

苏联中学数学教材

几 何

6—10 年级

A. B. 波哥列洛夫

许绶阁 高存明 方明一译

人民教育出版社

WATERBURY












A. B. 波哥列洛夫

几 何

中学 6—10 年级教材

经苏联教育部批准

苏联科学院数学所, 苏联教育科学院推荐

人民教育出版社

苏联中学数学教材

几 何

6—10 年级

A. B. 波哥列洛夫著

许绶阁 高存明 方明一 译

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张12.25 字数294,000

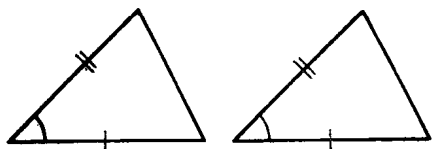
1989年9月第1版 1989年9月第1次印刷

印数 1—800

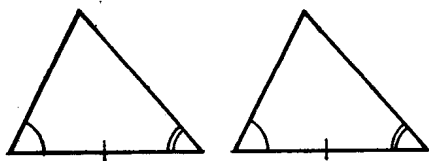
ISBN 7-107-10156-0

G · 1027 定价4.10元

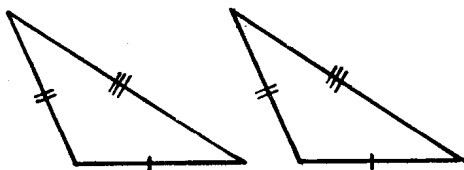
三角形相等的判定



1. 根据两边和夹角

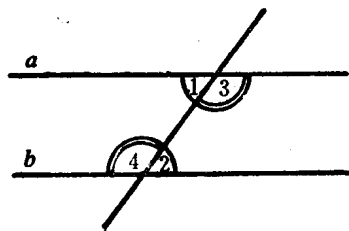


2. 根据两角和夹边



3. 根据三边

平行直线的判定



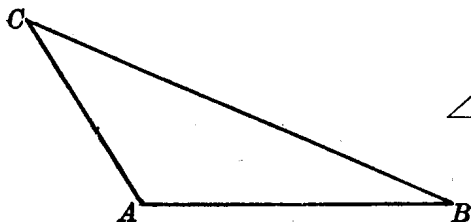
$a \parallel b$, 如果:

$$\angle 1 = \angle 2 (\angle 3 = \angle 4)$$

或者

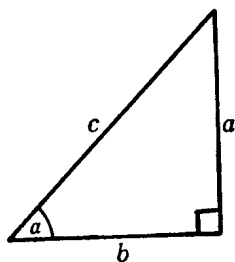
$$\begin{aligned} \angle 1 + \angle 4 \\ = 180^\circ (\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ) \end{aligned}$$

三角形的角的和



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

直角三角形中的关系



$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (毕达哥拉斯定理)}$$

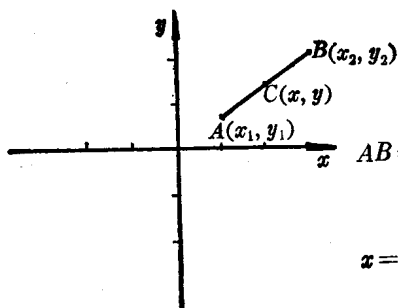
$$a = c \sin \alpha, \quad b = c \cos \alpha,$$

$$a = b \operatorname{tg} \alpha$$

某些角的正弦、余弦、正切值

函 数	角					
	0°	30°	45°	60°	90°	180°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
tg	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	0

平面笛卡儿坐标系



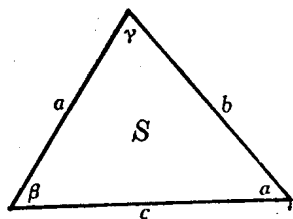
1. 两点之间的距离

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

2. 线段中点的坐标

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

任意三角形中的关系



$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

(正弦定理)

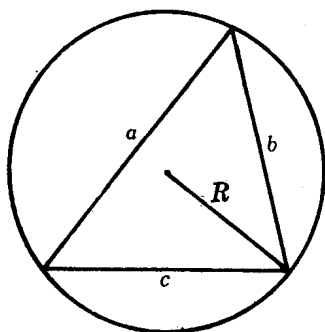
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

(余弦定理)

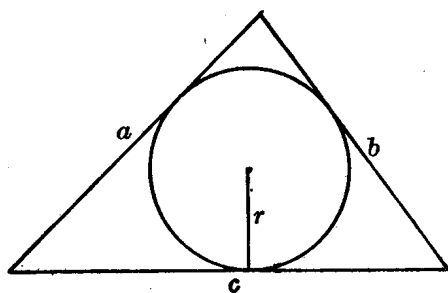
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad \text{其中 } p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

(海伦公式)



$$R = \frac{abc}{4S}$$



$$r = \frac{2S}{a+b+c}$$

内 容 提 要

本书是根据苏联中学数学教材《几何 (6—10 年级)》(A. B. 波哥列洛夫编) 1986 年版本(第 5 版)翻译的。该书是苏联科学院数学研究所、苏联教育科学院推荐, 苏联教育部批准的现行中学几何教材中使用较为广泛的教材。全书分为平面几何(6—8 年级, 共 228 课时)、立体几何(9—10 年级, 共 140 课时)两部分。

本书一方面吸收了传统几何教材的优点, 又较好地处理了几何变换、坐标代数、向量、解三角形等知识, 使得教材既是在高观点的指导下, 灵活地使用了多种数学方法, 又保证了基本训练, 并显得难度不高。它为改革传统的论证几何教材的体系创了一条新路。本书可供中学教师、中小学数学教学研究人员以及师范院校数学系师生参考。

目 录

六 年 级

平 面 几 何

§ 1. 最简单的几何图形的基本性质

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 1. 点和直线……………(2) | 6. 线段和角的作图的基本性质……………(9) |
| 2. 点和直线结合性的基本性质……………(2) | 7. 与已知三角形相等的三角形的存在性……(10) |
| 3. 直线上和平面内点的相互位置的基本性质……(3) | 8. 平行线的基本性质……(13) |
| 4. 半直线……………(5) | 9. 公理、定理和证明……(14) |
| 5. 线段和角的度量的基本性质……………(6) | 复习题……………(15) |
| | 练习题……………(18) |

§ 2. 角

- | | |
|------------------|--------------------------|
| 10. 邻补角……………(23) | 14. 在一个半平面内所作的角……………(28) |
| 11. 对顶角……………(25) | 复习题……………(31) |
| 12. 垂线……………(26) | 练习题……………(32) |
| 13. 反证法……………(28) | |

§ 3. 三角形相等的判定

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 15. 三角形相等的第一判定……………(34) | 分线和高……………(39) |
| 16. 三角形相等的第二判定……………(36) | 19. 三角形相等的第三判定……………(41) |
| 17. 等腰三角形……………(37) | 复习题……………(43) |
| 18. 三角形的中线、角平 | 练习题……………(43) |

§ 4. 三角形的角的和

- | | |
|-------------------|-------------|
| 20. 直线平行的判定……(47) | 性和唯一性……(55) |
| 21. 三角形的角的和……(51) | 复习题……(56) |
| 22. 直角三角形……(53) | 练习题……(58) |
| 23. 直线的垂线的存在 | |

§ 5. 几何作图

- | | |
|-------------------|------------------|
| 24. 圆周……(61) | 30. 作垂线……(66) |
| 25. 什么是作图题……(63) | 31. 点的几何轨迹……(67) |
| 26. 已知三边作三角形(64) | 32. 几何轨迹法……(68) |
| 27. 作角等于已知角……(64) | 33. 圆周角……(69) |
| 28. 作角平分线……(65) | 复习题……(72) |
| 29. 平分线段……(65) | 练习题……(73) |

七 年 级

§ 6. 四边形

- | | |
|-------------------|--------------|
| 34. 四边形的定义……(79) | 38. 梯形……(88) |
| 35. 平行四边形……(81) | 复习题……(91) |
| 36. 矩形、菱形、正方形(83) | 练习题……(92) |
| 37. 法勒斯定理……(85) | |

§ 7. 毕达哥拉斯定理

- | | |
|------------------------------|---|
| 39. 角的余弦……(98) | 44. 某些角的正弦、余弦
和正切值……(107) |
| 40. 毕达哥拉斯定理……(99) | |
| 41. 直角三角形中的边
角关系……(102) | 45. 当角 α 增大时, $\sin\alpha$,
$\cos\alpha$ 和 $\tan\alpha$ 的变化
……(109) |
| 42. 怎样使用正弦、余弦
和正切表……(104) | 46. 三角不等式……(110) |
| 43. 基本三角恒等式
……(106) | 复习题……(111) |
| | 练习题……(112) |

§ 8. 平面笛卡儿坐标系

- | | |
|--------------------------------|--|
| 47. 平面坐标系的建立
..... (119) | 53. 直线与圆周相交
..... (130) |
| 48. 线段中点的坐标... (121) | 54. 0° 到 180° 任意角
的正弦、余弦和正切
的定义..... (130) |
| 49. 两点间的距离..... (122) | 复习题..... (132) |
| 50. 圆周的方程..... (123) | 练习题..... (132) |
| 51. 直线方程..... (126) | |
| 52. 直线相对于坐标系
的位置..... (128) | |

§ 9. 图形的变换

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| 55. 图形变换的例子... (137) | 59. 相似变换及其性质
..... (146) |
| 56. 运动..... (140) | 60. 相似形..... (148) |
| 57. 运动的性质..... (142) | 复习题..... (151) |
| 58. 相等的图形..... (144) | 练习题..... (152) |

八 年 级

§ 10. 平面向量

- | | |
|---------------------------------|-----------------------|
| 61. 平移及其性质..... (160) | 65. 向量的加法..... (167) |
| 62. 向量的概念..... (163) | 66. 向量与数的乘法... (169) |
| 63. 向量的绝对值和向
量的方向..... (164) | 67. 向量的数量积..... (172) |
| 64. 向量的坐标..... (166) | 复习题..... (174) |
| | 练习题..... (176) |

§ 11. 解三角形

- | | |
|---------------------|----------------|
| 68. 余弦定理..... (180) | 复习题..... (186) |
| 69. 正弦定理..... (182) | 练习题..... (186) |
| 70. 解三角形..... (185) | |

§ 12. 多边形

- | | |
|-------------------|---------------------|
| 71. 折线..... (190) | 72. 凸多边形..... (192) |
|-------------------|---------------------|

73. 正多边形……………(194)
74. 正凸多边形的相似
……………(196)
75. 圆周长……………(197)
- § 13. 图形的面积**
77. 面积的概念……………(205)
78. 矩形的面积……………(205)
79. 简单图形的面积…(207)
80. 相似形的面积……………(211)
76. 圆心角和圆弧……………(199)
- 复习题……………(200)
- 练习题……………(201)
81. 圆的面积……………(212)
- 复习题……………(215)
- 练习题……………(215)

九 年 级

立 体 几 何

§ 14. 立体几何公理

82. 立体几何公理的
某些推论……………(222)
- 复习题……………(225)
- 练习题……………(225)

§ 15. 直线与平面平行

83. 空间平行直线……………(227)
84. 直线与平面平行…(229)
85. 平面与平面平行…(230)
86. 空间图形在平面上
- 的象……………(234)
- 复习题……………(235)
- 练习题……………(236)

§ 16. 直线与平面垂直

87. 直线与直线垂直…(241)
88. 直线与平面垂直…(242)
89. 垂线段与斜线段…(246)
90. 平面与平面垂直…(248)
91. 异面直线间的距
离……………(250)
- 复习题……………(251)
- 练习题……………(252)

§ 17. 空间笛卡儿坐标系和向量

92. 空间笛卡儿坐标系
的建立……………(259)
93. 空间图形的变换…(263)
94. 直线和平面所成
的角……………(266)

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| 95. 多边形正投影的面积.....(270) | 97. 平面的方程.....(273) |
| 96. 空间向量.....(271) | 复习题.....(275) |
| | 练习题.....(276) |

十 年 级

§ 18. 多面体

- | | |
|----------------------|---------------------|
| 98. 多面角.....(283) | 103. 棱锥.....(294) |
| 99. 多面体.....(385) | 104. 正多面体.....(298) |
| 100. 棱柱.....(286) | 复习题.....(300) |
| 101. 截面的作法.....(288) | 练习题.....(302) |
| 102. 平行六面体.....(290) | |

§ 19. 旋转体

- | | |
|---------------------|---------------|
| 105. 圆柱.....(308) | 109. 几何体和它的表面 |
| 106. 圆锥.....(310) | 的概念.....(320) |
| 107. 球.....(314) | 复习题.....(321) |
| 108. 球面方程.....(318) | 练习题.....(322) |

§ 20. 体的体积

- | | |
|-----------------------|---------------|
| 110. 体积的概念.....(327) | 积.....(338) |
| 111. 长方体的体积.....(328) | 117. 旋转体体积的一般 |
| 112. 斜平行六面体的 | 公式.....(340) |
| 体积.....(330) | 118. 球和球的部分的 |
| 113. 棱柱的体积.....(332) | 体积.....(341) |
| 114. 棱锥的体积.....(334) | 复习题.....(343) |
| 115. 相似体的体积.....(337) | 练习题.....(343) |
| 116. 圆柱和圆锥的体 | |

§ 21. 体的表面积

- | | |
|-----------------------|----------------|
| 119. 表面积的概念.....(350) | 练习题.....(353) |
| 120. 球面面积.....(351) | 练习题的答案和 |
| 121. 圆柱的侧面积.....(352) | 提示.....(355) |
| 复习题.....(353) | 名词索引.....(371) |

平面几何

§1. 最简单的几何图形的基本性质

几何学是关于几何图形性质的科学。《几何学》这个词是希腊语，意思是“测地术”。这个名称与几何在大地测量中的应用有关。

三角形，正方形，圆(图 1)都是几何图形的例子。

几何图形是各种各样的。任何几何图形的一个部分也是几何图形。若干个几何图形的组合还是几何图形。在图 2 中，左边的图形是由一个三角形和三个正方形组成的，而右边的图形是由圆和圆弧组成的。我们认为所有的几何图形都是由点组成的。

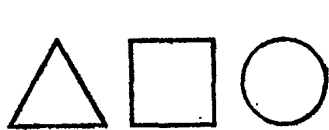


图 1

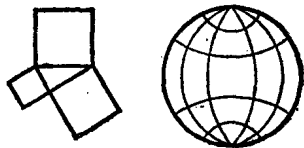


图 2

几何被广泛地应用到实际中。无论是工人，或是工程师，或是建筑师，或是艺术家都必须懂得它。总之，所有的人都必

须懂得几何。

在中学里研究的几何称为欧几里得几何，是以名为《几何原本》的卓越的数学教程的作者，古希腊的学者欧几里得(公元前3世纪)的名字命名的。在长时期内，人们是按这本书来学习几何的。

我们从平面几何开始学习几何。平面几何是几何学中研究平面图形的部分。

1. 点和直线

点和直线是平面内的基本几何图形。在图纸上画点和直线要用削尖的铅笔，画直线还要用直尺。点通常用大写拉丁字母 $A, B, C, D, \dots$ 表示，直线用小写拉丁字母 $a, b, c, d, \dots$ 表示。

在图3中，你们可以看到点 A 和直线 a 。

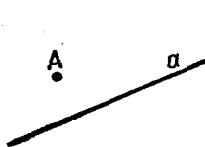


图 3

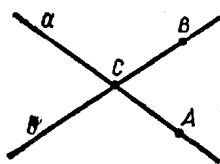


图 4



图 5

2. 点和直线结合性的基本性质

请看图4，你们看到直线 a, b 和点 A, B, C 。点 A 和 C 在直线 a 上。也可以说，点 A 和 C 属于直线 a 或者说直线 a 通过点 A 和 C 。

点 B 在直线 b 上。它不在直线 a 上。点 C 既在直线 a 上，

又在直线 b 上. 直线 a 和 b 相交于点 C . 点 C 是直线 a 和 b 的交点.

在图 5 中, 你们看到怎样用直尺作直线, 使它通过两个已知点 A 和 B .

我们把下列两个性质叫做平面内的点和直线结合的基本性质

I_1 . 任何一条直线都存在属于这条直线的点和不属于这条直线的点.

I_2 . 通过任意两点可以作一条直线, 并且只能作一条直线.

一条直线可以用在它上面的两个点来表示. 例如, 图 4 中的直线 a 可以用 AC 来表示, 而直线 b 可以用 BC 来表示.

两条不同的直线可能有一个以上的交点吗? 不能. 如果他们有两个交点, 那么通过这两点就有两条不同的直线. 而这是不可能的, 因为通过两点只能作一条直线. 这样, 就得到下面的性质:

1.1 两条不同的直线或者不相交, 或者只交于一个点.

3. 直线上和平面内点的相互位置的基本性质

观察图 6, 你们看到直线 a 和在这条直线上的三点 A 、 B 、 C . 点 B 在点 A 和 C 之间, 它把点 A 和 C 隔开. 也可以说点 A 和 C 在点 B 的两侧. 点 A 和 B 在点 C 的同一侧, 它们不被点 C 隔开. 点 B 和 C 在点 A 的同一侧.

直线上两个已知点之间的所

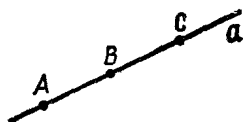


图 6