

● 初中数理化课外学习丛书 ●

初中数学精编 及智能培养

9633.6
875

■ 青海人民出版社

84

责任编辑：张文选

封面设计：任素贤

ISBN 7-225-00146-9/G·51

定 价： 1.30元

初中数学精编及智能培养

青海人民出版社

一九八八年·西宁

责任编辑 张文选

封面设计 任素贤

初中数学精编及智能培养

王岳庭 周伟元 等编

*

青海人民出版社出版

(西宁市西关大街96号)

青海省新华书店发行 兰州八一印刷厂印刷

*

开本: 787×1092毫米 1/32 印张: 7.375 字数: 160,000

1988年6月第1版 1988年6月第1次印刷

印数: 1—25,760

ISBN 7—225—00146—9/G·51

定 价: 1.30元

前 言

《初中数学精编及智能培养》是根据国家教育委员会1987年制定的中学数学教学大纲的要求编写的，是一本供初中各年级学生使用的课外读物，教师亦可参考。

本书的内容包括以下四部分：

1. 基础知识精编：按初中数学教材的章节，归纳出重点基础知识，引导学生掌握知识的内在联系和结构，解释易混概念，并以典型举例形式，有针对性地解答问题，突出了重点和难点。

2. 基本题型选解：按不同题型的特点，阐明解题规律，指导学生熟悉各种题型的基本解题方法和技巧，巩固基础知识，培养和提高对数学的思维能力。

3. 单元练习题精编：配合各章基础知识，精选了适量的练习题，着力启迪学生独立思考，以提高学生解决问题的能力。

4. 数学竞赛题精选：选择了少量国内外初中数学竞赛题，用以开拓学生掌握知识的深度和广度，供学有余力的同学参考。

对本书的不妥之处，恳请读者给予批评指正。

编 者

1987年12月

目 录

第一部分 基础知识精编

§1	有理数	(1)
	一、有理数的有关概念	(1)
	二、有理数的运算	(3)
	三、近似数	(4)
§2	整式与分式	(7)
	一、整式	(7)
	二、因式分解	(11)
	三、分式	(14)
§3	一次方程(组)与不等式	(20)
	一、方程的基本概念	(20)
	二、一元一次方程	(22)
	三、一次方程组	(24)
	四、列方程解应用题	(27)
	五、一元一次不等式	(31)
§4	方根和根式	(34)
	一、方根	(34)
	二、实数	(35)
	三、根式	(37)
§5	一元二次方程	(42)
	一、配方法	(42)

	二、一元二次方程·····	(44)
	三、代数方程·····	(48)
	四、应用题·····	(53)
§6	指数与对数·····	(56)
✓	一、指数·····	(56)
	二、对数·····	(58)
§7	函数及其图象·····	(63)
✓	一、直角坐标系及函数的基本概念·····	(63)
	二、正比例函数、一次函数、反比例函数·····	(64)
	三、二次函数·····	(69)
	四、一元一次不等式组、一元二次不等式·····	(72)
	五、统计初步·····	(75)
§8	解三角形·····	(79)
✓	一、三角函数·····	(79)
	二、解直角三角形·····	(82)
	三、解任意三角形·····	(84)
§9	直线形·····	(89)
✓	一、相交线、平行线·····	(89)
	二、三角形·····	(93)
	三、四边形·····	(99)
	四、对称图形·····	(102)
	五、面积·····	(106)
§10	圆·····	(109)
✓	一、圆的概念和基本性质·····	(109)
	二、与圆有关的角·····	(110)
	三、圆与点、直线及两圆位置关系·····	(111)

四、圆与多边形	(116)
五、圆的量度	(120)
§11 相似形	(122)
✓ 一、比例线段	(122)
二、相似形	(127)
§12 命题、轨迹与作图	(131)
✓ 一、命题	(131)
二、点的轨迹	(133)
三、尺规作图	(135)

第二部分 基本题型选解

§1 是非题	(140)
§2 改错题	(144)
§3 填空题	(147)
§4 问答题	(152)
§5 选择题	(153)
§6 计算题	(161)
§7 讨论题	(172)
§8 证明题	(176)

第三部分 单元练习题精编

§1 代数、三角练习题	(179)
一、有理数	(179)
二、整式	(181)
三、分式	(185)
四、一次方程(组)与一次不等式	(187)

五、根式·····	(190)
六、一元二次方程·····	(193)
七、指数与对数·····	(195)
八、函数及其图象·····	(198)
九、解三角形·····	(200)
§2 平面几何练习题·····	(202)
一、直线形·····	(202)
二、相似形·····	(205)
三、圆·····	(208)
四、命题和尺规作图·····	(211)

第四部分 数学竞赛题精选

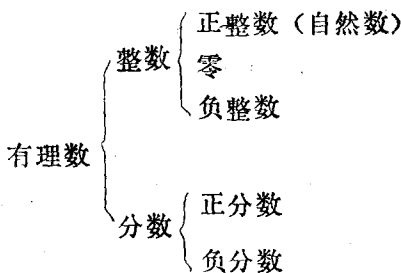
§1 国内数学竞赛题·····	(212)
§2 国外数学竞赛题·····	(213)
§3 竞赛题参考答案·····	(217)

第一部分 基础知识精编

§1 有理数

一、有理数的有关概念

1. 有理数的分类



任何整数 n 可以表示为 $\frac{n}{1}$ 。因此，任何有理数可以用

两个整数的比 $\frac{n}{m}$ ($m \neq 0$) 表示，也可以用有限小数或无限循环小数表示。反之，任一有限小数或无限循环小数都是有理数。

零不是正数，也不是负数，有理数也可分为正有理数、零、负有理数三类。

整数又可分为奇数、偶数两类。设 k 表示整数，奇数可表示为 $2k-1$ ，偶数可表示为 $2k$ 。

2. 数轴

数轴是规定了原点、正方向和单位长度（称为数轴三要素）的直线。所有的有理数都可以用数轴上的点表示，但数轴上的点不一定表示有理数。数轴上的所有点与全体有理数不一一对应。

3. 相反数与倒数

只有符号不同的两个数，叫做互为相反数。零的相反数是零。一个数的前面添上“-”号，就成为原数的相反数。

符号“-”有三种作用：

(1) 表示负数，如 -3 ， -5 ；

(2) 表示相反数，如 $-(-3)$ 表示 -3 的相反数， -3 也可以是表示 3 的相反数， $-(-3) = 3$ ；

(3) 表示减法，如 $3 - 5$ ， $6 - (-10)$ 。

◆ a 表示 a 的相反数，并不一定是负数。 a 是正数时， $-a$ 是负数； a 是零时， $-a$ 也是零； a 是负数时， $-a$ 是正数。

一个数与它的相反数的和是零。

1 除以一个不等于零的数的商，叫做这个数的倒数。 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$ 。零没有倒数。

一个数与它的倒数的乘积是 1。

4. 绝对值

表示一个数的点离开原点的距离，叫做这个数的绝对值。

$$|a| = \begin{cases} a, & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) ; \\ 0, & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) ; \\ -a, & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) . \end{cases}$$

当 $a \geq 1$ 时， $1 - |a - 1| = 1 - (a - 1) = 2 - a$ ；

当 $a < 1$ 时, $1 - |a - 1| = 1 + (a - 1) = a$.

5. 有理数大小的比较

在数轴上表示的两个有理数, 在正方向所指的一边的数较大。正数都大于零, 负数都小于零, 正数大于一切负数; 两个负数, 绝对值大的反而小。

二、有理数的运算

1. 四则运算法则

加法: 同号两数相加, 符号不变, 绝对值相加; 异号两数相加, 取绝对值大的加数的符号, 并用它的绝对值减去另一个数的绝对值。互为相反数的两数相加得零; 一个数同零相加仍得这个数。

减法: 减去一个数等于加上它的相反数。

加、减法可以统一成加法。

乘、除法: 两数相乘除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘、除。任何数同零相乘都得零, 零除以任何一个不等于零的数都得零。

零不能作除数。

一个数除以另一个数, 等于这个数乘以除数的倒数。乘、除法可以统一为乘法。

2. 四则运算定律

	交 换 律	结 合 律	分 配 律
加法	$a + b = b + a$	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$a(b + c) = ab + ac$
乘法	$a \cdot b = b \cdot a$	$(ab) \cdot c = a \cdot (bc)$	$(a + b) \cdot c = ac + bc$

3. 乘方

$\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个}} = a^n$ <p>a^n 叫 a 的 n 次幂</p>		$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
	n 是偶数	$a^n > 0$		$a^n = 0$
	n 是奇数	$a^n > 0$	$a^n < 0$	

4. 混合运算

混合运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减；如果有括号，就先算括号里面的。

三、近似数

近似数一般由四舍五入得到，表示近似数的精确程度，常用以下两个方法：

精确到某一位：一个近似数，四舍五入到那一位，就说精确到那一位。

有效数字：一个近似数，从左边第一个不是零的数开始，到所保留的最后一个数字为止的所有数字，都叫做有效数字。

例 1 写出与 -3 的差的绝对值等于 5 的数。

解 绝对值等于 5 的数有 5 与 -5 。

与 -3 的差是 5 的数是 $-3 + 5 = 2$ ；与 -3 的差是 -5 的数是 $-3 + (-5) = -8$ 。

\therefore 所求的数是 2 或 -8 。

注意：(1) 不要漏掉一个解。(2) 要看清题目，不要同“写出与 -3 的绝对值的差等于 5 ”混淆。

例 2 若 $|x - 3| = x - 3$ ，求 x 的取值范围。

解 $x-3$ 的绝对值是它本身, $\therefore x-3 \geq 0$.

$\therefore x \geq 3$

注意: 不要漏掉 $x-3=0$ 这个情况.

例 3 已知 $a < 0, b < 0, c > 0, |a| < |c| < |b|$, 化简 $|a+c| + |b+c| - |a-b|$.

解

$a+c$ 与 c 同号, 即 $a+c$ 是正数;

$b+c$ 与 b 同号, 即 $b+c$ 是负数;

$a-b = a + (-b)$, 而 $-b > 0, |-b| = |b| > |a|$,

$a-b$ 与 $-b$ 同号, 即 $a-b$ 是正数.

$$\begin{aligned}\therefore \text{原式} &= (a+c) - (b+c) - (a-b) \\ &= a+c-b-c-a+b = 0.\end{aligned}$$

例 4 若 $a > 1$, 化简 $|1+a| - |1-a|$.

解 $\because a > 1, \therefore 1+a$ 为正数, $1-a$ 为负数,

$$\therefore \text{原式} = (1+a) + (1-a) = 2.$$

例 5 计算:

$$5\frac{3}{4} - 2^2 + \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + 3 \times \left(-\frac{3}{4} \right) \right] \times \frac{1}{8}.$$

解

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 5\frac{3}{4} - 4 + \left[\frac{1}{4} - \frac{9}{4} \right] \times \frac{1}{8} \\ &= 5\frac{3}{4} - 4 + (-2) \times \frac{1}{8} = 5\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 6.\end{aligned}$$

注意: 计算 $4 \div (-2) \times \frac{1}{8}$ 时, 乘、除是同级运算,

按顺序进行，而不是先乘后除， $4 \div (-2) \times \frac{1}{8} \neq 4 \div$
 $(\frac{1}{4})$ 。

思考与练习一

1. 下列各数中：-3, 5, |-2|, 0.5, 0, -2
整数是_____；正整数是_____；互为相反数的是_____；互为倒数的是_____。
2. (1) 写出绝对值小于4的所有整数；
(2) 写出绝对值不大于4的所有整数；
(3) 求小于5的所有自然数之积；
(4) 求小于5的所有非负整数之积。
3. 判断下列各结论是否正确：
(1) 互为相反数的两数的和是零；
(2) 互为相反数的两数的积是负数；
(3) 正有理数、负有理数统称有理数；
(4) 两个数中，较大的数的绝对值较大；
(5) 任何数的绝对值都大于零。
4. (1) 一个数的倒数的相反数是 $1\frac{3}{4}$ ，求这个数。
(2) 一个数与它的倒数的相反数的和是零，求这个数。
5. 若 $|x| = -x$ ，则 x _____；

若 $\frac{|x|}{x} = -1$, 则 x _____;

若 $-x|x| = |-x^2|$, 则 x _____.

6. 若 $|x| > |y|$, $x < y$, 判定 x , $x+y$ 的正负.
7. 数轴上与表示 -3 的点距离是 5 的点表示什么数?
8. 由四舍五入得到近似数 0.03010 , 精确到 _____, 有 _____ 有效数字, 它们是 _____.

§2 整式与分式

一、整式

1. 有理式的分类:

有理式 $\begin{cases} \text{整式} \begin{cases} \text{单项式 (数字与字母的积)} \\ \text{多项式 (n个单项式的和)} \end{cases} \\ \text{分式} \end{cases}$

有理数分类与有理式的分类是不同的. 如 $\frac{3}{5}$ 是分数, 作

为一个代数式, 它是整式.

2. 整式的加减法

整式的加减运算, 就是去括号, 合并同类项. 当括号前面是“-”号时, 可以看成是 -1 与括号内式子相乘, 按乘法分配律去括号, 可避免漏掉变号.

3. 整式的乘法

(1) 幂的运算法则 (m, n 都是自然数):

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m > n)$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0)$$

(2) 单项式与单项式相乘：系数相乘，同字母指数相加。依据是乘法交换律、结合律。

(3) 单项式与多项式相乘：应用分配律，单项式与多项式的每一项相乘，所得的积相加。

(4) 多项式乘以多项式：应用分配律，一个多项式的每一项与另一个多项式的每一项相乘，把所得的积相加。

4. 乘法公式

(1) 平方差公式：

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

(2) 完全平方公式：

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

(3) 立方和、差公式：

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

例 1 用代数式表示： a 、 b 的平方和与 a 、 b 的和的平方的积。

解 $(a^2 + b^2)(a+b)^2$ 。