全国中等卫生学校教材

数学

（供卫生医士、药剂士、临床检验士、检验士、卫生检士、放射医士、中药士、医士、妇幼医士、口腔医士、护士、助产士专业用）

史美韵　主编

孙伟民　主审

江苏科学技术出版社

全国中等卫生学校教材

数　学

（供卫生医士、药剂士、临床检验士、检验士、卫生检验士、放射医士、中药士、医士、妇幼医士、口腔医士、护士、助产士专业用）

史美韻　主编
施沛沄
顾洁身　编写
秦玉明
孙伟民　主审

江苏科学技术出版社

全国中等卫生学校教材
数　　学
史 美 韵　主编

江苏科学技术出版社出版
镇 江 前 进 印 刷 厂 印 刷
江 苏 省 新 华 书 店 发 行
开本787×1092毫米 1/16 印张14.5 字数 368.000
1985年5月第1版 1985年5月第1次印刷
印数 1—117,700 册
书号：14196.181 定价：2.20元

编 写 说 明

本书是根据卫生部颁发的《中等卫生学校十三个专业教学计划》的要求，参照现行高中数学教材，和学习医卫专业理论所必须的数学知识为基础编写的，供卫生医士、药剂士、临床检验士、检验士、卫生检验士、放射医士、中药士、医士、妇幼医士、口腔医士、护士、助产士共十二个专业使用。

全书内容包括：函数，三角函数，排列、组合和二项式定理，概率初步，数列和数列的极限，微积分初步，复数等，附录供有关专业教学使用。全书最后附有教学大纲，使师生都明确教学要求和内容，努力完成教学计划。每章节配备一定数量的习题和复习题，可根据学生实际程度和专业需要选择使用。

在编写过程中，曾两次征求部分卫（护）校数学教师对教学大纲和教材的意见和要求。初稿编出后，又向四川省卫生管理干部学院，浙江省和上海市中等卫（护）校数学大组以及部分省市卫（护）校数学教师，征求修改意见。他们提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

编 者

1984年8月

目　　录

第一章　函数

一、集合…………………………………………………………………………（1）
二、对应…………………………………………………………………………（8）
三、直线方程、直线型经验公式……………………………………………（20）
四、幂函数、指数函数、对数函数…………………………………………（32）

第二章　三角函数

一、任意角的三角函数…………………………………………………………（48）
二、正弦函数的图象和性质……………………………………………………（64）
三、两角和与差的正弦和余弦…………………………………………………（73）

第三章　排列、组合和二项式定理

一、排列和组合…………………………………………………………………（83）
二、二项式定理…………………………………………………………………（94）

第四章　概率初步

一、事件与概率…………………………………………………………………（99）
二、等可能性事件的概率……………………………………………………（101）
三、互斥事件有一个发生的概率……………………………………………（105）
四、相互独立事件同时发生的概率…………………………………………（108）
五、独立重复试验的概率……………………………………………………（111）

第五章　数列和数列的极限

一、数列………………………………………………………………………（116）
二、数列的极限………………………………………………………………（127）

第六章　微积分初步

一、函数的极限………………………………………………………………（137）
二、导数和微分………………………………………………………………（147）
三、不定积分和定积分………………………………………………………（166）

第七章　复数

一、复数的概念………………………………………………………………（183）

二、复数的运算 …… (187)
三、复数的三角形式和指数形式 …… (190)

附录

一、百分法、比和比例在医药上的应用 …… (201)
二、近似计算 …… (207)
三、指数、对数曲线的直线化 …… (210)

附表

一、常用对数表 …… (213)
二、反对数表 …… (216)
三、三角函数表 …… (219)

数学教学大纲 …… (226)

第一章 函　数

一、集　合

1．集合

我们来研究下面几组对象：

（1）1，2，3，4，5；

（2）抛物线$y=x^2$上所有的点；

（3）所有的直角三角形；

（4）某班级的全体同学；

（5）组成APC药片的药物成分。

他们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些人、一些物质组成的。我们说，每一组对象的全体组成一个**集合**（简称**集**）。集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**。例如，（1）是由数1，2，3，4，5组成的集合，其中的对象1，2，3，4，5都是这个集合的元素；（4）是由某班级的全体同学组成的集合，其中的对象这个班级的每一个同学都是这个集合的元素；（5）是由APC药片的成分组成的集合，其中的对象阿司匹林，非那西汀，咖啡因都是这个集合的元素。

含有有限个元素的集合叫做**有限集**，上面（1），（4），（5）这三个集合都是有限集；含有无限个元素的集合叫做**无限集**，上面（2），（3）这两个集合都是无限集。

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的。这就是说，对于任何一个对象，都能够确定它是不是这个给定集合的元素。例如，对于由所有的直角三角形组成的集合，内角分别为30°，60°，90°的三角形，是这个集合的元素，而内角分别为50°，60°，70°的三角形，就不是这个集合的元素；对于组成APC药片的成分的集合，阿司匹林，非那西汀，咖啡因是这个集合的元素，而碘就不是这个集合的元素。

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的。这就是说，在同一个集合里不能重复出现同一个元素，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。因此，集合中的元素是不能重复出现的。

表示集合的方法，常用的有列举法和描述法。

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**列举法**。

例如，由数1，2，3，4，5组成的集合，可以表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

又如，由字母a，b，c，d，e组成的集合，可以表示为

$$\{a, b, c, d, e\}.$$

对于一个给定的集合，集合中的元素是无顺序关系的。这就是说，用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序。如集合$\{a, b, c, d, e\}$，也可以表示为$\{c, d, e, a, b\}$或$\{b, a, e, d, c\}$。

应该注意，a和$\{a\}$是不同的：a表示一个元素；$\{a\}$表示一个集合，这个集合只有一个元素a。

把集合中的元素的共同特性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**描述法**.

例如，由所有的直角三角形组成的集合，可以表示为{直角三角形}；

由某班级的全体同学组成的集合，可以表示为{某班级里的同学}；

由抛物线$y=x^2$上所有点的坐标组成的集合，可以表示为$\{(x, y)|y=x^2\}$，括号内竖线的左方写上这个集合的代表的元素，在竖线的右方写上这个集合的元素的共同特性。

由不等式$x-3>2$的所有的解组成的集合（即$x-3>2$的解集），可以表示为$\{x|x-3>2\}$.

列举法和描述法是两种不同的表示集合的方法，究竟用哪种方法，要看具体问题而定。有些集合，随便选用哪种表示方法都可以，但也有些集合，只适宜用其中一种。例如，集合$\{-3, 0, 2, 5\}$就不宜用描述法表示，而集合$\{x|-1<x<2\}$则不能用列举法表示。

例1 用适当的方法把下列集合表示出来：

(1)由所有的小于6的正整数组成的集合.

解：用列举法表示为$\{1, 2, 3, 4, 5\}$；

用描述法表示为{小于6的正整数}.

(2)由周长等于20厘米的三角形组成的集合.

解：用描述法表示为{周长等于20厘米的三角形}.

(3)由$-1, 0, 0.5, 2, 3$组成的集合.

解：用列举法表示为$\{-1, 0, 0.5, 2, 3\}$.

集合通常用大写的拉丁字母表示，集合的元素用小写的拉丁字母表示。如果a是集合A的元素，就说a**属于**集合A，记作$a\in A$；如果a不是集合A的元素，就说a**不属于**A，记作$a\notin A$（或$a\overline{\in} A$）。例如，$B=\{1, 3, 5, 7, \cdots\}$，那么

$$5\in B, \qquad 4\notin B.$$

集合和其元素之间是从属关系，即集合含有它的每一个元素，它的每一个元素都属于这个集合。例如，设A为不等式$x^2-5x+6>0$的所有解的集合，可以表示为$A=\{x|x^2-5x+6>0\}$或$A=\{x|x>3或x<2\}$，也就是说，凡是大于3或小于2的所有实数都是集合A的元素。如$4\in A$，$-1\in A$，$3\notin A$，$2\notin A$.

全体自然数的集合通常简称**自然数集**，记作N；

全体整数的集合通常简称**整数集**，记作Z；

全体有理数的集合通常简称**有理数集**，记作Q；

全体实数的集合通常简称**实数集**，记作R.

为了方便起见，有时我们还用Q^+表示正有理数集，用R^-表示负实数集（本章不作说明是指实数集）.

例如，集合$\{x|0<x<2, x\in Q\}$表示所有大于零而小于2的有理数所组成的集合.

集合$\{x|x\leqslant 100, x\in N\}$表示不大于100的自然数所组成的集合.

2. 子集、交集、并集、补集

(1)子集 设集合A={解剖学，数学}，集合B={解剖学，数学，化学，生物学}. 容易看出，集合A的任何一个元素，都是集合B的元素.

一般地，对于两个集合A和B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么集合A叫做集合B的**子集**，记作$A\subseteq B$（或$B\supseteq A$），读作“A包含于B”（或“B包含A”）.

例如，设$A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B=\{1, 3, 5\}$，$C=\{3, 5\}$．那么，$A\supseteq B$或$B\subseteq A$；$A\supseteq C$或$C\subseteq A$．这就是说，B和C都是A的子集，且C也是B的子集．为了直观地表示集合和集合间的关系，可以用简单的示意图来表示．从图1－1上可以看出：

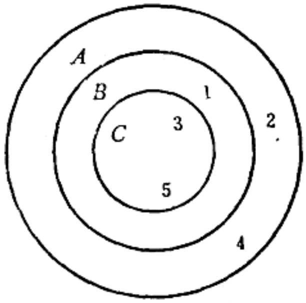

图1－1

如果$A\supseteq B$，$B\supseteq C$，那么$A\supseteq C$．

对于自然数集N，有理数集Q，实数集R，如果$R\supseteq Q$，$Q\supseteq N$，那么$R\supseteq N$．

对于任何一个集合A，因为它的任何一个元素都属于集合A本身，所以$A\subseteq A$，也就是说，**任何一个集合是它本身的子集**．

我们把不含任何元素的集合叫做**空集**，记作$\varnothing$．例如：

$\{x \mid x+1=x+3\}=\varnothing$，

$\{$小于零的正整数$\}=\varnothing$，

$\{$两边之和小于第三边的三角形$\}=\varnothing$．

我们规定**空集是任何集合的子集**．也就是说，对于任何集合A，有

$$\varnothing\subseteq A.$$

应该注意，数0和$\{0\}$和空集$\varnothing$是不同的：0表示一个数；$\{0\}$表示一个集合，这个集合只有一个元素0；空集$\varnothing$表示不含任何元素的集合．例如，$\{x \mid x^2+1=0, x\in R\}=\varnothing$，它表示方程$x^2+1=0$在实数范围内没有解集．

如果A是B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，那么集合A叫做集合B的**真子集**，记作$A\subset B$（或$B\supset A$），读作"A真包含于B"（或"B真包含A"）．

集合B同它的真子集A之间的关系，可用图1－2中B同A的关系来说明，其中A，B两个圈的内部分别表示集合A，B．

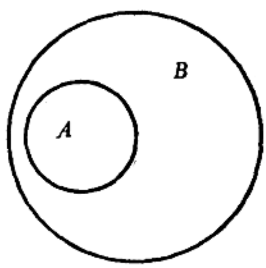

图1－2

例如集合$B=\{0, 1, 2, 3, 4\}$，集合$A=\{1, 0\}$，A是B的子集，且B中有

三个元素不是属于A，那么，集合A叫做集合B的真子集。

显然，空集是任何非空集合的真子集。

对于两个集合A和B，如果$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$，我们就说这两个**集合相等**，记作$A=B$，读作“A等于B”。

例如，$A=\{x|x^2+3x+2=0\}$，$B=\{-1,-2\}$，那么$A=B$。因为适合条件$x^2+3x+2=0$的解有$x_1=-1$，$x_2=-2$，即$A=\{-1,-2\}$。所以A和B的元素完全相同，那么$A=B$。

例1 写出集合$\{a,b,c\}$的所有的子集及真子集。

解：所有的子集是：$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{b,c\}$，$\{a,b,c\}$。

所有的真子集是：$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{b,c\}$。

例2 写出不等式$x-3>2$的解集，并进行化简（即化成直接表明未知数本身的取值范围的解集）。

解：不等式$x-3>2$的解集是

$$\{x|x-3>2\}=\{x|x>5\}.$$

(2)**交集** 设集合$A=\{$解剖学，数学，化学，生物学$\}$，$B=\{$解剖学，英语，化学，语文$\}$。容易看出，集合$C=\{$解剖学，化学$\}$是由所有属于A且属于B的元素（即A，B的公共元素）所组成的。

一般地，由所有属于集合A且属于集合B的元素所组成的集合，叫做A，B的**交集**，记作$A\cap B$（可读作“A交B”），即$A\cap B=\{x|x\in A，且x\in B\}$。用图1-3的阴影部分表示$A$和$B$的交集。

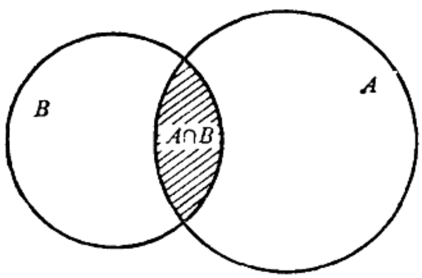

图1-3

例如，已知8的正约数的集合为$A=\{1,2,4,8\}$，12的正约数的集合为$B=\{1,2,3,4,6,12\}$，那么求8和12的正公约数的集合，可以从求8的正约数的集合和12的正约数集合的交集而得到.

即 $\{1,2,4,8\}\cap\{1,2,3,4,6,12\}=\{1,2,4\}$。

由交集定义容易推出，对于任何集合A，B，有

$$A\cap A=A,\qquad A\cap\varnothing=\varnothing,\qquad A\cap B=B\cap A.$$

例3 设$A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x<3\}$，求$A\cap B$。

解：$A\cap B=\{x|x>-2\}\cap\{x|x<3\}=\{x|-2<x<3\}$，如图1-4所示。

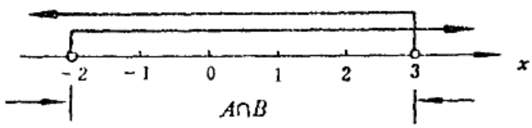

图 1-4

例4 设$A=\{(x,\ y)|4x+y=6\}$，$B=\{(x,\ y)|3x+2y=7\}$，求$A\cap B$。

解： $A\cap B=\{(x,\ y)|4x+y=6\}\cap\{(x,\ y)|3x+2y=7\}$

$$=\left\{(x,\ y)\left|\begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}\right.\right\}=\{(1,\ 2)\}.$$

(3)并集 设集合$A=\{$解剖学，数学，化学，生物学$\}$，$B=\{$解剖学，数学，物理学$\}$。容易看出，集合$C=\{$解剖学，数学，化学，生物学，物理学$\}$是由A和B两个集合的元素合并起来组成的。

一般地，由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合，叫做A，B的**并集**，记作$A\cup B$（可读作"A并B"），即$A\cup B=\{x|x\in A$，或$x\in B\}$。图1-5中阴影部分，表示集合A，B的并集$A\cup B$。

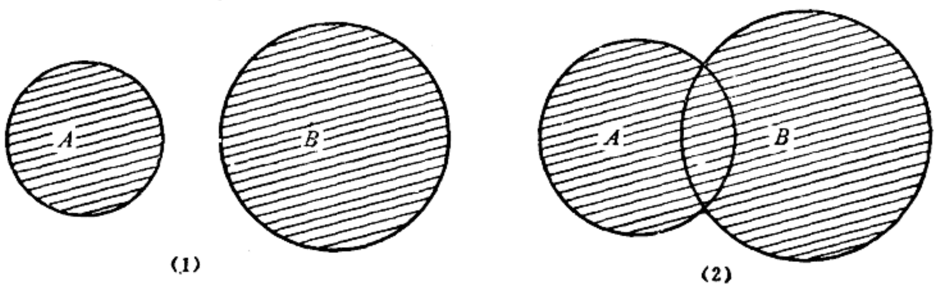

图 1-5

由并集定义容易知道，对于任何集合A，B，有

$$A\cup A=A,\qquad A\cup\varnothing=A,\qquad A\cup B=B\cup A.$$

例5 设$A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|1<x<3\}$，求$A\cup B$。

解： $A\cup B=\{x|-1<x<2\}\cup\{x|1<x<3\}=\{x|-1<x<3\}$。

例6 设 $A=\left\{x\left|-4<x<-\frac{1}{2}\right.\right\}$，$B=\{x|x\leqslant -4\}$，求$A\cup B$，$A\cap B$。

解： $A\cup B=\left\{x\left|-4<x<-\frac{1}{2}\right.\right\}\cup\{x|x\leqslant-4\}=\left\{x\left|x<-\frac{1}{2}\right.\right\}$，

$A\cap B=\left\{x\left|-4<x<-\frac{1}{2}\right.\right\}\cap\{x|x\leqslant-4\}=\varnothing$。

(4)补集 在研究集合和集合之间的关系时，这些集合常常是某一个给定集合的子集，这个给定的集合可以看作一个**全集**，用符号I表示。也就是说，全集含有我们所要研究的各个

集合的全部元素。如我们在研究数集时，常常把实数集R作为全集。

已知全集I，集合$A\subseteq I$，由I中所有不属于A的元素组成的集合，叫做集合A在集合I中的**补集**，记作$\overline{A}$（可读作"A补"），即$\overline{A}=\{x\mid x\in I，且x\notin A\}$。图1－6中的长方形内表示全集$I$，圈内表示集合$A$，阴影部分表示集合$A$在集合$I$中的补集$\overline{A}$。

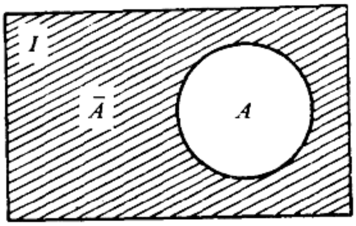

图1－6

例如，如果$I=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，$A=\{1,\ 3,\ 5\}$，那么，

$\overline{A}=\{2,\ 4,\ 6\}$

由补集定义容易知道，

$A\cup\overline{A}=\{1,\ 3,\ 5\}\cup\{2,\ 4,\ 6\}=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}=I$，

$A\cap\overline{A}=\{1,\ 3,\ 5\}\cap\{2,\ 4,\ 6\}=\varnothing$，

$\overline{\overline{A}}=\{1,\ 3,\ 5\}=A$（$\overline{\overline{A}}$表示$\overline{A}$在$I$中的补集）。

因此，对于任何集合A，有

$$A\cup\overline{A}=I,\qquad A\cap\overline{A}=\varnothing,\qquad \overline{\overline{A}}=A.$$

例7　已知$I=R=\{实数\}$，$A=\{x\mid x^2+3x+2<0\}$，求$\overline{A}$。

解：$\because A=\{x\mid x^2+3x+2<0\}=\{x\mid -2<x<-1\}$，

$\therefore\ \overline{A}=\{x\mid x\leqslant -2\}\cup\{x\mid x\geqslant -1\}=\{x\mid x\leqslant -2，或x\geqslant -1\}$。

例8　设$I=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$，$A=\{3,\ 4,\ 5\}$，$B=\{4,\ 7,\ 8\}$，

求$\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A}\cup\overline{B}$。

解：$\overline{A}=\{1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8\}$，

$\overline{B}=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6\}$，

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,\ 2,\ 6\}$，

$\overline{A}\cup\overline{B}=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$。

习题一（1）

1．（口答）说出下面集合里的元素：

（1）{平方后和自己相等的数}；

（2）{一年中恰有30天的月份}；

（3）{中国的四大江河}；

（4）{一周内七天的名称}。

2. 用适当的方法表示下列元素组成的集合，然后说出它是有限集还是无限集：

（1）大于3的偶数；

（2）水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星；

（3）大于0的奇数；

（4）不等式$x+4>1$的解。

3. 把下列集合用另一种方法表示出来：

（1）{中国古代的四大发明}；

（2）{一年中的四个季节}；

（3）{动物细胞的三大部结构}；

（4）{组成中国国旗图案的颜色}。

4. 在___处填上符号$\in$或$\notin$：

1___N,　0___N,　-2___N,　0.2___N,　$\sqrt{3}$___N;

1___Z,　0___Z,　-2___Z,　0.2___Z,　$\sqrt{3}$___Z;

1___Q,　0___Q,　-2___Q,　0.2___Q,　$\sqrt{3}$___Q;

1___R,　0___R,　-2___R,　0.2___R,　$\sqrt{3}$___R.

5. 写出集合{甲，乙，丙}的所有子集和真子集。

6. 用符号表示下列两个集合之间的关系：

（1）$A=\{a, b, c, d, o\}$，$B=\{a, b, c, d\}$；

（2）$A=\{a, b, c, d, o\}$，$B=\{o, d, a, c, b\}$。

7. 写出不等式$3x+2<4x-1$的解的集合，并进行化简。

8. 用适当的集合填空：

$\cap$	$\varnothing$	A	B
$\varnothing$	___	___	___
A	___	___	___
B	___	$A\cap B$	___

9. 设$A=\{(x, y)\mid 2x+3y=1\}$，$B=\{(x, y)\mid 3x-2y=3\}$，求$A\cap B$。

10. 设$A=\{a, b, c, d\}$，$B=\{b, d, e, f, g\}$：

（1）求$A\cap B$, $B\cap A$；

（2）在___处填上适当的符号（$\subset$, $\supset$, $=$）：

$A\cap B$___A;　　　　$A\cap B$___$B\cap A$;

B___$A\cap B$;　　　　$\varnothing$___$B\cap A$.

11. 设$A=\{x\mid x<5\}$，$B=\{x\mid x\geqslant 0\}$，求$A\cap B$。

12. 设$A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$，求$A\cap B$。

13. 用适当的集合填空：

$\cup$	$\varnothing$	A	B
$\varnothing$	___	___	___
A	A	___	___
B	___	___	___

14. 设$A=\{x\mid -2<x<1\}$，$B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$，求$A\cup B$。

15. 设$A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{x\mid 1<x<5\}$，求$A\cup B$, $A\cap B$。

16. 设$I=R=\{$实数$\}$，$Q=\{$有理数$\}$，求$\overline{Q}$。

17. 用适当的集合填空：

$\cap$	$\varnothing$	A	A
$\varnothing$	___	___	___
A	___	___	___
$\overline{A}$	___	___	___

$\cup$	$\varnothing$	A	$\overline{A}$
$\varnothing$	___	___	___
A	___	___	___
$\overline{A}$	___	___	___

18. 设$I=\{x|x\in N，且x\leqslant 10\}$，$A=\{1，2，4，5，9\}$，$C=\{3，5，7\}$，
$B=\{4，6，7，8，10\}$，求$A\cap B$，$A\cup B$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A}\cup\overline{B}$，$(A\cap B)\cap C$，$(A\cup B)\cup C$。

二、对　应

1. 单值对应

在初中我们已学习过对应的概念。现在我们来学习一种特殊的对应——单值对应。先观察两个集合A，B的元素之间的一些对应的例子（图1－7），这里A，B都是有限集。

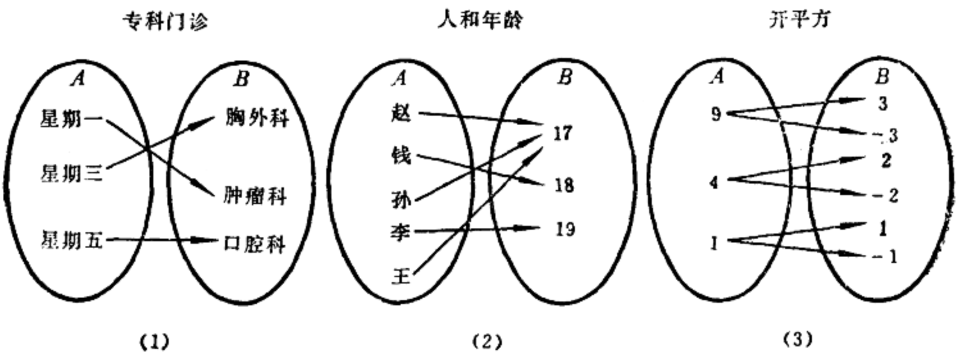

图1－7

在（1）中是专科门诊的对应关系，即集合A中的每一个时间（如星期一），集合B中都有一个专科（如肿瘤科）和它对应。这是一对一的对应；

在（2）中每个人都和一个确定的年龄对应，即集合A中有三个人（赵、孙、王）都和集合B中的一个年龄（17岁）对应。这是多对一的对应；

在（3）中是开平方的对应关系，即集合A中每一个正数x（如$x=9$），而集合B中却有两个平方根$\pm\sqrt{x}$（即± 3）对应。这是一对多的对应。

从上面三种对应关系，我们观察（1）和（2）这两个对应都有这样的特点：对于集合A的任何一个元素，集合B都有唯一的元素和它对应。这样的对应关系，叫做从集合A到集合B的单值对应。因此一对一的对应，多对一的对应都是单值对应，而图1－7中的（3）是一对多的对应，它就不是从集合A到集合B的单值对应。

一般地，设A，B是两个集合，如果按照某种对应法则f，对于集合A中的任何一个元素，在集合B中都有唯一的元素和它对应，这样的对应（包括集合A，B及从A到B的对应法则f）叫做从集合A到集合B的**单值对应**（也叫**映射**），记作$f: A\to B$。

在单值对应下，A中的元素a所对应的B中的元素b叫做a的**象**，a叫做b的**原象**。如图1－7（1）中这个单值对应，B中的元素胸外科和A中的元素星期三对应，这里胸外科是星期三的象，星期三是胸外科的原象。

例如，$A=\{1，2，3，4\}$，$B=\{3，4，5，6，7，8，9\}$，A的元素按

对应法则f：$x \to 2x+1$和B的元素相对应。这是个单值对应。

$4 \in A$，$9 \in B$，$4 \to 2 \cdot 4+1=9$，所以9叫做4的象，4叫做9的原象。A的元素的象的集合是$\{3, 5, 7, 9\}$。

又如，对应f：$x \to |x|$，$x \in R$，是一个单值对应。在这个单值对应下，1和-1叫做1的原象，1叫做1和-1的象。

2. 函数

我们在初中已经学过函数的概念，它的一般叙述是这样的，如果在某变化过程中有两个变量x和y，并且对于x在某个范围内的每一个确定的值，按照某个对应法则，y都有唯一确定的值和它对应，那么y就是x的**函数**，记作$y=f(x)$，x叫做**自变量**，x的取值范围叫做函数的**定义域**，和x的值对应的y的值叫做**函数值**，函数值的集合叫做函数的**值域**。

在函数的概念中涉及到两个集合，即函数的定义域和值域，以及这两个集合的元素之间的对应法则f。因此，函数是由定义域、值域以及定义域到值域上的对应法则三部分组成的一类特殊的单值对应。

例如，对于一次函数$y=2x+1$，函数的定义域是实数集R，值域也是R，对应法则是f：$x \to y=2x+1$，这个函数是一个R到R上的单值对应。

又如，对于二次函数$y=x^2+3$，函数的定义域是实数集R，值域是$\{y|y \geqslant 3\}$，对应法则是f：$x \to y=x^2+3$，这个函数是一个R到$\{y|y \geqslant 3\}$上的单值对应。

x在定义域中取一个确定的值a时，$f(a)$就表示对应的函数值。

例1 已知函数$f(x)=x^2+4x-3$，$x \in \{0, 1, 2, 3, 5\}$，求$f(0)$，$f(2)$，$f(5)$以及函数的值域。

解：$f(0)=-3$，　　$f(2)=9$，　　$f(5)=42$。

$\because$ $x \in \{0, 1, 2, 3, 5\}$，

$\therefore$ 函数的值域是$\{-3, 2, 9, 18, 42\}$。

在同时研究两个或多个函数时，就要用不同的符号表示不同的函数，除$f(x)$外，还常用$F(x)$，$G(x)$，$\Phi(x)$等符号。

在研究函数时常常用到区间的概念。

设a，b是两个实数，而且$a<b$。我们把满足$a \leqslant x \leqslant b$的实数$x$的集合叫做**闭区间**，表示为$[a, b]$；把满足$a<x<b$的实数$x$的集合叫做**开区间**，表示为$(a, b)$；把满足$a \leqslant x<b$，$a<x \leqslant b$的实数$x$的集合，都叫做**半开半闭区间**，分别表示为$[a, b)$，$(a, b]$。这里的实数$a$和$b$都叫做相应区间的**端点**。

实数集R也可以用区间表示为$(-\infty, +\infty)$，"∞"读作"无穷大"，"$-\infty$"读作"负无穷大"，"$+\infty$"读作"正无穷大"。我们还把满足$x \geqslant a$，$x>a$，$x \leqslant b$，$x<b$的实数x的集合分别表示为$[a, +\infty)$，$(a, +\infty)$，$(-\infty, b]$，$(-\infty, b)$。

这样，表示实数集合就有三种方法——集合表示法，不等式表示法，和区间表示法。

例如，大于1小于2的实数，可以表示为$\{x|1<x<2\}$或$1<x<2$或$(1, 2)$。

对一个具体问题，并不要求固定用某种方法，而是根据习惯或简明方便采用各种表示法。

当我们所研究的函数$y=f(x)$是用一个式子表示时，如果不加说明，函数的定义域就是指能使这个式子有意义的实数x的集合。

例2 求函数$f(x)=\frac{1}{x-2}$的定义域。

解： 因为$x-2\neq 0$时，$x\neq 2$，$\frac{1}{x-2}$都有意义，

∴ 这个函数的定义域是$\{x|x\in R，且x\neq 2\}$，或记为

$$(-\infty, 2)\cup(2, +\infty).$$

例3 求函数$f(x)=\sqrt{3x+2}$的定义域。

解： 要使$\sqrt{3x+2}$有意义，那么$3x+2\geqslant 0$，

即$x\geqslant -\frac{2}{3}$，

∴ 这个函数的定义域是$[-\frac{2}{3}, +\infty)$，或记为

$$\left\{x|x\geqslant -\frac{2}{3}, x\in R\right\}.$$

例4 求函数$f(x)=\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+2$的定义域。

解： 使$\sqrt{x+1}$有意义的实数x的集合是$\{x|x\geqslant -1\}$，

使$\sqrt{1-x}$有意义的实数x的集合是$\{x|x\leqslant 1\}$，

∴ 这个函数的定义域是

$\{x|x\geqslant -1\}\cap\{x|x\leqslant 1\}=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，或记为

$$[-1, 1].$$

3. 函数的表示法在医药上的应用

表示函数对应关系的方法，常用的有三种方法，即解析法、列表法和图象法。函数的表示法在医疗卫生工作和医学科学研究方面的应用比较广泛。反映在医药上的一些事物数量的变化特征，常用函数的表示法来分析研究事物间的客观规律，从而得出正确的结论，如分析发病规律，解释致病原因，研究生长发育，研究药物疗效，以及防治疾病措施等。

下面介绍三种方法在医药上的应用：

（1）解析法 解析法是把两个变量间的函数关系用一个数学公式来表达。这在我们实际工作中经常要碰到的。

例如，医师给儿童用药，和成年人不一样，用药量可由儿童的体重来确定。要计算1～12岁儿童的体重，可用公式$y=2x+8$，其中x代表年龄（岁），y代表体重（公斤）。年龄确定了，相应的体重也就确定了。

又如，要计算7～12个月婴儿的体重时，可用公式

$$W=500M+3000,$$

其中M代表月数，W代表体重（克），3000代表婴儿出生时体重（克）。

若要计算10个半月婴儿的体重，通过上式，可以算出该婴儿的体重一般在8250克左右。

（2）列表法 列表法就是将一系列的两个变量对应的值列成表。

例如，在生化检验工作中，检验员作了谷丙转氨酶测定的标准工作曲线，得到光密度读数和谷丙转氨酶单位之间的关系数据列成表：

光密度读数	0.09	0.178	0.26	0.34	0.41
谷丙转氨酶单位	28	57	97	150	200

建立此表以后要测定谷丙转氨酶，只要测出光密度后，从表中查到对应的单位，便得到化验的结果。利用查表方法较方便，简化实验手续，节约时间。

又如，有一发热病员，记录了5天以来发热的情况和最高体温如下表：

时间（天）	1	2	3	4	5
最高体温（T°C）	39	37.3	39.7	36.5	40.5

医师从该表中看出了每天的最高体温（T℃）和时间（天）存在对应关系，从这种间歇发热的规律，考虑间日疟可能，并进一步作血液检查去证实。

（3）图象法　图象法是利用图形来表示两个变量的函数关系。医学上的数量很少出现负值，因此图象一般只画在第一象限，而且采用特殊坐标结构，在两轴上根据需要取不同的单位长度，且取合适的起点。

例如，利用放射性同位素进行肾脏扫描，可以了解两肾的功能和输尿管畅通的情况。静脉注射同位素 ^{131}碘-邻碘马尿酸钠以后在记录仪上便可以看到各种曲线（图1-8）。

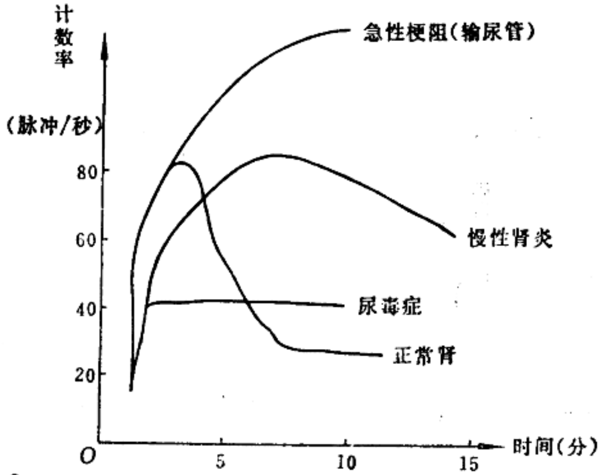

图1-8

例如，图1-9表示静脉注射、肌肉注射青霉素G钠盐10万单位的血清中浓度。根据图

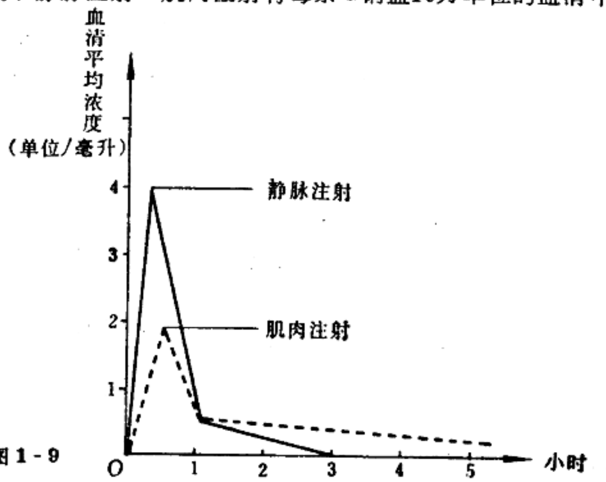

图1-9