

传递原理

CHUANDI YUANLI

沙庆云 ©主编



大连理工大学出版社

传递原理

主编 沙庆云

编者 (按姓氏笔划排列)

马学虎 刘云义

刘天庆 赵宗昌

大连理工大学出版社

© 沙庆云 2003

图书在版编目(CIP)数据

传递原理 / 沙庆云主编. —大连: 大连理工大学出版社, 2003.9
ISBN 7-5611-2385-X

I. 传… II. 沙… III. 传递—化工过程—高等学校—教材
IV. TQ021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 044066 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市凌水河 邮政编码:116024

电话:0411-4708842 传真:0411-4701466 邮购:0411-4707961

E-mail:dlutp@mail.dlptt.ln.cn URL: <http://www.dlutp.cn>

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm	印张:22	字数:530千字
	印数:1~3000	
2003年9月第1版	2003年9月第1次印刷	

责任编辑:吴孝东

责任校对:田桂芳

封面设计:宋 蕾

定 价:27.50 元

前 言

本书从研究动量传递、热量传递和质量传递的机理及其相似性出发,阐明传递过程的基本概念、基本规律以及处理传递过程的基本方法。编写本书的主导思想在于:

1. 从物理意义和数学描述上阐明动量、热量和质量传递的类似性。凡类似的现象,均首先阐明基本概念,建立过程的物理模型和相应的数学模型,采用对照的方式进行分析,避免重复推导,既有利于加深概念,又有助于识别三种传递现象间的区别,从而进一步加深对传递过程的理解,同时可节省学时。

2. 叙述力求深入浅出。把重点放在加深对基本规律、基本概念的理解上,同时把物理概念和严密的数学处理方法结合起来,培养学生分析问题和解决问题的能力。

3. 突出三传类比的物理实质,介绍几种类比的方法,进一步掌握三种传递现象的规律及其内在联系。

4. 便于自学。

5. 适当介绍一些反映传递过程新进展的内容;介绍了数值算法,以便为理论研究尚难以解决的、比较复杂的传递过程的研究打下一定的基础。

6. 附有中、英文对照,有助于了解专业词汇。

7. 各章附有思考题,有利于加深对基本概念的理解;各章附有结合实际例题和习题,以阐明基础理论的实际应用。备有题解手册,凡教授此课的

教师可向作者索取,免费提供。

本书是在大连理工大学 1985 年沙庆云编写《化工传递过程》教材的基础上修订而成,可作为高等院校化工、机械、材料加工、热能、制冷、生化、制药、轻工、环境工程和食品加工等专业本科生和研究生的教材。本科生使用此教材时,可避开某些打“*”号的内容而不影响系统的完整性,把重点放在了解传递过程的基本原理和加深基本概念上,通过对被研究对象的具体分析、合理简化、建立物理模型和数学模型、分析求解等步骤,掌握一些分析问题的基本方法;而研究生使用此教材时,更需强调掌握处理问题的方法。本书亦可供科研、设计和生产等部门的科技工作者参考。

本书第 1、6、10 章由刘天庆编写,第 2、5 章由马学虎编写,第 3、4 章由刘云义编写,第 7、8、9 章和附录由赵宗昌编写。全书由沙庆云统稿并最终定稿。

在完成此稿的过程中,潘艳秋副教授和王宝和副教授提供了许多宝贵意见和建议,在此表示感谢。

由于作者水平有限,难免存在许多不足甚至错误之处,恳请读者批评指正。

编 者

2003 年 5 月

主要符号表

英文符号

A 面积、表面积、截面积、传热面积、传质面积, m^2
 A_p 物体在垂直于流体流动方向平面上的投影面积, m^2
 C 总摩尔浓度, kmol/m^3
 C_A, C_B 组分 A、B 的摩尔浓度, kmol/m^3
 c_v 定容热容, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
 C_p 定压热容, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
 d 圆管直径, m
 D_{AB} 组分 A 在组分 B 中的扩散系数, m^2/s
 $D_{AB,e}$ 有效扩散系数, 涡流扩散系数, m^2/s
 f 范宁摩擦因子, 无因次
 f_x 局部摩擦因子, 无因次
 f_D 阻力系数(曳力系数), 无因次
 F 力、外力, N
 F_D 总阻力, N
 F_f 形体阻力, N
 F_r 摩擦阻力, N
 p 压强, N/m^2
 p_s 静压, N/m^2
 p_d 动压, N/m^2
 $p_{B,\ln}$ 惰性气体的对数平均分压, N/m^2
 Q 传热速率, W
 q 热量通量, $\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
 $\dot{q}$ 热源发热率, $\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$
 R 气体常数, $\text{J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$
 R_A 化学反应产生的组分 A 的摩尔速率, $\text{kmol}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$
 r 半径, m
 r_c 临界半径, m
 s 表面更新分率, $1/\text{s}$
 t 摄氏温度, $^{\circ}\text{C}$
 T 绝对温度, K
 t_w 壁温, $^{\circ}\text{C}$
 t_{∞} 边界层外未受壁面干扰的温度, $^{\circ}\text{C}$
 t_{av} 平均温度, $^{\circ}\text{C}$
 t_i 非稳态导热中的初始温度, $^{\circ}\text{C}$
 u 流速, m/s

h 传热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$
 h_x 局部传热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$
 I 湍动强度, 无因次
 j_A 组分 A 的分子扩散通量, $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
 J_A 组分 A 的分子扩散通量, $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
 k 导热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$
 k_0 零级化学反应速度常数, $\text{kmol}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$
 k_1 一级化学反应速度常数, $1/\text{s}$
 k_c 以 ΔC 为基准的传质系数, m/s
 k_c^0 无整体流动条件下以 ΔC 为基准的传质系数, m/s
 l 混合长, m
 M_A, M_B 组分 A、B 的相对分子质量, kg/kmol
 n_A, n_B 组分 A、B 的总质量通量, $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
 N_A, N_B 组分 A、B 的总摩尔通量, $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
 N 混合物的总摩尔通量, $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
 n 混合物的总质量通量, $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
 u_x, u_y, u_z 速度向量在直角坐标系 x, y, z 三个方向上的分量, m/s
 u_r, u_θ, u_z 速度向量在柱坐标系 r, θ, z 三个方向上的分量, m/s
 u_r, u_ϕ, u_θ 速度向量在球坐标系 r, ϕ, θ 三个方向上的分量, m/s
 u_{∞} 边界层外未受壁面干扰的流速, m/s
 u_{av} 平均流速, m/s
 u^* 摩擦速度, m/s
 u_A, u_B 组分 A、B 的绝对速度, m/s
 u 混合物的质量平均速度, m/s
 u_M 混合物的摩尔平均速度, m/s
 $u_{\max}$ 最大速度, m/s
 $\bar{u}$ 时均速度, m/s
 u' 脉动速度, m/s
 V 体积, m^3
 V 体积流率, m^3/s
 v 分子的平均速度, m/s
 w_A, w_B 组分 A、B 的质量分数, 无因次
 x 流动方向上离平壁前缘的距离, m
 x_A, x_B 组分 A、B 的摩尔分数(用于液相), 无因次

X, Y, Z 作用在单位质量流体上的质量力在 x, y, z 方向上的分量, N/m^3

X_{ent} 流动进口段长度, m

$X_{\text{ent},h}$ 传热进口段长度, m

$X_{\text{ent},m}$ 传质进口段长度, m

y_A, y_B 组分 A, B 的摩尔分数(用于气相), 无因次

希腊文符号

α 热扩散系数(导热系数), m^2/s

β 体积膨胀系数, $1/\text{K}$

δ 边界层厚度, m

δ_c 浓度边界层厚度, m

δ_t 热边界层厚度, m

$\delta_L, \delta_b, \delta_i$ 层流底层、缓冲层、湍流中心厚度, m

∇ Kvonecker delt, $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$

∇^2 Laplace 算子, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, 无因次

ε 空隙率, 无因次

θ 时间, s

θ' 柱坐标系、球坐标系微分衡算方程中的时间, s

λ 分子运动平均自由程, m

λ 摩擦系数, 无因次

μ (动力)粘度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$

μ_e 涡流粘度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$

ν 运动粘度, m^2/s

ν_e 涡流运动粘度(涡流动量扩散系数), m^2/s

ρ 密度, 混合物的总质量浓度, kg/m^3

ρ_A, ρ_B 组分 A, B 的质量浓度, kg/m^3

σ 表面张力, N/m

σ 法向应力, N/m^2

τ 剪应力(切向应力), N/m^2

Γ 液体流率, $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$

Ψ 流函数, m^2/s

无因次数群

Bi 毕奥数(传热)

Bi' 毕奥数(传质)

Fo 傅里叶数(传热)

Fo' 傅里叶数(传质)

Gr 格拉晓夫数(传热)

Gr' 格拉晓夫数(传质)

Gz 格雷次数

Le 路易斯数

Nu 努塞尔数

Nu_x 局部努塞尔数

Pr 普朗特数

Re 雷诺数

Re_x 局部雷诺数

Re_c 临界雷诺数

Sc 施密特数

Sh 修伍德数

Sh_x 局部修伍德数

St 斯坦顿数(传热)

St' 斯坦顿数(传质)

Θ 无因次温度

M 无因次浓度

j_H 传热的 j 因子

j_M 传质的 j 因子

m 相对阻力

n 相对位置

u^+ 无因次速度

y^+ 以摩擦速度表示的雷诺数

目 录

第1篇 概 论

第1章 绪 论 /3

- 1.1 概 述 /3
- 1.2 流体的连续性和不可压缩性 /4
- 1.3 两种分析观点 /5
- 1.4 全导数和随体导数 /6
- 1.5 控制体 /6

思考题 /7

第2章 传递原理概述 /8

- 2.1 传递现象的物理机理 /8
 - 2.1.1 分子传递通量的通用表达式 /8
 - 2.1.2 湍流传递通量的通用表达式 /12
- 2.2 通过壁面或相界面的传递速率 /14
- 2.3 衡算方程 /15
 - 2.3.1 总衡算 /16
 - 2.3.2 微分衡算方程 /16
- 2.4 边界层概念和边界层方程 /20
 - 2.4.1 平板上的流动边界层、传热边界层和传质边界层 /21
 - 2.4.2 圆管内的流动边界层、传热边界层和传质边界层及其进口段长度 /23
 - 2.4.3 边界层积分方程 /25

思考题 /28

习 题 /29

第2篇 动量传递 (2)

第3章 层 流 /33

- 3.1 奈维-斯托克斯方程 /33
 - 3.1.1 适用于流体的牛顿第二运动定律表达式 /33
 - 3.1.2 作用在流体微元上的外力 /34
 - 3.1.3 以应力表示的实际流体的运动微分方程 /35
 - 3.1.4 切向应力和法向应力 /35

- 3.1.5 直角坐标系的奈维-斯托克斯方程 /38

- 3.1.6 柱坐标系和球坐标系的奈维-斯托克斯方程 /39

3.2 层流流动时奈维-斯托克斯方程的若干解 /40

- 3.2.1 不可压缩流体流动的微分方程组及其单值条件 /40
- 3.2.2 平行平板间流体的稳态层流 /41
- 3.2.3 圆管内的稳态层流 /45
- 3.2.4 圆形套管环隙间的稳态平行层流 /50
- 3.2.5 由旋转表面引起的稳态层流 /52
- 3.2.6 沿垂直壁面降落液膜的稳态层流 /54
- 3.2.7 爬 流 /56
- *3.2.8 平壁稳态层流的解析解 /59

3.3 平壁稳态层流的近似解 /67

3.4 非稳态流动 /70

思考题 /74

习 题 /75

第4章 湍流流动 /77

4.1 湍流的基本概念和处理方法 /77

- 4.1.1 湍流的形成 /77
- 4.1.2 临界雷诺数及其范围 /78
- 4.1.3 瞬时量、时均量和脉动量 /79
- 4.1.4 湍动强度和湍动标度 /80
- 4.1.5 雷诺方程和雷诺应力 /81
- 4.1.6 涡流粘度与混合长 /85

4.2 圆管内的稳态湍流和平壁稳态湍流 /88

- 4.2.1 光滑管中的速度分布方程式 /88
- 4.2.2 粗糙管中的速度分布方程式 /92
- 4.2.3 圆管内流动时的摩擦因子 /94
- 4.2.4 在圆管进口段的摩擦因子 /99
- 4.2.5 平壁湍流 /100

4.3 绕过物体的流动 /103

- 4.3.1 概述 /103

- 4.3.2 边界层分离现象 /104
- 4.3.3 流体绕圆柱体的流动 /105
- 4.3.4 流体绕球体、圆盘、平板等的流动 /107

思考题 /108

习题 /108

第3篇 热量传递

第5章 导热 /113

- 5.1 导热的机理和微分方程 /113
 - 5.1.1 傅里叶定律 /113
 - 5.1.2 导热机理 /114
 - 5.1.3 导热的微分方程 /115
 - 5.1.4 导热问题的单值条件 /116
- 5.2 一维稳态导热 /117
 - 5.2.1 无限大平壁的稳态导热 /117
 - 5.2.2 圆筒壁的稳态导热及绝热层临界厚度 /120
 - 5.2.3 球形容器的稳态导热 /124
 - 5.2.4 具有内热源的稳态导热 /125
 - 5.2.5 通过肋片的稳态导热 /129
- *5.3 二维稳态导热 /133
 - *5.3.1 数学分析法 /133
- 5.4 非稳态导热 /138
 - 5.4.1 非稳态导热的现象 /138
 - 5.4.2 具有恒壁温边界条件的半无限厚介质的非稳态导热 /139
 - *5.4.3 具有对流边界条件的半无限厚介质的非稳态导热 /144
 - *5.4.4 紧密接触的两半无限厚介质的非稳态导热 /145
 - *5.4.5 具有运动边界的半无限厚介质的非稳态导热 /147
 - 5.4.6 假定固体内部温度均匀的非稳态导热 /149
 - 5.4.7 无限大平板的非稳态导热 /151
 - 5.4.8 无限长圆柱和球体的非稳态导热 /159
 - 5.4.9 二维和三维非稳态导热 /160
- 5.5 导热问题的数值计算方法 /163
 - 5.5.1 有限差分法 /164
 - 5.5.2 稳态导热节点方程的求解方法 /167
 - *5.5.3 非稳态导热的数值算法 /172

思考题 /176

习题 /177

第6章 对流传热 /181

- 6.1 对流传热概述 /181
 - 6.1.1 微分热量衡算方程式 /181
 - 6.1.2 对流传热的微分方程组 /183
 - 6.1.3 对流传热中的无量纲数群及其物理意义 /184
- 6.2 平壁传热 /189
 - *6.2.1 平壁层流的精确解 /190
 - 6.2.2 平壁传热的近似解 /193
 - 6.2.3 平壁传热的雷诺类比 /198
- 6.3 圆形直管内强制对流传热 /199
 - 6.3.1 圆管内充分发展了的强制层流 /200
 - 6.3.2 管内强制对流的经验关联式 /204
- 6.4 绕物体流动的强制对流传热 /206
 - 6.4.1 流体横向绕圆形直管强制对流时的传热系数 /206
 - 6.4.2 绕过球体的强制对流传热 /208
- 6.5 自然对流 /209
 - *6.5.1 竖壁自然对流传热的近似解 /209
 - 6.5.2 经验关联式 /213
 - 6.5.3 混合对流时的传热系数 /215

思考题 /217

习题 /218

第4篇 质量传递

第7章 传质的基本概念和传质的微分方程 /223

- 7.1 传质的基本概念 /223
 - 7.1.1 混合物的组成 /223
 - 7.1.2 分子扩散 /225
 - 7.1.3 不同形式的通量表达式 /226
 - 7.1.4 扩散系数 /229
 - 7.1.5 对流传质 /229
- 7.2 微分质量衡算方程及其定解条件 /230
 - 7.2.1 微分质量衡算方程 /230
 - 7.2.2 微分质量衡算方程的简化 /232
 - 7.2.3 单值条件 /233

思考题 /234

习题 /234

第8章 分子扩散 /236

8.1 稳态分子扩散 /236	用于对流传质 /268
8.1.1 一维稳态分子扩散 /236	9.3.2 整体流动对传质系数的影响 /276
8.1.2 二维稳态分子扩散 /241	*9.3.3 表面传质速率对传质系数的影响—— 对平壁层流传质的分析 /277
8.2 非稳态分子扩散 /243	9.4 相际传质理论 /279
8.2.1 一维非稳态分子扩散 /243	9.4.1 膜理论 /279
8.2.2 二维和三维非稳态扩散 /248	9.4.2 溶质渗透模型 /279
8.3 伴有化学反应时的分子扩散过程 /249	*9.4.3 表面更新模型 /281
8.3.1 具有非均相化学反应的一维稳态分子 扩散 /249	思考题 /285
8.3.2 具有均相化学反应时的分子扩散 /253	习 题 /285
8.4 膜内的扩散 /257	第10章 三传类比 /288
8.4.1 膜分离的基本概念和基本特征 /257	10.1 概 述 /288
8.4.2 膜内的稳态分子扩散 /258	10.2 雷诺类比 /289
思考题 /260	10.3 普朗特-泰勒类比 /295
习 题 /261	10.4 冯·卡门类比——三层模型 /298
第9章 对流传质 /263	10.5 柯尔邦类比 /301
9.1 传质边界层与传质系数 /263	10.6 非稳态下的三传类比 /305
9.1.1 对流传质边界层和虚拟层厚度 /263	思考题 /307
9.1.2 传质系数 /263	习 题 /307
9.2 对流传质微分方程组 /265	附 录 /309
9.2.1 对流传质微分方程组 /265	附录A 法向应力的推导 /309
9.2.2 对流传质中的无因次数群及其物理意 义 /265	附录B 非稳态传递公式及算图 /312
9.3 层流与湍流下的对流传质系数 /268	附录C 坐标变换 /323
9.3.1 对流传质系数——将对流传热的结果	附录D 数学关系式和函数 /329
	主要名词术语中英文对照表 /334
	参考文献 /340

第 1 篇

概 论

动量传递、热量传递和质量传递是自然界和工程技术中普遍存在的现象。三者之间不仅具有类似的机理和规律,而且具有内在的联系;当然,尚具有显著的区别。

本篇共 2 章。第 1 章中,将对全书有关的一些基本概念作一介绍;第 2 章介绍动量传递、热量传递和质量传递的基本概念、基本规律,建立“三传”类似的概念和类似的数学模型,为进一步用统一的方法研究这三种传递现象打下基础。

有关动量传递、热量传递和质量传递及其内在联系和区别将在其后各篇逐步展开,进行分析。

第 1 章 绪 论

1.1 概 述

动量传递、热量传递和质量传递是自然界中普遍存在的现象,在工程技术领域中的应用极为广泛。长期以来,大多数工程专业都开设流体力学(动量传递)和传热学(热量传递)课程,而传质学(质量传递)仅在化工专业中开设;随着质量传递在机械、冶金、热能、制冷、生化、制药、环境保护和食品加工等领域中的应用不断增多和研究逐渐深入,很多工程专业亦都已开设传质学(质量传递)课程。

当系统中存在温度差或浓度差时,必然有热量传递或质量传递;动量是质量和流速的乘积,实际流体在流动的过程中,由于各流层的速度不同,必然有动量传递,所以流体流动和传热、传质一样,也被看作是一种传递现象。动量传递、热量传递和质量传递统称“三传”。人们发现这三种传递现象之间具有类似性,开始用统一的方法来研究“三传”,并导出其相互关系。1960 年美国威斯康辛大学 Bird 等出版了“Transport Phenomena”一书,首次把三种传递现象用统一的规律处理。其后在陆续出版的书籍中,有 Bennett 和 Myers 合著的“Momentum、Heat and Mass Transfer”以及 Welty, Wicks 和 Wilson 合编的“Fundamentals of Momentum、Heat and Mass Transfer”等。我国很多院校也都编写并采用自己的教材。用统一的方法研究三种传递现象,对学生和工程技术人员深入理解“三传”的机理十分有利。因此,这门课程已成为国内外很多工程专业学生的一门重要的必修课程。

研究传递过程常用的方法有理论分析法、数值计算法和实验研究等方法。本书主要介绍理论分析法。在简要介绍传递过程所研究的主要内容及初步建立“三传”类似的概念之后,将根据三个基本物理定律(质量守恒定律、牛顿第二运动定律和热力学第一定律)用微分衡算的方法分别研究动量传递、热量传递、质量传递的基本概念和理论,以及三种传递现象之间的定量的联系。书中对数学分析法也作了简要的介绍。实验研究的方法未作专门介绍,只是引用了某些由实验研究所得的半经验半理论关联式。本书将通过研究传递过程常用的这三种方法,初步处理一些问题,说明基本原理的实际应用,从而使学生掌握一些基本的分析问题的方法,作为解决较为复杂的问题的起点。

在分别讨论三种传递现象之前,本章首先对全书有关的一些基本概念作一介绍,以便其后有关章节直接使用。

1.2 流体的连续性和不可压缩性

1. 流体的连续性

从微观来看,流体是由大量分子所组成,分子不断地、无规则地运动着,分子之间具有空隙,例如,在标准情况下,每立方毫米的空气中具有 2.7×10^{15} 个气体分子,空气分子的平均自由程约为 7×10^{-4} 毫米。而工程实际中,绝大多数情况下,涉及的是流体的宏观特征,若将平均自由程近似看作是分子之间的空隙,将其与流体流动过程中所涉及的设备或管道尺寸相比,则分子间的空隙可忽略,从而可以假定流体是由流体微团构成的连续的一片,其中没有空隙,也就是说,可把流体看成是连续的介质。这一概念只适用于宏观的情况,可以把流体作为连续介质处理的论述,只有在流体微团内所包含的分子数具有平均统计意义时才是正确的。以密度为例

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow \delta V} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1-1)$$

式中,密度 ρ 为单位体积内的质量, Δm 为 ΔV 体积内的质量。 ΔV 很小时,由于分子不规则运动,随机地进出 ΔV 体积的分子使其中的质量波动甚大,当 ΔV 逐渐增至 δV ,随机地进出该体积的分子数不再使其质量产生波动,如图 1-1 所示,流体的密度趋于一定值,这时的体积 δV 即具有平均统计意义。因此流体微团是指一个微小的流体体积,它的大小和 δV 相当,是包含大量分子、微观上足够大、而宏观上与设备尺寸相比足够小的分子团。流体微团又称流体质点,为流体中的一个点。在任一空间点、任一时刻都具有确定的宏观物理量,如密度以及压力、温度、粘度等。这些宏观的物理量一般均为空间坐标和时间的连续函数,可用连续函数的数学方法处理。

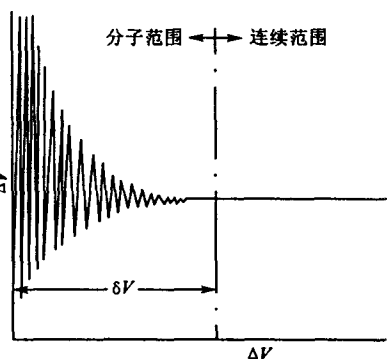


图 1-1 流体密度随体积的变化

在工业生产中通常遇到的流体,基本上可以作为连续介质处理。但如果压力降至很低的数值,如 0.1333 Pa, 15℃ 时空气的平均自由程为 48.6 mm, 在此情况下,若空气流经小于 48.6 mm 的管子,空气将以单个分子的形式飞过管道,这种流动状态称为不连续的自由分子流。如压强甚小的冷冻干燥和微孔尺寸小于被分离气体平均自由程的膜分离等即为不连续分子流。

2. 流体的不可压缩性

流体的压缩性可用下式描述:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{p - p_0}{E} = -\frac{\Delta p}{E} \quad (1-2)$$

式中 ΔV ——压强从 p_0 变化到 p 时体积的变化量, m^3 ;

V_0 ——初始压强 p_0 时的体积, m^3 ;

E ——弹性模数,单位和压强的单位相同,它的大小可用于衡量流体的压缩性;

式中负号表示随压强增大,体积缩小。

液体的压缩性很小,例如水的弹性模数为 $1.932 \times 10^9 \text{ N/m}^2$,故当压强增加 $1.0133 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 时, $\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{1.0133 \times 10^5}{1.932 \times 10^9} = 5.24 \times 10^{-5}$,即水的体积压缩量仅为 $5.24 \times 10^{-3}\%$,其值可忽略不计。

对于气体,在等温下根据理想气体状态方程式可得 $p_0 V_0 = (p_0 + \Delta p)(V_0 + \Delta V)$,将式右侧展开,忽略增量 Δp 与 ΔV 的乘积,并整理得

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{\Delta p}{p_0} \quad (1-3)$$

将式(1-3)与式(1-2)相比较,可得 $E = p_0$,即理想气体的弹性模数等于其初始压强。例如,标准情况下,空气的 $E = p_0 = 1.0133 \times 10^5 \text{ N/m}^2$,其值约是水的弹性模数的 0.5×10^{-4} 倍,或压缩性约是水的 2×10^4 倍。所以对于气体的压缩性需要进行具体的分析。

如果忽略粘滞力的影响,且位置高度相同时,根据伯努利方程, $p + \frac{\rho u^2}{2} = \text{常数}$ 。由流动引起的压强变化,其数量级应和动能的变化相同。因此式(1-3)可改写为

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{\rho}{2p_0} \Delta(u^2) \quad (1-4)$$

若 $\Delta V/V_0 \ll 1$,一般取为小于 0.05,即可近似作为不可压缩的流体处理。例如,密度为 1 kg/m^3 ,初始压强为 $1.0133 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 的空气,流速由零变为 100 m/s ,则

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{1}{2 \times 1.0133 \times 10^5} \times 100^2 = -0.0493$$

就可作为不可压缩的流体处理。一般工业过程中的气体,流速较小, $\frac{\Delta V}{V_0} \ll 1$,所以可看作是不可压缩的。

因此,在我们讨论涉及范围内的流体均可作为不可压缩的流体处理。应该强调,绝对不可压缩流体实际上是不存在的,它只是实际流体在某种条件下的近似模型。

1.3 两种分析观点

为了研究系统内部动量、热量或质量传递的详细情况,研究速度、温度、浓度等物理量随时间和空间的变化关系,就需要进行微分衡算。在进行微分衡算的过程中,通常采用两种分析观点(或方法)。一种称为拉格朗日观点,另一种称为欧拉观点。

1. 拉格朗日观点

在运动的流体中,取任一固定质量的流体微团,并追随此取定的流体微团,观察它在空间移动过程中各个物理量的变化情况。这种从分析固定质量的流体微团入手,通过对各个流体微团的研究从而获得整个流体运动、传热或传质规律的方法,叫做拉格朗日法,或称拉格朗日观点。

2. 欧拉观点

在被流体充满的空间中,取空间固定点,观察微团流经此空间固定点时各个物理量的变化情况。这种从分析固定点入手,把足够多的空间点综合起来,从而研究整个流体运动、传热和传质规律的方法,叫做欧拉法,或称欧拉观点。

在微分衡算过程中,具体选用哪种观点需根据具体情况并视如何使微分衡算方程易于

导出而定。

1.4 全导数和随体导数

通过下面的例子来讨论全导数和随体导数的物理意义。例如压强 p 为时间 θ 和空间位置 x, y, z 的连续函数。若把压强计安装在飞机的机舱外,用来测定大气的压强,可得

$$p = p(\theta, x, y, z) \quad (1-5)$$

对连续函数,可以进行全微分

$$dp = \frac{\partial p}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \quad (1-6)$$

以 $d\theta$ 除各项,即得压强对时间的全导数

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{d\theta} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{d\theta} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{d\theta} \quad (1-7)$$

式中, $dx/d\theta, dy/d\theta, dz/d\theta$ 为长度对时间的导数,分别表示飞机上压强计移动速度在 x, y, z 方向上的分量。

大气本身亦在流动,其流速在 x, y, z 方向上的分量分别为 u_x, u_y, u_z , 飞机飞行的速度和大气流动的速度一般不等,即 $dx/d\theta \neq u_x, dy/d\theta \neq u_y, dz/d\theta \neq u_z$ 。但是,如果把压强计悬挂在随大气飘流的气球上,压强计移动速度和周围大气的速度相同,即 $dx/d\theta = u_x, dy/d\theta = u_y, dz/d\theta = u_z$, 将其代入式(1-7),并为和全导数的一般形式相区别,以 $Dp/D\theta$ 代替 $dp/d\theta$,得

$$\frac{Dp}{D\theta} = \frac{\partial p}{\partial \theta} + u_x \frac{\partial p}{\partial x} + u_y \frac{\partial p}{\partial y} + u_z \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1-8)$$

式(1-8)称为随体导数,又称拉格朗日导数。它是全导数的一种特殊形式。随体导数由两部分

组成。 $\partial p / \partial \theta$ 为空间固定点上压强随时间的变化率,亦即 p 对 θ 的偏导数; $u_x \frac{\partial p}{\partial x} + u_y \frac{\partial p}{\partial y} + u_z \frac{\partial p}{\partial z}$ 为流体运动时压强 p 随位置的变化率,称对流动数。

直角坐标系下任一为时间和空间连续函数的物理量 F , 其全导数为

$$\frac{dF}{d\theta} = \frac{\partial F}{\partial \theta} + \frac{\partial F}{\partial x} \frac{dx}{d\theta} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{dy}{d\theta} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{dz}{d\theta} \quad (1-9)$$

其随体导数为

$$\frac{DF}{D\theta} = \frac{\partial F}{\partial \theta} + u_x \frac{\partial F}{\partial x} + u_y \frac{\partial F}{\partial y} + u_z \frac{\partial F}{\partial z} \quad (1-10)$$

1.5 控制体

根据普遍的衡算方程,无论采用欧拉法或拉格朗日法进行动量、热量或质量衡算时,均需引入控制体的概念。

取空间划定的固定不变的任一体积,动量、热量或质量可以通过此体积的边界面进行交换,在此体积内部动量、热量或质量的储存量可能改变,同时可有外力作用在此体积上,这个划定的体积称为控制体,其边界面称为控制面。控制体的尺寸可取为有限值,亦可取为无限小量。控制体可以是运动着的,亦可为固定不动的。若所取控制体无质量穿越其表面,即没

有流体进、出此划定体积的边界面,则此固定质量的体积称为系统。

思考题

1. 何谓拉格朗日法? 何谓欧拉法? 固体中的导热应该采用何种方法进行分析?
2. 试述 $\partial t / \partial \theta$ 、 $dt/d\theta$ 和 $Dt/D\theta$ 的物理意义。其中 t 为温度。
3. 在流动的流体中,当 $DC_A/D\theta$ 不为零时, $\partial C_A/\partial \theta$ 可能为零吗? 当 $\partial C_A/\partial \theta$ 为零时, $DC_A/D\theta$ 可能不为零吗?
4. 试证明以下两式分别为柱坐标系和球坐标系的随体导数:

$$\frac{Dp}{D\theta} = \frac{\partial p}{\partial \theta'} + u_r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\frac{Dp}{D\theta} = \frac{\partial p}{\partial \theta'} + u_r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \phi}$$

式中, θ' 为时间; p 为压强。