影正反解坐标变换的 BASIC 程序	(400)
六、等角投影第三类坐标数值变换的 BASIC 程序	(400)
第九节 平面图形变换的理论和方法	(401)
一、平面图形变换的一般理论	(401)
二、平面图形变换的一般方法	(403)
三、平面图形变换的应用举例	(405)
第十三章 地图数学基础的自动建立	(411)
引言	(411)
第一节 计算机辅助建立地图数学基础的一般方法	(411)
第二节 地图经纬线网的自动绘制	(413)
一、各种地图投影经纬线网的自动绘制	(413)
二、经纬线分幅图数学基础的自动绘制	(415)
三、矩形分幅图经纬线网的自动绘制	(416)
第三节 地图专题数学要素的自动绘制	(417)
一、海图数学基础和双曲线格网的自动绘制	(417)
二、量距量角专题数学要素的自动绘制	(420)
第四节 变形椭圆、方向改正算图和位置线的自动绘制	(421)
一、方位投影变形椭圆的自动绘制	(422)
二、球心投影方向改正算图的自动绘制	(422)
三、墨卡托投影位置线的自动绘制	(424)
第十四章 地图数学元素的量度	(426)
引言	(426)
第一节 地图数学元素量度的一般公式	(426)
一、地图上经线和纬线的曲率公式	(427)
二、地图上大地线曲率公式	(428)
三、地图上量度大地线的基本公式	(430)

四、地图上大地线及其弦长之差.....	(432)
五、地图上大地线与弦之间夹角.....	(432)
六、地图上大地线到弦的垂直距离.....	(434)
七、大地线弧长及其投影弧长之差.....	(435)
第二节 正航线在具有直经线等角投影中的量度.....	(438)
一、正航线在具有直经线等角投影中的曲率公式.....	(438)
二、应用举例.....	(441)
参考文献	(444)

绪 论

第一节 数学制图学的研究对象和任务

任何一门学科都有它的一定研究对象和任务，没有它的一定研究对象和任务，就不能构成一门独立的学科。每一门学科都有它自己所特有的一种特殊矛盾，有了这种特殊矛盾，才能构成这门学科所研究的对象。所有学科都是如此，少有例外。数学制图学本身的特殊矛盾是地球椭球的表面（这种表面在几何学中属于不可展的曲面）与平面之间的矛盾。它的研究对象就是解决这种矛盾的，即探讨地球椭球的表面在平面上描写的理论与方法，以及这些理论与方法的应用。它的任务是建立地图数学基础及其有关问题。地图数学基础主要指的是地图上的经纬线网，它是地球表面上地理坐标曲线在平面上的表象，所以，它的研究任务在很大程度上是研究几何学中的平面曲线族问题。

数学制图学通常又叫地图投影学，因其最初方法是用几何映射的方法建立地图数学基础的，以后数学发展了，主要用其它数学方法建立，故又称之为数学制图学。但“地图投影”一词沿用已久，并不妨碍它的发展，故至今仍有用这个名称的，其实质两者没有多大的区别。

根据当前这门学科的发展，它的研究任务主要是：

1. 解决各种不同用途地图经纬线网如何建立的理论与方法，以及它的计算与展绘问题；
2. 确定投影变形的分布规律和大小，明确它的应用程度与范围，以及选择最佳投影方案和评价地图投影质量的准则问题；
3. 解决不同地图数学基础变换的理论与方法，以及适应这种理论与方法所需各种数学模型及其电算问题；
4. 解决地球椭球面上某些特殊曲线在地图上描绘的理论与方法，和对地图上一些要素在图上进行量算作业，以及投影的判别问题；
5. 求解地球面上某些球面几何问题；
6. 探求卫星摄影所用的空间投影和其它星球投影问题。

不言而喻，随着生产实践和科学的发展，数学制图学研究的范围和内容，将会更加扩充和丰富。

第二节 数学制图学发展概况

地图投影用之于天体图或地图，最初方法很简单，主要用的是几何透视方法。随着生产的不断发展和人类生活的需要，地图的种类愈来愈多，对地图投影的要求愈来愈高，促

使其应用其它数学方法而日趋完善。同时,受其它科学发展的影响,如数学、地理学、测量学等,而逐渐形成现代的科学体系。但数学制图学之所以能发展,还是如前所述,是由于地球椭球面是一个不可展的曲面,而地图常是平面这种矛盾而产生和发展起来的。外因是变化的条件,内因是变化的依据,外因通过内因而起作用,才能引起事物的发展。

下面分别说明在各个历史时期数学制图学的发展概况。

最初的投影是用来制作天体图的,如希腊天文学家塞利斯(Thales,公元前640~546年)最早用日晷投影(即球心投影)编制天体图。用于编制地球表面的地图是亚历山大天文学和地理学家埃拉托色尼(Eratosthenes,公元前276~194年)在其完成第一次弧长测量的基础上而编制出的“世界图”,应用了经纬线互相垂直的等距离圆柱投影。这一时期,另外一些学者,如天文学家喜帕恰斯(Hipparchus,公元前160~125年)还发明一些地图投影——球面、正射及简单的圆锥投影,并指出利用天文点编制地图的方法。

古希腊地图制图学的发展与托勒密(Claudius Ptolemaeus,约90~168年)的著作有很大的联系。在他的著作中,除了阐明编制地图的方法之外,还拟定了伪圆锥投影及改良简单圆锥投影,并说明以前已知三种投影——圆柱、球心及正射投影的作图法。

数学制图学有了较大的发展是随着16世纪伟大的地理发现,扩大了地球的地理概念而日益发展起来的。这一时期荷兰杰出地图制图学家墨卡托(Gerhardus Mercator, 1512~1594年)曾拟定出等角圆柱投影用以编制世界地图。由于这种投影有一可贵的特性——等角航线描写成直线,因而迄今仍用于编制海图。除此之外,这一时期的地图还利用了以下一些投影,等距离方位投影、球面投影、心脏形投影、伪圆锥投影、梯形投影以及其它一些投影。

到了17至18世纪,数学制图学的发展,逐渐具有现代的特点。这一时期发展的特征,实测地形图应用了地图投影。如西欧的三角测量中曾应用了卡西尼(Cassini, 1714~1784年)和彭纳(Bonne, 1752~1777年)投影。此外,对投影的理论,亦有较深的研究,如兰勃特(Lambert, 1728~1777年)、欧拉(Euler, 1707~1783年)、拉格朗日(Lagrange, 1736~1813年)等人都对之作出一定的贡献。兰勃特曾写出等角投影的一般理论,并拟定了等角圆锥、等面积方位和等面积圆柱投影;欧拉研究了等面积投影,并拟定了新的等面积圆锥投影;拉格朗日研究了等角双圆投影的一般理论。

19世纪,由于军事制图的发展和地形测量的扩大,探索地图投影主要朝着保证大比例尺地图数学基础的方向发展。首先应当指出的是德国高斯(Gauss, 1777~1855年),他拟定了一个曲面在另一个曲面上的描写包括椭球面在球面上描写的一般理论,并提出等角横轴圆柱投影——高斯投影。这种投影现在许多国家的地形图都应用之。法国底索(Tissot)对地图投影变形的一般原理阐述最为完善,同时指出了近似计算等角投影的方法以及从他所示变形椭圆适宜分布的角度出发,提出了一系列投影常数确定的原则。

在19世纪末期和20世纪上半叶,对数学制图学贡献较大发展较快的要推俄国及苏联学者。如1856年,俄国科学院院士契比雪夫(П.Л.Чебышев, 1821~1894年)所发表的地表一部分描写于地图上最适宜的投影,是在描写边界线上长度比保持为同一数值的投影。这一理论对探求新投影的方向极为重要。在苏联前期发展中,有维特科夫斯基

(В.В.Витковский, 1856~1924年), 金格尔(Н.Я.Цингер, 1842~1918年), 克拉索夫斯基(Ф.Н.Красовский, 1879~1948年)和卡夫拉依斯基(В.В.Каврайский, 1884~1954年)等人。维特科夫斯基写了一本很早的数学制图学教科书,并提出了两种投影——等距离与等面积圆锥投影的计算方法。金格尔1916年在《论最适宜的圆锥投影》一本著作中拟定了一种计算等角与等面积圆锥投影的新方法——描写区域范围内纬线长度均方和为最小作为指定条件。这一方法,后经卡夫拉依斯基和克拉索夫斯基加以补充,使其更加完善,获得了等距离、等角和等面积长度均方和为最小的圆锥投影。此外,卡夫拉依斯基在其《数学制图学》和《数学制图学研究》的著作中,曾分析了一系列投影,并将这些投影引向实际的应用。特别是他所拟定的实际应用于苏联许多地图的双标准纬线等距离圆锥投影,以及拟定了两种很有价值的等面积圆锥投影和一种任意伪圆锥投影。在苏联的近期中,对数学制图学的发展贡献较大的有乌尔马耶夫(Н.А.Урмаев)、索洛维耶夫(М.Д.Соловьев)、金兹布尔格(Г.А.Гинзбург)和伏尔可夫(Н.М.Волков)等人。特别是乌尔马耶夫在理论上贡献最大,在他的《新投影探求法》和《数学制图学研究》二书中,提出根据已知变形分布推求新的投影,利用数值法,求出投影的坐标值,这是前人从未提出过的,这为探求新投影开辟了一个广阔的途径。索洛维耶夫拟定了一些透视圆柱投影,这种投影广泛地应用于苏联教学地图,此外,他还提出了多重透视投影。金兹布尔格拟制了一系列的方位投影、伪圆柱投影、多圆锥投影、等变形线为椭圆或卵形的伪方位投影,并写了《投影选择集》和《小比例尺图上量测》等书。伏尔可夫写出一本比较系统的完整的《图上量测原理和方法》一书,充实了数学制图学这一部分的内容。

近年来为了解决卫星探测器获取的空间地理信息用什么投影方式记录在图象平面上,促使数学制图学又开辟一个新的研究领域——空间投影。美国柯弗柯雷塞尔(A. P. Colvocoresser)和斯尼德尔(J. P. Snyder)于1974年以后相继拟定了空间斜墨卡托投影和卫星轨迹投影,以迎合这方面的需要。这是四维空间的投影,时间成为投影的参数,其投影的推导方式要复杂得多。

还有,为了解决某些专用地图的需要,要求在一个投影平面上,投影比例尺发生显著的变化,即某一地区或几个地区较之其它地区投影比例尺放大一两倍,用以显示这些地区的详细内容,于是又出现了变比例尺地图投影和多焦点地图投影,这是1975~1978年间以色列开德门(N. Kadmon)提出来的,现已用之于道路网密度对比地图和城市旅游地图。

我国地图制图学虽然发展很早,在西晋时期,裴秀(224~271年)就已创制了科学编图方法——制图六体(分率、准望、道里、高下、方邪、迂直),但由于我国长期受封建的统治,统治者不重视科学,使建立地图数学基础的地图投影学得不到应有的发展。直到明朝末年,我国地图才出现有经纬线网。以后清朝进行全国性的经纬度测量,所编的《皇舆全图》和最后编出的《大清一统舆图》,都应用了地图投影。这些地图大部分采用的是伪圆柱投影。

在民国初年北洋军阀统治时期,我国基本地形图,如五万分一地形图,还未应用地图投影,而是将地球表面当作平面看待,用 $36 \times 46 \text{cm}^2$ 的矩形分幅。在十万分一、五十万分

一和百万分一比例尺地图上,应用了多面体投影。

在国民党统治大陆时期,对五万分一地形图,采用了兰勃特等角圆锥投影,按纬度分带将全国分做11个带,每一带单独进行投影。百万分一分幅地图应用了百万分一国际投影,即改良多圆锥投影。市面出版的小比例尺地图,应用了早期提出来的一些投影,如彭纳投影,格灵登投影和亚尔勃斯投影等。此外,还出版了一两本地图投影书籍。

中华人民共和国成立以后,情况就大不相同了,由于党和政府十分重视科学技术的发展,这门科学三十多年来取得了很大的成就,主要表现在以下五个方面。

1. 国家基本地图和地图集建立了良好的数学基础,并在这方面出版了一些专著。早在建国初期,我国国家基本地图已采用了世界各国广泛应用的高斯-克吕格(Gauss-Krüger)投影,并建立了统一坐标系,使我国大地控制点的平面直角坐标与制图网的坐标统一起来,这对军用和民用都有好处。并在投影邻带换算方面推导出新的换带计算公式,出版了《六度(或三度)带坐标换算表》。到了70年代,进而研究出《双标准经线等角横圆柱投影》和《高斯-克吕格投影族的研究》等论文,比原来的高斯-克吕格投影在精度方面更提高了一步,衍生了许许多多类似高斯-克吕格投影,扩大了这种投影的应用范围。在编制国家大地图集和省(区)地图集方面,在60年代和70年代,相继设计出一系列适合这些地图用途要求的投影,并出版了这方面的著作。如《中华人民共和国国家大地图集地图投影的选择和设计》、《论省(区)地图集的地图投影》和《普通地图集数学基础的几个问题》,从而提高了这类地图作品的实际应用程度和科学价值。

2. 对地图投影的一般理论进行了较深入的探讨,取得了不少有意义的结果。如在50年代写了《根据变形椭圆探求新的投影问题》一文,提出 $a = \phi(b)$ 广义的投影函数条件,并就 $a = b^k$, $a = kb$ 等投影条件,探求出新的方位,圆柱和圆锥投影。这种将传统的投影条件扩充为一种函数条件,其理论是颇为新颖的。到了60年代相继发表了《关于地图投影函数的一点记》、《试论圆柱、方位、圆锥投影变形转换规律》和《运用数值法建立任意性质的圆锥投影》等文章。前一文将圆锥投影长度比关系式代入投影条件式 $k_1 = g(\varphi)k_2 + p(\varphi) \cdot k_2$ 中,从而得到Bernoulli型微分方程,由此得到了能概括三种常用投影的一些基础公式。后两文分别对三种常用投影的变形转换规律及圆锥投影的若干性质进行了讨论,这不仅有助于深化对这些投影的认识,而且为拟定其任意性质投影方案提供了理论基础。60年代中和70年代末,写出《地图投影中矛盾运动的初步分析》和《试论地图投影分类》两文。前者运用辩证唯物主义哲学原理,对地图投影中矛盾运动进行了分析,这对加速本门学科的发展和加强这门学科的思想性具有重要意义。后者对投影变形的内在规律进行了分析,在 $a = b^k$ 和 $a = kb$ 函数表达式的基础上,提出了地图投影分类的新看法,亦是很有意义的。

3. 在探求新的地图投影方面30多年来作出了可喜的成绩,提出了一系列题材广泛而富有创新的成果,得到了一些令人感兴趣的作品。如《论探求方位投影的图解解析法》和《运用数值法探求任意性质的圆锥投影》是对近代发展起来的“投影反求法”的更好应用。前一文提出了用指定变形分布求方位投影半径的表达式,从而改变了这类投影半径的固定形式,使方位投影的运用有了主动因素。后一文探求了指定变形分布,运用数值法和数值