# 应用力学的辛数学方法

# Symplectic Solution Methodology in Applied Mechanics

钟万勰 著

高等教育出版社

# 应用力学的辛数学方法

# Symplectic Solution Methodology in Applied Mechanics

钟万勰 著

高等教育出版社

## 内容提要

本书是作者在中国科学技术大学、大连理工大学、上海交通大学、清华大学讲课的教材，是其多年教学研究的成果。作者在本书中力图揭示密切关联的多门力学学科的共同数学基础，指出只要换成辛对偶变量体系，即可建立其公共的理论体系；并提出了传统经典力学应向分析结构力学新层次发展的观点；指出保守体系的各种近似分析皆应注意保辛等。本书为此提供了最易接受的学习途径，强调学科之间的互相渗透、融合，注意启发学生思考和加强他们对理论、概念的理解，并介绍了在物理、控制等相关领域的应用。本书可作为大专院校力学专业高年级本科生和研究生教材，也可供相关研究人员参考。

**图书在版编目(CIP)数据**

应用力学的辛数学方法/钟万勰著.—北京:高等教育出版社,2006.2

ISBN 7-04-018713-2

Ⅰ.应... Ⅱ.钟... Ⅲ.辛-数学方法-应用-应用力学-高等学校-教材 Ⅳ.O39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 161035 号

**策划编辑** 王　超　**责任编辑** 王　超　**封面设计** 李卫青
**责任绘图** 朱　静　**版式设计** 史新薇　**责任校对** 杨凤玲
**责任印制** 韩　刚

| | | | |
|---|---|---|---|
| **出版发行** | 高等教育出版社 | **购书热线** | 010-58581118 |
| **社　　址** | 北京市西城区德外大街 4 号 | **免费咨询** | 800-810-0598 |
| **邮政编码** | 100011 | **网　　址** | http://www.hep.edu.cn |
| **总　　机** | 010-58581000 | | http://www.hep.com.cn |
| **经　　销** | 蓝色畅想图书发行有限公司 | **网上订购** | http://www.landraco.com |
| **印　　刷** | 北京原创阳光印业有限公司 | | http://www.landraco.com.cn |
| | | **畅想教育** | http://www.widedu.com |
| **开　　本** | 787×960　1/16 | **版　　次** | 2006年2月第1版 |
| **印　　张** | 20.75 | **印　　次** | 2006年2月第1次印刷 |
| **字　　数** | 340 000 | **定　　价** | 37.00 元 |



**物料号　18713-00**

中行独复，以从道也

《易经》复卦－六四

# 序　言

当代世界处于科技大发展时期。空间、纳米、环境、能源、生命、信息等科技领域都发生着深刻变化，大量新学科的涌现与学科交叉是时代的特点，这离不开基础学科的支撑。中国的崛起面临发展科技的强烈需求。2005 年 6 月 27 日，中共中央政治局召开会议研究国家中长期科学技术发展规划的若干重大问题，中共中央总书记胡锦涛主持了会议。会议强调："我们必须更加坚定地把科技进步和创新作为经济社会发展的首要推动力量，把提高自主创新能力作为面向未来的重大战略。今后 15 年，我国科技工作要坚持自主创新、重点跨越、支撑发展、引领未来的指导方针，坚持把提高自主创新能力摆在全部科技工作的核心位置，大力加强原始性创新、集成创新和在引进先进技术基础上的消化、吸收、创新，努力在若干重要领域掌握一批核心技术，拥有一批自主知识产权，造就一批具有国际竞争力的企业和品牌，为我国经济社会发展和国防现代化建设提供强大支撑。"显然，10～20 年后攀登世界科技高峰的主力军是现在的年青一代。大学生、研究生的培养至关重要，这给教学提出了挑战。教学体系改革，提供扎实的数理化基础，启发学生的主动性、事业心等方面，就成为必须探讨的课题。

"业精于勤，荒于嬉；行成于思，毁于随"。培养学生应放眼 20 年以上。教学体系改革需要"思"、而不是盲目地"随"。从多年来的教学、科研实践看出：数学、物理从来都是科学的基础，应用力学则是众多工程科学的基础。学好这些基础课对学生将来的攀登是极为重要的。物理、应用力学从来都是数学的广阔园地，并也对数学的发展起了重要的推动作用。在教学中将这些学科互相渗透融合，对于启发学生的理解与思考，扩大眼界打好基础，将起重要作用。

"师者，所以传道、授业、解惑也"。1900 年，D. 希尔伯特在巴黎第二届国际数学家大会上明确指出："我们面临的问题是：数学会不会遭遇到像其它有些学科长期以来经历的那样的厄运，被分割成许多孤立的分支，它们的任务很难相互理解，彼此之间的关系变得更加松散。我们从不相信，也不希望那样。我认为数学科学是一个不可分割的有机整体，它的生

命力依赖于各个部分的联系……数学的有机的统一是这门学科固有的特点,因为它是一切精确自然科学知识的基础”。在柯朗和希尔伯特的名著《数学物理方法》的序言中指出:“物理的直观,对于数学问题和方法是富有生命力的根源。……因此,有必要引导我们努力转向于将许多有特点和各式各样的科学事实的共同点及其相互关联加以阐明,以重新统一这种分离的趋向。只有这样,才可以使学者们掌握这些材料,从而为研究工作更进一步的有机发展准备下基础。本书发展了起源于物理问题的数学方法,并试图使这些结果纳入统一的数学理论。……”统一的数学理论与方法就是“道”。这些论述至今仍然适用,很有启发意义。

面对新学科的大量涌现,单纯地增加教学内容将使学生负担过重而无法承受。不更新教学内容又将落后于时代。应用力学与信息、控制的交叉,以及在多尺度、多层次以至纳米尺度的研究已臻量子理论阶段,铁木辛柯传统理论体系已不能适应,改革是大势所趋。需要数、理、化、力等基础学科的专家共同努力,发展新时期的教学改革,走出自己的路子来。2004 年 3 月 28 日—31 日教育部高教司召开数学、物理、力学课程体系改革联合研讨会是重要一步。与会大多数专家、教授共识,要写出有我国特色的数理力教材,是重要关键之一。此形势使我认识到开拓新教材的重要性。因此有了这本《应用力学的辛数学方法》。

2002 年我曾出版《应用力学对偶体系》,并用作教材在大连理工大学力学系讲授过三遍。实践说明,虽然该书给出了新(辛)的求解体系,但用作教材仍不够理想。主要在传统分析力学的第一章不易为初学者所接受。写这本《应用力学的辛数学方法》是为了给初学者提供最易接受的途径。本书力求由浅入深,循序渐进,但仍保持辛对偶体系的特点,便于在教学中应用,并且也注意介绍辛对偶体系对物理与力学的应用,着重揭示其数学上的同一性。希望在辛数学的基础上,发展统一的数学理论与方法,作者在中国科学技术大学、大连理工大学、上海交通大学、清华大学讲课时曾以本书做为教材。

回顾我们自己学习过的应用力学,可发现一些问题。分析力学应是力学中最基础的部分,却在课程中讲得很少,因为弹性力学、结构力学、流体力学、振动与稳定等课程与其关联不多。控制理论虽源于力学却已很少在工程力学课程中讲授了。这些课程的理论体系与方法各有一套,学科交叉很不够。例如以往弹性力学与分析力学看不出有多少关系;现在世界正在走向 smart(灵巧),而力学如不与控制理论相连接,又何能 smart。

结构力学与控制理论的模拟理论表明,它们的数学基础是相同的。

这说明力学中多门学科相互间是密切关联的。它们应有一个公共的理论体系。只要换成辛对偶变量体系,就可建立起这个公共理论体系的道,"上兵伐谋"。学懂一门课后,通过类比,就容易学懂另一门课。故本书的宗旨是:为了方便应用力学的教学和科研。改革,就不要一味地随,而要走自己的路。

经典分析力学是力学最根本的体系。拉格朗日方程、最小作用量原理、哈密顿正则方程、正则变换、哈密顿-雅可比理论等等,是非常优美的数学理论体系;并且也是统计力学、电动力学、量子力学等基本学科的基础。这些理论反而在应用力学课程中体现得不够。现代控制论所奠基的状态空间法的起点至少也应回溯到哈密顿正则方程体系。哈密顿正则方程体系也正是辛对偶变量、对偶方程的体系。线性规划、二次规划以及非线性规划的基本方法也奠基于对偶变量基础上。基于以上观察,应用力学也应自觉地、系统地运用对偶变量体系于其多个学科分支。

根据结构力学与控制理论的模拟关系,将辛对偶变量理论体系引入到弹性力学,就改变了以往弹性力学求解中大量运用半逆凑合法的传统,而导向了理性的求解方法。就可求得许多以往半逆凑合法无法导出的结果。对于波的传播、振动理论,引入对偶变量系统,也使问题的求解范围得以扩大,表述更加清楚。现代控制论本来就是奠基于对偶变量体系上的,而将应用力学的方法引入到控制理论,可以使一些基本问题的求解得到重要推进。因此对应用力学的一些学科分支引入辛对偶变量体系,有利于向不同学科领域渗透,也利于教改。作者对分析结构力学与有限元的最新研究也部分反映在教材中,可使分析力学的学习容易些。结合了应用力学的实际后,也暴露了传统经典分析力学的局限性:

- 它奠基于连续时间的系统,但应用力学有限元、控制与信号处理等需要离散系统;
- 动力学总是考虑同一个时间的位移向量,但应用力学有限元需要考虑不同时间的位移向量;
- 动力学要求体系的维数自始至终不变,但应用力学有限元需要变动的维数;
- 它认为物性是即时响应的,但时间滞后是常见的物性,例如粘弹性、控制理论等。

这些局限性表明传统分析力学还需要大力发展。本书讲述的分析结构力学是分析力学的一个新层次。由于紧密结合实际课题,发展前途是广阔的。尤其这是我国自己开辟的园地。随了多少年了,"其下攻城",岂能总也随,该"反客为主",走自己的路了。

在本书中,作者有意安排固体物理等方面的一些浅近的基础内容。其目的也是为了展示辛数学的适应性,也为跨学科研究准备一些基础知识,可任意选读。同一套数学方法将在不同课题中一再出现,如果读者感到本教材的方法总是这一套,重复,这正是统一的数学方法么。本书着重于辛对偶体系方法,而并不强调传统的偏微分方程分类等内容,因它在许多著作中已有讲述了。教学就要让读者易于接受。在学科思想体系方面要深入,而其表达要浅出。在不损害基本理论的前提下越浅近越好,借题发挥,以小喻大。对非数学专业,物理概念要清楚,而不必过分强调数学的严格性。

应用当然要给出数值结果,因此本书尽量给出有关的算法与简单程序,以加深理解。充分发挥计算能力也是道。计算力学已是力学中最活跃的部分之一,是力学通向工程的桥梁,是时代特点。故本书强调算法,并指出保守体系的各种近似分析要注意保辛。精细积分法既用于初值问题,又用于两端边值问题的积分。对于动力方程以及控制理论中的黎卡提方程,椭圆函数等,精细积分都给出了几乎是计算机上的精确解。各种精细积分算法与辛本征问题的算法,是本书的另一个特点。本书强调走自己的路,发展辛体系。挑战传统,不可能成熟,尚祈有志同仁不吝赐教。

感谢教材发展研究所(RT0402)、自然科学基金(10421002,10372019)及国家重点基础研究专项经费资助 973 - 2005CB32170X 的支持。

2005 年 9 月 14 日于大连理工大学

一阴一阳之谓道

《易经 · 系辞》

# 目　　录

# Contents