

十
X 高中数学
多用实用大全

陈家骏 编著
傅佑珊

π

$\sin B$

$\cos A$

海 洋 出 版 社
 $\log_b N$

b

《中小学各科多用实用大全》丛书

高中数学多用实用大全

陈家骏 傅佑珊 编著

海洋出版社

1991年·北京

内 容 简 介

本书是《中小学各科多用实用大全》丛书之一，它以现行中学数学教学大纲为基础，系统扼要地分析、讲述了高中各年级数学的概念、定理、公式、图表、题型、解题思路和方法技巧。其内容源于课本又略高于课本，包括双基篇、题型篇、解题方法与思路篇、答疑篇。在本书最后的附录中还给出了中学数学课本中涉及到的部分数学家的资料及数学教学中常用的符号表、字母表、换算表等，为读者查用有关资料及数据提供了方便。

本书适合于高中学生及数学教师阅读参考，更适合作为具有初中以上文化程度的广大读者查找使用数学知识的工具书。

(京)新登字087号

《中小学各科多用实用大全》丛书

高中数学多用实用大全

陈家骏 傅佑珊 编著

*

海洋出版社出版（北京市复兴门外大街1号）

新华书店北京发行所发行 国防科工委印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：21 字数：500千字

1991年8月第一版 1991年8月第一次印刷

印数：1—27000

*

ISBN 7-5027-1355-7/G·443 定价：7.20元

前 言

本书以现行中学数学教学大纲为基础，汇集、整理、精讲高中各年级数学的概念、定理、公式、图表、题型、解题方法、思路 and 技巧。对于读者全面、系统地掌握高中数学知识，提高分析问题和解决问题能力会有一定的帮助。

根据不同功能需求，本书分编为以下五部分。

一、双基篇。将分散在高中各年级数学课本中的基本概念、定理、公式、法则、图表汇集、注释、讲解。有利于知识的深化和系统化。

二、题型篇。以高中数学的重点、难点为目标，精编、精选各种题型的有思考性问题为例题，使读者多方位地掌握高中数学要点。

三、解题方法与思路篇。介绍中学数学里常用的推理、论证方法，解题思路和技巧，精选例题指导读者如何思考，以期收到举一反三的功效。

四、答疑篇。解答学生在学习中的困惑的问题。澄清一些疑问，以达到明辨是非，加深理解。

五、附录。介绍中学数学课本中提到的部分数学家的贡献和数学名著。激励读者不畏艰辛、勇于创新上进，也为教师提供了必需的资料。

此外附录中还编有中学数学常用的数学符号表、字母表、换算表等，便于读者查阅。

本书源于中学数学课本内容，又略高于课本。因此既可
供教学参考，也可作为数学课外读物。

限于编者水平，书中不妥甚至错误之处在所难免，恳请
广大读者批评指正。

参加本书编写的还有汪庆麟、刘毛秀、王玉英、窦青、
陈丽、胡天柱、宋强。

编 者

1991年3月15日

《中小学各科多用实用大全》丛书编委会

主 编 刘家桢

副主编 周培岭 赵龙华

编 委 (按姓氏笔划为序)

丁金良	王文勋	王景尧	沈鑫甫
李振兴	李占瑞	杨丽娜	荆晓玲
贺信淳	张永生	陈平兴	陈家骏
高恩全	徐淑媛	程奉东	裴新生

目 录

一、双 基 篇

(一) 代数要点.....	1	(3) 二元二次方程组.....	8
1. 对数.....	1	4. 不等式.....	9
(1) 对数的意义.....	1	(1) 不等式的性质、 公式.....	9
(2) 对数的性质.....	1	(2) 不等式的同解变 形.....	10
(3) 对数运算法则.....	2	(3) 一元一次不等式 的解.....	12
(4) 对数恒等式.....	2	(4) 一元二次不等式 的解.....	12
(5) 对数换底公式.....	2	(5) 分式不等式的解.....	13
2. 方程.....	2	(6) 无理不等式的解.....	13
(1) 一元一次方程.....	2	(7) 简单的高次不等 式的解.....	14
(2) 一元二次方程.....	3	(8) 证明不等式.....	14
(3) 一元高次方程.....	3	5. 集 合.....	15
(4) 分式方程.....	5	(1) 集合的基本概念.....	15
(5) 无理方程.....	5	(2) 集合间关系.....	15
(6) 指数方程.....	5	(3) 集合的性质.....	16
(7) 对数方程.....	5	6. 映射与函数.....	17
(8) 解方程的同解变形 与增根、减根.....	6	(1) 对应.....	17
3. 方程 组.....	7		
(1) 方程组的同解变 形.....	7		
(2) 二元一次方程组.....	8		

(2) 单值对应(映射).....	18	数列.....	31
(3) 象与原象.....	18	8. 数列的极限.....	33
(4) 记号 $\phi(x)$ 的意 义.....	18	9. 无穷等比数列各 项的和.....	34
(5) 有关映射的一些 问题.....	18	10. 数学归纳法.....	34
(6) 逆对应.....	19	(1) 不完全归纳.....	34
(7) 函数.....	19	(2) 完全归纳.....	34
(8) 初等函数的分类.....	20	(3) 数学归纳法.....	34
(9) 函数定义域的求 法.....	20	11. 行列式.....	35
(10) 函数值域的求法.....	21	(1) 二阶行列式与三阶 行列式.....	35
(11) 反函数.....	22	(2) 二阶行列式与三 阶行列式的对角 线展开法.....	36
(12) 函数的重要性质.....	22	(3) 行列式的性质.....	37
(13) 函数图象的几何 变换.....	25	(4) 按一行或一列展 开行列式.....	38
(14) 几种初等函数的 定义、性质和图 象.....	26	(5) 线性方程组的解 的讨论.....	39
7. 数列.....	29	12. 复数.....	40
(1) 数列与数列的通 项公式.....	29	(1) 复数的主要概念.....	40
(2) 数列的分类.....	29	(2) 复数的运算法则.....	43
(3) 求数列通项的方 法.....	30	(3) 复数运算中常用 的性质.....	47
(4) 和号 Σ 的性质与 计算.....	30	(4) 平面图形的复数 表示.....	48
(5) 等差数列、等比		13. 排列、组合.....	49

(1) 乘法原理与加法原理.....	50	(3) 象限角.....	55
(2) 排列的定义与计算公式.....	50	(4) 终边相同的角.....	55
(3) 组合的定义与计算公式.....	51	(5) 区间角.....	56
14. 二项式定理	52	3. 任意角的三角函数的定义	56
(1) 第一项相同而第二项不同的若干个二项式的积.....	52	4. 三角函数线	57
(2) 二项展开式.....	52	5. 同角三角函数间的关系	58
(3) 二项展开式的通项公式.....	52	6. 三角函数的诱导公式	59
(4) 二项展开式的规律.....	52	7. 特殊角的三角函数值	61
(5) 杨辉三角.....	53	8. 三角函数的性质.....	62
(6) 一些常用的组合数的和.....	53	9. 三角函数图象的画法	63
(二) 平面三角要点	54	(1) 列表描点法.....	63
1. 角的度量	54	(2) 利用三角函数线.....	63
(1) 角度制.....	54	(3) 利用函数图象的几何变换.....	64
(2) 弧度制.....	55	(4) 五点法.....	65
(3) 角度制与弧度制换算.....	55	(5) 一般正弦函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 中, A, ω, ϕ 的意义	67
2. 角的概念的推广.....	55	10. 三角恒等式	67
(1) 角.....	55	(1) 两角和、差的三角函数公式.....	67
(2) 正角、负角、零角.....	55	(2) 倍角三角函数公	

式.....	68	(3) 确定平面的条件.....	80
(3) 半角三角函数公		2. 直线与直线	81
式.....	69	(1) 两条不重合的直	
(4) 万能公式.....	69	线的位置关系.....	81
(5) 和差化积公式.....	70	(2) 异面直线.....	81
(6) 积化和差公式.....	71	(3) 直线与直线平行	
(7) 降幂公式.....	71	的判定和性质.....	82
11. 反三角函数	72	(4) 直线与直线垂直	
(1) 反三角函数的定		的判定和性质.....	83
义.....	72	3. 直线与平面	84
(2) 反三角函数的性		(1) 直线与平面的位	
质与图象.....	72	置关系.....	84
(3) 反三角函数公式.....	74	(2) 直线与平面所成	
12. 三角方程.....	75	角.....	85
(1) 三角方程的定义.....	75	(3) 直线与平面的距	
(2) 最简单的三角方		离.....	86
程的解.....	76	(4) 直线与平面平行	
(3) 三角方程的解法.....	76	的判定和性质.....	86
13. 解三角形.....	78	(5) 直线与平面垂直	
(1) 解三角形的意义.....	78	的判定和性质.....	87
(2) 直角三角形的解		4. 平面与平面	89
法.....	78	(1) 平面与平面的位	
(3) 斜三角形的解法.....	78	置关系.....	89
(三) 立体几何要		(2) 平面与平面间的	
点	80	距离.....	89
1. 平面	80	(3) 平面与平面所成	
(1) 平面的判定.....	80	的角.....	89
(2) 平面的性质.....	80	(4) 平面与平面平行	

的判定和性质..... 90	条件.....104
(5) 平面与平面垂直	(3) 正多面体的种类.....104
的判定和性质..... 92	(4) 正多面体的性质.....105
5. 直线与平面一章	12. 欧拉公式.....105
常用定理和公式..... 93	13. 祖暅原理105
6. 棱柱 96	(四) 平面解析几
(1) 棱柱的定义、基本性质和计算公式..... 96	何要点.....105
(2) 特殊四棱柱的定义、基本性质和计算公式..... 97	1. 平面解析几何的
7. 棱锥的定义、基本性质和计算公式..... 98	基本概念和基本
8. 棱台的定义、基本性质和计算公式..... 99	公式.....105
9. 圆柱、圆锥、圆台的定义、基本性质和计算公式.....100	(1) 点与直角坐标一
10. 球、球面、球缺、球冠的定义和计算公式.....102	一对对应.....105
11. 正多面体.....104	(2) 有向直线.....106
(1) 定义.....104	(3) 有向线段.....106
(2) 决定正多面体的	(4) 有向线段的方向.....106
	(5) 有向线段的长度.....106
	(6) 有向线段的数量.....106
	(7) 数轴上有向线段的数量公式.....106
	(8) 数轴上两点间距离公式.....107
	(9) 平面上两点间距离公式.....107
	(10) 一点分有向线段之比.....107
	(11) 有向线段的定比分点坐标公式.....107

(12) 直线的倾斜角.....108	13. 圆锥曲线与二元
(13) 直线的斜率.....108	二次方程134
(14) 过平面上两点的 直线斜率公式.....108	(1) 圆锥曲线(圆锥 截线)134
(15) 三角形面积公式.....108	(2) 二元二次方程.....134
2. 曲线和方程108	(3) 圆锥曲线系.....134
3. 已知曲线求它的 方程.....109	14. 参数方程.....134
4. 已知方程求它的 曲线109	(1) 参数方程的意义.....134
5. 直线110	(2) 常见曲线的参数 方程.....135
(1) 直线的方程.....110	(3) 参数方程与普通 方程的互化.....139
(2) 点与直线的关系.....111	(4) 求动点轨迹的参 数方程的步骤.....140
(3) 两直线间的关系.....111	(5) 参数方程的图形 的画法.....140
(4) 其他.....112	15. 极坐标141
6. 直线系112	(1) 极坐标和极坐标 方程的概念.....141
7. 圆.....115	(2) 常见曲线的极坐 标方程.....143
8. 椭圆117	(3) 极坐标与直角坐 标互换公式.....147
9. 双曲线121	(4) 极坐标方程与直 角坐标方程互化.....147
10. 抛物线127	(5) 判定两点 P, P' 对称性.....148
11. 椭圆、双曲线、 抛物线的统一定 义.....130	(6) 判定极坐标方程
12. 坐标变换.....131	
(1) 平移与旋转.....131	
(2) 一般二元二次方 程的讨论.....133	

$\phi(\rho, \theta) = 0$ 的图	形画法步骤.....149
形对称性.....148	(9) 直角坐标系与极
(7) 求轨迹的极坐标	坐标系中某些问
方程的步骤.....148	题的不同.....150
(8) 极坐标方程的图	

二、题 型 篇

(一) 选择题.....161	3. 坐标代换法 (或
1. 代数.....161	相关点法)316
2. 三角.....196	4. 参数法321
3. 立体几何204	5. 极坐标法325
4. 平面解析几何215	(五) 最值问题330
(二) 是非判断题232	1. 利用二次函数的
立体几何232	有关知识330
(三) 填空题.....235	2. 利用平均数定理.....331
1. 代数.....235	3. 利用最值定理331
2. 三角.....275	4. 利用判别式331
3. 立体几何285	5. 利用正弦函数和
4. 平面解析几何295	余弦函数的有界
(四) 轨迹问题307	性.....332
1. 定义法307	6. 利用函数的单调
2. 条件代换法 (或	性.....332
直接求法)311	

三、解题方法与思路篇

(一) 常用的推理	方法.....364
-----------	------------

1. 分析法与综合法	364	元	426
(1) 综合法	364	(4) 设比值 k 换元	428
(2) 分析法	365	(5) 解方程与解方程组中的换元	431
2. 直接证法与间接证法	366	(6) 均值换元	442
(1) 直接证法	366	(7) 利用三角函数换元	447
(2) 间接证法	366	(8) 解析几何中的变换方法	475
3. 演绎与归纳	372	(9) 平面几何中的变换方法	491
(1) 演绎	372	(10) 立体几何中的变换方法	513
(2) 归纳	372	4. 配方法	537
(3) 数学归纳法	373	5. 待定系数法	550
(二) 常用的思路、方法与技巧	387	6. 放缩法	564
1. 数、式运算方面	387	7. 分类讨论法	566
(1) 数、式化简和求值	387	(1) 根据定义, 进行分类讨论	568
(2) 复数运算	395	(2) 根据公式、法则、定理的条件, 进行分类讨论	574
(3) 解方程化简	397	(3) 分层次, 逐次分类讨论	576
(4) 解应用题计算	399	(4) 根据题目里数值的特性, 进行分类讨论	579
2. 数形结合, 相辅相成	401	(5) 根据题目的特殊	
3. 变量代换, 化繁为简	421		
(1) 恒等变形与求值计算中的换元	421		
(2) 自身代换	423		
(3) 利用函数关系换			

要求, 分类讨论.....585

四、答 疑 篇

(一) 在参数方程
与普通方程
互化中为什
么要重视同
解?593

(二) 双曲线的极

坐标方程的

几个问题595

1. 画图问题595

2. $\rho < 0$ 带来的问题596

(三) 有关复合函

数的问题598

附 录

(一) 部分数学家

简介611

刘徽611

赵爽612

祖冲之613

祖暅614

贾宪615

李冶615

秦九韶616

杨辉617

朱世杰618

程大位618

徐光启619

梅文鼎620

项名达621

李善兰621

华蘅芳623

华罗庚623

毕达哥拉斯624

希波克拉底625

芝诺626

欧几里得626

阿基米德627

阿波罗尼奥斯628

希罗629

邦贝利629

韦达630

斯蒂文630

纳皮尔631

布里格斯632

奥特雷德	633
笛卡儿	633
卡瓦列里	634
费马	635
沃利斯	636
帕斯卡	636
莱布尼兹	637
罗尔	638
雅各布·伯努利	638
棣美弗	638
克莱姆	639
欧拉	639
辛普森	640
贝佐	641
拉格朗日	641
高斯	642

柯西	643
阿贝尔	644
康托尔	644
(二) 常数表	645
(三) 数学符号表	646
1. 规模化的数学符号	646
2. 待规范的常用数学符号示例	653
(四) 拉丁字母	654
(五) 希腊字母	654
(六) 度、分、秒	655
化弧度表	655
(七) 弧度化度、分、秒表	656

一、双基篇

(一) 代数要点

1. 对数

(1) 对数的意义

如果 $a^b = N$ ($a > 0, a \neq 1$), 那么 b 叫做以 a 为底 N 的对数。记作 $\log_a N = b$ 。 a, b, N 在指数式和对数式中, 名称对照如下表:

	a	b	N
在指数式 $a^b = N$ 中	底	指数	幂
在对数式 $\log N = b$ 中	底	对数	真数

所以“指数就是对数”, “幂就是真数”。当 $a=10$ 时, $\log_{10} N$ 记为 $\lg N$, 称为常用对数。当 $a=e$ ($e \approx 2.718\cdots$) 时, $\log_e N$ 记为 $\ln N$, 称为自然对数。

(2) 对数的性质

- 1) 负数和零没有对数。
- 2) 1 的对数是零: $\log_a 1 = 0$ 。
- 3) 底的对数是 1: $\log_a a = 1$ 。
- 4) 当底大于 1 时, 较大的真数, 它的对数也较大。当