

名师启迪丛书



(下册)

初中数学学习指要

—献给初中同学

贺信淳 孙维刚 乔家瑞 明知白 著

科学出版社

名师启迪丛书

初中数学学习指要

(下册)

——献给初中同学

贺信涛 孙维刚 著
乔家瑞 明玉由 校

科学出版社

1991

内 容 简 介

数学是培养学生思维能力的学科。本书作者具有丰富的教学实践经验，他们按教学大纲控制知识范围，以中等水平学生的实际状况为主，兼顾较差生的情况和优等生的素质，引导学生深入理解知识，提高解题能力。本书不采用“题海战术”的做法，而是目的明确地精选典型的例题，加以详细的分析说明，重点启发学生系统掌握基本知识，总结解题规律，力求使学习收到事半功倍之效。本书叙述精辟，深入浅出，并备有足够数量和梯度、覆盖面较广的相应练习题，还有一定量的标准化练习题及综合测试题，可以自我测试学习的水平和效果。

名师启迪丛书

初中数学学习指要

(下册)

——献给初中同学

贺信淳 孙维刚 著

乔家瑞 明知白

责任编辑 徐一帆

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码 100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1989年4月第一版 开本：787×1092 1/32

1991年1月第二次印刷 印张：8 1/2

印数：30 001—42 000 字数：190 000

ISBN 7-03-001144-9/G·65

定价：3.20 元

作者简介

贺信淳，男，1935年生。1955年毕业于北京师范学院。长期在中学任教。现任北京东城区教学研究科研中心数学教研员，高级教师，北京数学教学研究会理事，东城区理科学会数学分会理事长。60年代以来，多次在《数学通报》等刊物上发表数学论文，著有《中学数学精读》、《代数学习辅导》等书，多次参加教材和教学参考资料的编写工作。



孙维刚，男，1938年生。1961年北京教育学院数学系本科毕业。现在北京22中任教，北京市特级教师，兼任北京市东城区奥林匹克数学学校校长，东城区理科学会理事。在教学中实验“结构教学法”使学生得到超常发展，效果明显，曾参加《中学数学奥林匹克丛书》的编写工作，发表过多篇教学论文。





怎样学习》、《平面解析几何教案》、《数学基础知识与例题分析》等20余部著作，并发表短篇文章数十篇。

乔家瑞，男，1937年生。1961年毕业于北京师范学院数学系。现在北京教育学院崇文分院任教，高级教师，北京数学会辅导组成员，北京数学奥林匹克学校教练，并兼任一些地区和学校的教学顾问及教师进修辅导员。多年从事中学数学教学工作及数学教师进修教学工作，并长期从事中学数学教学的理论研究。曾参加编写《怎样辅导孩子学数学》、《中学生应该



并编写（或合编）了《高中数学教学八十讲》、《高中数学精要》、《高中代数学习辅导》、《初中数学学习导引》、《初中常用数学方法》、《高中数学试验课本》、《初中数学试验课本》等十几部著作。

明知白，男，1938年生。1963年毕业于北京大学数学系。在北京女二中任教近20年。现任北京市东城区教学研究科研中心数学教研员，高级教师，兼东城区理科学会数学分会秘书长，《中学生数学》杂志编委。

先后在《数学通报》、《中等数学》、《数学教师》、《中学生数学》、《中国教育报》等报刊杂志上发表文章100多篇，

序

“师者，所以传道受业解惑也。”韩愈的这句话几乎成了千百年来教师们的座右铭。然而我们民族的后代不但应该掌握“道”与“业”，而且应该善于自己解“惑”，更富有创造性。换句话说，教师应该让自己的学生变得更聪明。目前我们的基础教育在这方面却不能适应未来的需要：过于偏重“业”的灌输了。试看年年层出不穷、屡禁不止、充斥于学校和家庭、压得学生喘不过气来的“难题详解”、“辅导材料”，就可以感到问题的严重了。

名师则不然。他们不但精熟自己执教的学科，更为重要的是，他们善于处理和驾驭学科的内容，激发学生的求知欲、探索欲，启发学生发挥自己的智慧潜能，引导学生综合运用已有的知识和技能去攀登科学的下一个阶梯，不断闯入新的领域，进入新的境界。把首都一些名师的半生心血结晶加以汇集，让更多的学生受惠，从填鸭式教学的苦难中挣脱出来，成为聪明的、善于思索的一代，这就是这套《名师启迪丛书》的编著目的。

名师者，著名之教师也。如今是名人蜂起的时代，名演员、名画家、名厨师、名企业家、名演说家……每天都要出现一大批，只是“名教师”却不大被提及。这是当前教师，特别是中小幼教师的社会地位所决定的，但也跟他们的接触范围较窄、宣传报道不够有关，诚所谓“登高而招，臂非加长也，而见者远”，盖势使之然。既然我们的优秀教师无愧于“名师”之号，我们就应该恭恭敬敬地这样称呼他们。借

着这套丛书的出版，为我们的名师们做点树碑立传的工作，让更多的人知道他们、学习他们，以便今后不断涌现更多的名师，这是编辑这套丛书的一个附带目的。

这套丛书一律以最新教材为依托，即：结合教材的难点和重点培养学生的基本功，训练学生科学的思路，而不是靠补充大量材料取胜。这是为了不无谓地增加学生负担，引导他们重视课内的学习，并在系统的学习中提高；同时，也是为了便于更多的教师甚至家长参考，从中受到启发。

现代科学证明，人的智力的成长从胎儿时期就开始了；幼儿“记事儿”前后思维和语言能力的培养、生活习惯和情趣的形成对人的一生都有着重要的影响。这跟我国古代重视“胎教”和所谓“三岁看大，七岁看老”的谚语不谋而合（但并非否定后天的教育）。为此，我们特请著名的幼教专家撰稿，介绍如何培养教育从0岁到6岁的儿童。与丛中其它部分不同的是，关于幼儿教育的这六册是要给年轻的爸爸妈妈们以启迪，因为他（她）们是孩子的第一个、也是终其一生的老师。

愿这套丛书能成为中华教育大厦中的一块砖、一代代人才成长之路上的一个石阶，愿它伴着更多的后来者走过人生的关键阶段。

最后，应该感谢科学出版社。一个一向以出版高层次科学著作蜚声海内外的出版社对于提高中小学生的科学文化素质如此关注，社领导、编辑、工人们付出大量的劳动，让这套丛书得以在短时间内出版，这是值得全社会钦佩和尊敬的。

许嘉璐

1989年

目 录

第一章 直线、相交线、平行线	1
一、如何学习和掌握几何概念.....	1
二、注意培养看图、画图、叙述表达能力.....	5
三、初学证明时的注意事项.....	10
四、加深认识理解、培养能力.....	14
五、注意条件.....	15
第二章 三角形	16
一、全面、扎实地掌握基础知识.....	16
二、学会分析方法,提高解题能力.....	21
三、尺规作图.....	37
第三章 四边形	44
一、深入理解概念,系统掌握定理.....	44
二、解好有关平行四边形的证明题与计算题.....	49
三、解好有关梯形的题目.....	55
四、在解题中灵活运用三角形中位线定理.....	58
五、四边形作图题.....	60
第四章 面积、勾股定理	64
一、解好关于面积的几何题.....	64
二、勾股定理及其逆定理的应用.....	70
第五章 相似形	75
一、系统掌握基本概念和基础知识.....	75
二、证明线段成比例的基本思考方法.....	85

三、进一步的尺规作图	96
第六章 圆	101
一、准确地理解和掌握概念与定理	101
二、在解题中灵活、熟练地运用概念、定理	107
第七章 专题精选	123
一、怎样解答初中数学选择题	123
二、待定系数法及其应用	145
三、配方法和它的应用	175
四、同一法和反证法	189
五、命题 点的轨迹	201
六、对称	211
第八章 怎样解综合题	220
一、认真审题	223
二、注重分析	224
三、恰当分解	226
四、综合题选讲	230
答案与提示	245

第一章 直线、相交线、平行线

掌握平面几何的基本概念，正确理解平面几何的基本内容和方法是学习平面几何入门的第一步，在这里，就针对这些问题，作一些论述。

一、如何学习和掌握几何概念

1. 名词和它的定义

一个概念要由一个名词或一个词组来表示。说明一个名词的含义使各名词互不混淆的语句，叫做名词的定义。例如，角的定义是：有公共端点的两条射线组成的图形。

显然，在定义的语句中，必须使用另外一些名词，以角的定义为例，就使用了“端点”、“射线”、“图形”这些名词，而定义这些名词，又需要另外一些名词，这样，就必然有一些名词无法被定义。事实上，这些名词所表示的概念，是人们在日常生活中所熟悉因而易于区分的。本章中的体、面、线、点、直线等，都是不定义名词。

这样，掌握一个几何概念，一般地说，当然要学习它的定义。

2. 要抓住概念的本质

例 1 选择正确结论

下面说法中正确的是 ()

- (A) 连结两点的线中，直线距离最短。
- (B) 两个角的顶点重合，它们是对顶角。
- (C) 如果两个角的补角相等，那么这两个角相等。
- (D) 直线 AB 和 CD 相交于 O ，则 $\angle AOC$ 是对顶角。

分析与解 说法 (C) 是正确的，虽然定理的文字叙述是“等角的补角相等”，但其本质是“等量减等量差相等”。显然改变成“如果两个角的补角相等，那么这两个角相等”仍然是正确的。

说法 (A) 是错误的，因为距离是指线段长，是线段的一个属性，而不是线段，所以说法 (A) 是错误的。应叙述成“连结两点的线中，线段最短”。

说法 (B) 是错误的，因为只有满足有公共顶点，并且两边互为反向延长线的两个角才是对顶角，这两个条件缺一不可。只满足有公共顶点的两个角不一定是对顶角。

说法 (D) 是错误的，因为对顶角是指两个角的位置关系，所以任何一个角也不能称为对顶角。

3. 养成结合图形理解概念的习惯

几何中的概念，多是图形中的概念，理解概念时，应密切联系它所处的图形，这是抓住概念的本质的好方法。例如清晰地想着对顶角的图形，就不会犯例 1 中 (B) 的错误。

例 2 图 1-1 中，哪些情况属于 $AB \perp CD$ ？

分析与解 两条直线垂直的本质是交角为 90° ，因此两条直线垂直不应局限于同一平面的水平线与铅垂线的垂直，至于定义中所说“两条直线”的条件，也可以是射线或线段，所以，图 1-1 中 (b)、(c) 是属于 $AB \perp CD$ 的。

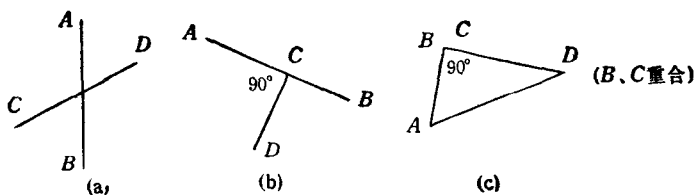


图 1-1

显然，密切结合图形，对概念的理解就全面和深刻了。

例如，一见“钝角”，立即联想如图1-2所示的情景，那么，就不会犯把钝角定义记忆为“大于直角的角是钝角”，而忽视小于 180° 这个重要条件的错误了。

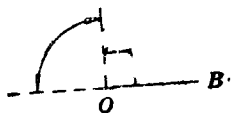


图 1-2

练习题 1-1

1. 选择正确结论

(1) A、B、C是三个不同的点，那么 ()

(A) $AB + BC = AC$.

(B) $AB + BC > AC$.

(C) $BC \leq AB - BC$.

(D) $AB + BC = AC$ 或 $BC + CA = BA$ 或 $CA + AB = CB$.

(2) 一个角不小于它的补角，这个角是 ()

(A) 钝角，

(B) 锐角。

(C) 不是钝角的角。

(D) 不是锐角的角。

(3) 过平面上三个点中的每两画直线，共可画出

()

- (A) 三条直线。
- (B) 可能一条也可能二条直线。
- (C) 可能一条也可能三条直线。
- (D) 可能二条也可能三条直线。

(4) 一个角的补角的补角和这个角 ()

- (A) 可以互补。 (B) 不可以互补。
- (C) 可以互余。 (D) 不可以互余。

(5) A, B, C 在一条直线上, 并且 $AB = \frac{1}{2}BC$, 则 ()

- (A) $AC = 3AB$. (B) $AC = 2AB$.
- (C) $AC = AB$.
- (D) AC 与 AB 长度的比值不能唯一确定。

2. 填空

(1) 两个角的余角的和是 108° , 这两个角的补角的和是_____。 ()

(2) 两条平行线被第三条直线所截而组成的八个角的度数共有_____种。

(3) 直线、射线、线段中没有中点的是_____。

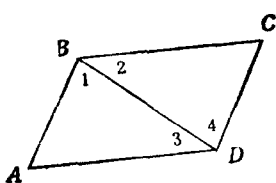


图 1-3

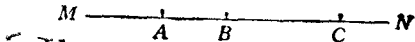
(4) 图1-3中, $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 是直线_____和_____被直线_____所截而成的内错角。

(5) 仍在图1-3中, 若 $\angle 1 = \angle 4$, 那么, 互相平行的直线是_____。

二、注意培养看图、画图、叙述表达能力

1. 看图能力

几何是研究图形的位置关系和度量关系的，因而，必须学会看图。首先要学会看简单图形，其次，要善于把复杂图形分解为简单图形。



例3 在图1-4中，
有哪些射线？

图1-4

分析 根据射线定义，直线上一个给定的点，总把直线分为两条射线。这是把图形正确分解的基础。

答 AM 、 AN 、 BM 、 BN 、 CM 、 CN 。

2. 画图能力

这里所说的画图能力，有两层含义：

一是指，用圆规、直尺做线段等于已知线段；用直尺、三角板、量角器，画角等于已知角、画角的平分线、画垂线、画平行线。

二是指，在上面的基础上，按一定的条件，画出题目所要求的图形，进行这种画图，要特别注意到条件允许的各种情况，不要遗漏，即充分运用“动”的思想。

例4 选择正确结论

从一点引出三条射线，可以组成的角的个数是（ ）

(A) 1. (B) 2. (C) 3.

(D) 不一定是1或2，也不一定是3。

分析与解 多数人选择(C)，因为答题者或者是画出了

图1-5中(a)的情况,或者画出了(b)的情况,但却疏忽了有

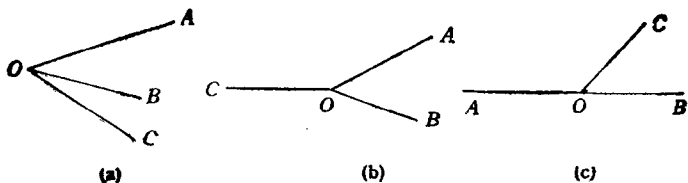


图 1-5

两条射线互为反向延长线的(c)的情况,由于平面几何所讨论的角都小于 180° ,这时只有两个角。若认为平角也是平面几何认可的角,这时就有四个角。所以应选择(D)。

3. 叙述表达能力

几何语言要准确、简炼。写好作图题的画法语句是一种有效的训练。

例5 下面说法合适的是 ()

(A) 延长射线 AB 。 (B) 反向延长直线 AB 。

(C) 反向延长射线 AB 。 (D) 反向延长线段 AB 。

分析与解 射线在自己的方向上是无限长的,毋需延长,而直线既无方向,谈不上反向,也毋需延长;说法(C)是合适的;线段的图形虽无方向,但对于名称 AB ,它有反向,指从 B 到 A ,所以,说法(D)也是合适的。

例6 看图填空,如图1-6,已知线段 a 、 b 、 c ($a > c$)

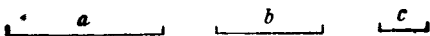


图 1-6

则在图1-7中，线段 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

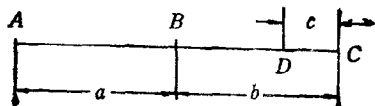


图 1-7

而如图1-8所示的 AD 的画法步骤是

(a) $\underline{\hspace{2cm}}$; (b) $\underline{\hspace{2cm}}$; (c) $\underline{\hspace{2cm}}$; (d) $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

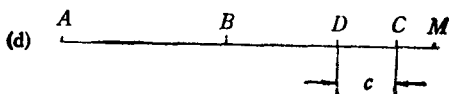
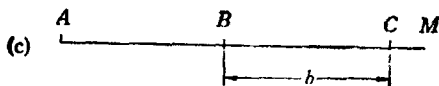
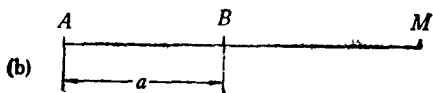


图 1 8

分析与解 正确的解答是： $AD = a + b - c$ 。(a)画射线 AM ；(b)在 AM 上截取 $AB = a$ ；(c)在 AB 的延长线上，截取 $BC = b$ ；(d)在 AC 上，截取 $CD = c$ 。

如果在(b)中填写“截取 $AB = a$ ”，这样，可能画出如图1-9所示的不符合原意的图。

如果在(c)中填写“在射线 AM (或 AB)上，截取 $BC = b$ ”，也可能画出如图1-10所示的违背原意的图，若改写为“在射线 BM 上，截取 $BC = b$ ”，又可能画为图1-11。

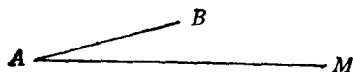


图 1-9

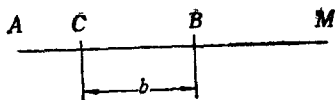


图 1-10

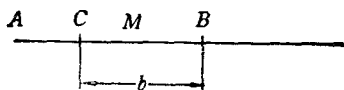


图 1-11

以上，都是语意不确切。

写法不是唯一的，简炼一些的写法是，把 (b)、(c) 并作一句：在射线AM上，依次截取 $AB = a$ ， $BC = b$ 。而 (d) 也可以写作，在射线CB上，截取 $CD = c$ 。等等。

显然，叙述表达的严谨，决不意味着死背语句，相反地，掌握一些定义或说法的等价表达，于推理证明很有益处。

例 7 O 是 AB 中点，写出它的等价表示。

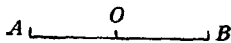


图 1-12

解 如图1-12所示，O 是 AB 中点，则等价于 $AO = OB$ ，也等价于 $AO = \frac{1}{2}AB$ (或 $BO = \frac{1}{2}AB$)，还等价于 $AB = 2AO$ (或 $AB = 2BO$)。

练习题 1-2

1. 判断正 (√) 误 (×)

(1) 如图1-13所示，A 是射线OB上一点，那么， $OB > \text{射线} OA$ 。

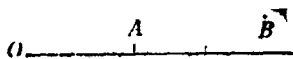


图 1-13