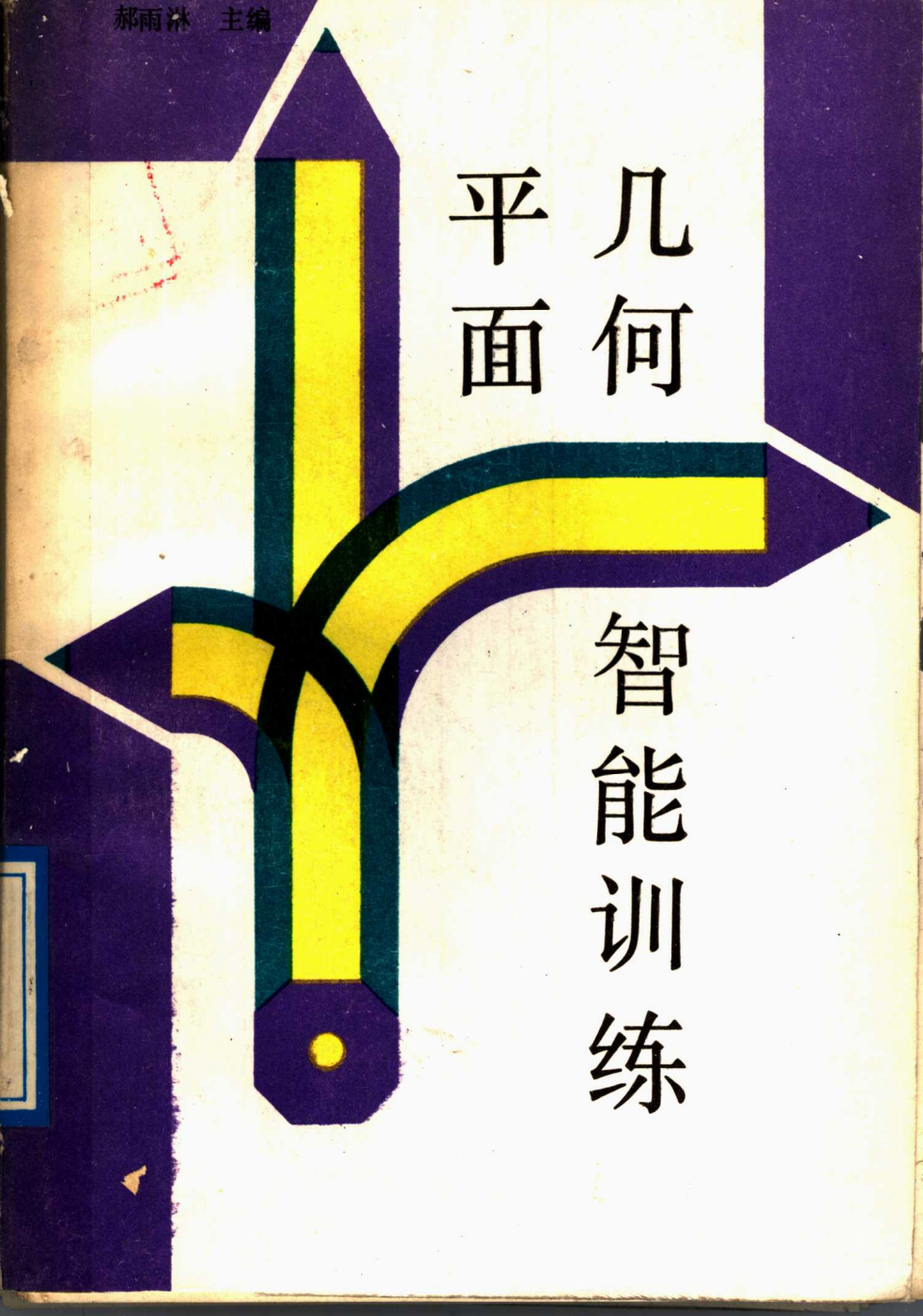


郝雨淋 主编

几何 平面

智能 训练



平面几何智能训练

张东海 刘忠庆 王宗义 翟淑英
常克峰 许炽雄 郝雨淋 段真引 编

农村读物出版社

1989年·北京

《平面几何智能训练》

主编 郝雨淋

责编 王伟琨

农村读物出版社出版

水电印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 1/32 13.0625 印张 293千字

1989年1月第一版 1989年1月北京第一次印刷

印数：1-18100 定价：3.30元

ISBN7-5048-0526-2/G·178

目 录

第一章 三角形	(1)
甲组题	(1)
一、线段和角	(1)
二、全等三角形与等腰三角形	(4)
三、三角形的边和角	(11)
四、直角三角形	(18)
五、三角形中的特殊点和特殊线段	(26)
六、三角形的面积	(30)
七、成比例的线段	(35)
八、相似三角形	(42)
乙组题	(51)
提示或答案	(63)
第二章 四边形	(155)
甲组题	(155)
一、梯形、四边形	(155)
二、平行四边形	(162)
三、矩形、菱形和正方形	(168)
四、相似形和位似变换	(173)
乙组题	(176)
提示或答案	(184)
第三章 圆	(243)
甲组题	(243)
一、圆的基本性质	(243)
二、直线与圆的位置关系	(251)
三、圆与圆的位置关系	(259)
四、正多边形、弓形和扇形	(268)
乙组题	(275)
提示或答案	(293)

第一章 三角形

甲 组 题

一、线段和角

1. 选择题*：

(1) 如图1-1, 任意取四点中的两点为端点的线段的条数是 ()

(A) 3 条;

(B) 4 条;

(C) 5 条;

(D) 6 条.

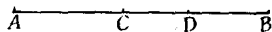


图1-1

(2) 如图1-2, 在 AB 上方角的个数 (不包括平角) 有 ()

(A) 4 个;

(B) 5 个;

(C) 9 个;

(D) 10 个.

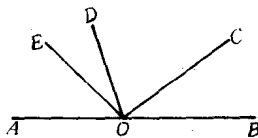


图1-2

(3) 如果两

个角的两条边分别平行, 而其中一个角比另一个角的4倍少 30° , 那么这两个角是 ()

* 本书的选择题除注明者外, 都是单项选择题, 即给出字母代号为 (A)、(B)、(C) 等几个答案中只有一个答案是正确的, 试把正确答案的字母代号填入括号内.

(A) 42° 和 138° ; (B) 都是 10° ;

(C) 42° 和 138° 或都是 10° .

(4) 互为补角的两个角, 可以都是 ()

(A) 锐角; (B) 直角; (C) 钝角; (D) 平角.

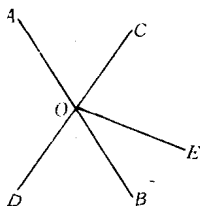


图1-3

(5) 如图1-3, 已知直线AB、CD相交于O, OC平分 $\angle AOE$, $\angle BOD = 75^\circ$, 则 $\angle BOE$ 的度数是 ()

(A) 30° ; (B) 15° ; (C) 20° .

(6) 若 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是邻补角, 且 $\angle 1 > \angle 2$, 则 $\angle 2$ 的余角等于 ()

(A) $\frac{1}{2}(\angle 1 + \angle 2)$; (B) $\frac{1}{2}\angle 1$;

(C) $\frac{1}{2}(\angle 1 - \angle 2)$; (D) 不能确定.

(7) M是线段AB的中点, P在MB上, 则下列各答案正确的是 ()

(A) $PA^2 - PB^2 = 2AB \cdot PM$;

(B) $PA^2 - PB^2 > 2AB \cdot PM$;

(C) $PA^2 - PB^2 < 2AB \cdot PM$;

(D) 以上答案都不对.

2. 填空题:

(1) 在直线*l*上, 按指定方向依次取点A、B、C、D, 且使 $AB:BC:CD = 2:3:4$, 并且已知AB的中点M与CD的中点N的距离是2.4cm, 则 $AB = \underline{\hspace{1cm}}$, $BC = \underline{\hspace{1cm}}$, $CD = \underline{\hspace{1cm}}$.

(2) 一个角的补角等于它的余角的三倍, 那么, 这个角的度数是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

(3) $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle COA$ 和 $\angle BOD$ 都是它的相邻的余角, 那么, $\angle COD$ 的度数是——.

(4) $\angle AOB = 66^\circ$, $\angle COA$ 和 $\angle BOD$ 都是它的相邻的补角, 那么, $\angle COD$ 的度数是——.

3. 射线 OA 与 OB 的夹角为 60° , 射线 OM 平分这个 60° 的角, 又知 $\angle COA = 20^\circ$.

(1) 求 $\angle COM$;

(2) 若射线 ON 平分 $\angle COM$, 求 $\angle AON$;

(3) 若射线 OC' 和 OC 关于直线 OM 对称, 求 $\angle COC'$.

4. 选择题:

(1) $\angle AOB = 50^\circ$, 在射线 OA 上任意取一点 P , 作 $PC \parallel OB$, $PD \perp OB$, 直线 OA 与 PC 、 OA 与 PD 所夹的锐角分别为 α 、 β , 那么, 下列结论正确的是 ()

(A) $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 40^\circ$;

(B) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 30^\circ$;

(C) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 40^\circ$;

(D) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 50^\circ$.

(2) 船停在海面上, 从船上, 看, 灯塔的方位角是北偏东 30° , 那么, 从灯塔看, 船的方位角是:

(A) 南偏西 40° ; (B) 西偏南 40° ;

(C) 南偏西 30° ; (D) 南偏西 50° .

(3) 船停在海面上 C 处, 从船上, 看, 灯塔 A 位于北偏西 48° , 灯塔 B 位于北偏东 15° , 从灯塔 A 看, 灯塔 B 位于东偏北 20° , $\triangle ABC$ 的三个内角是:

(A) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 80^\circ$;

(B) $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 60^\circ$;

(C) $\angle A = 62^\circ$, $\angle B = 55^\circ$, $\angle C = 63^\circ$;

(D) $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 75^\circ$.

5. 已知 $\angle AOB$ 与 $\angle A'O'B'$.

(1) 若 $OA \parallel O'A'$, $OB \parallel O'B'$, 那么 $\angle AOB$ 与 $\angle A'O'B'$ 有什么关系?

(2) 若 $OA \perp O'A'$, $OB \perp O'B'$, 那么 $\angle AOB$ 与 $\angle A'O'B'$ 有什么关系?

6. 若一直线与两平行直线相交, 证明:

(1) 同位角的平分线互相平行;

(2) 内错角的平分线互相平行;

(3) 同旁内角的平分线互相垂直.

7. 如图1-4, 已知 $AM \parallel CN$, 那么

(1) $\angle MAB + \angle ABC + \angle BCN$ 的度数是多少?

(2) $\angle MAE + \angle AEF + \angle EFC + \angle FCN$ 的度数是多少?

8. (1) 已知直线 l 及线段 AB , 在 l 上求作一点 M , 使 $MA = MB$;

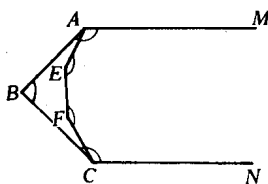


图1-4

(2) A 、 B 、 O 三点不在同一直线上, 过 O 作与 A 、 B 等距离的直线;

(3) A 、 B 、 C 三点不在同一直线上, 求作与这三点等距离的直线.

二. 全等三角形与等腰三角形

9. 指出下列命题中哪几个是真的?

(A) 等边三角形的内心和重心是重合的;

(B) 等腰三角形的内心和重心是重合的;

- (C) 内心和外心重合的是等腰三角形;
- (D) 内心和外心重合的是等边三角形;
- (E) 内心和垂心重合的是等边三角形;
- (F) 重心和垂心重合的是等腰三角形.

10. 选择题:

(1) 如图 1-5, 已知

$\triangle ABC$ 中, $AB = AC$,

$CD = BF$, $BD = CE$,

那么 α 等于 ()

- (A) $90^\circ - \angle A$;
- (B) $90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$;
- (C) $180^\circ - \angle A$;
- (D) $45^\circ - \frac{1}{2} \angle A$.

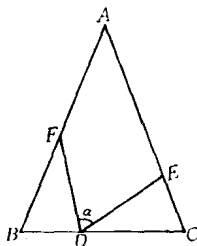


图 1-5

(2) 周长为有理数的等腰三角形, 底边上的高是底边的

$\frac{1}{2}$, 那么腰与底边上的高 ()

- (A) 都是有理数;
- (B) 都是无理数;
- (C) 腰是有理数, 底边上的高是无理数;
- (D) 腰是无理数, 底边上的高是有理数.

(3) $\triangle ABC$ 中, $AB = AC > BC$, 中线 BE 、 CD 相交于 G , AG 的延长线交 BC 于 F , 那么三角形中全等三角形的对数是 ()

- (A) 3 对; (B) 4 对; (C) 5 对;
- (D) 6 对; (E) 7 对.

(4) $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 50^\circ$, P 为三角形内一点, 且 $\angle PBC = \angle PCA$, 那么 $\angle BPC$ 等于 ()

(A) 115° ; (B) 100° ; (C) 130° ; (D) 65° .

(5) 如图1-6, $AF \parallel CD$, $AB \parallel FE$, $BC \parallel ED$, 每个边的长度都是1, 而且 $\angle FAB = \angle BCD$

$= 60^\circ$, 则这个图形的面积等于 ()

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

(B) 1;

(C) $\frac{3}{2}$;

(D) $\sqrt{3}$;

(E) 2.

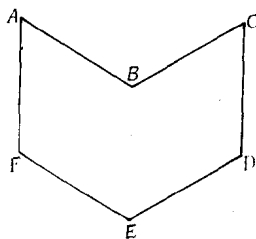


图1-6

(6) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$, O_1 为 $\triangle ABC$ 的外接圆心, O_2 为 $\triangle PQR$ 的外接圆心, 下列命题哪一个正确? ()

(A) $\triangle AO_1 B \cong \triangle AO_1 C$;

(B) $\triangle AO_1 B \cong \triangle PO_2 R$;

(C) $\triangle AO_1 B \cong \triangle PO_2 R$;

(D) $\triangle AO_1 B \cong \triangle ABC$.

(7) 两个三角形具备下列哪一组条件, 就可以断定它们全等 ()

(A) 两边和其中一边的对角对应相等;

(B) 相似, 并且对应的中线相等;

(C) 三个角对应相等;

(D) 两边和第三边上高对应相等.

(8) 一个三角形具备下列哪一组条件, 就可以断定它是等腰三角形 () *

- (A) 有两条内角平分线相等;
- (B) 有两条中线相等;
- (C) 有一个角是 90° ;
- (D) 有两条高相等;
- (E) 有两条边之比为1:2.

(9) 如图1-7, 已知 $AD = BC$, $AC = BD$, 我们断定 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$, 所根据的判定法则是 ()

- (A) 边、角、边;
- (B) 边、边、边;
- (C) 角、边、角.

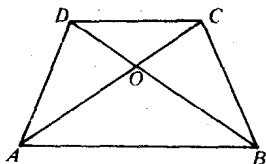


图1-7

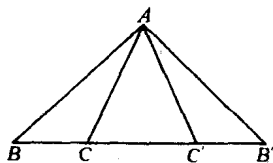


图1-8

(10) 如图1-8. 已知 $AB = AB'$, $AC = AC'$, 我们根据等腰三角形性质, 先断定 $\angle ABC = \angle AB'C'$, $\angle ACB' = \angle AC'B$, 然后断定 $\triangle ABC' \cong \triangle AB'C$, 所根据的判定法则是 ()

- (A) 边、角、边;
- (B) 边、边、边;
- (C) 角、边、角.

• 本题五个答案至少有两个正确, 这种选择题称多项选择题.

11. 填空题:

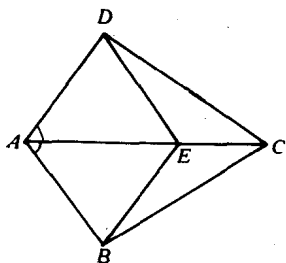


图1-9

如图 1-9,

$$\angle BAC = \angle DAC,$$

$$BA = DA, E \text{ 为 } AC$$

上任意一点, 先根

据____, 证明:

$$\triangle ADC \cong \triangle ABC,$$

$$\triangle ADE \cong \triangle ABE,$$

再根据____, 证明

$$\triangle DEC \cong \triangle BEC.$$

12. 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并指出它们是否正确:

(1) 若 x 被 15 整除, 则 x 被 5 整除;

(2) 若 $a^2 = b^2$, 则 $a = b$;

(3) 平行四边形的对角线互相平分;

(4) 若从三角形某顶点引出的高线与过此点的内角平分线重合, 则夹此角的两边相等.

13. $\angle XOY < 90^\circ$, 在 OX 上取点 A', B , 在 OY 上取点 A, B' , 且 $A'B' \perp OX$, $AB \perp OX$, $OA = OA'$, 设 AB 与 $A'B'$ 交于 I , 求证:

(1) $\triangle IA'B \cong \triangle IAB'$;

(2) OI 平分 $\angle XOY$.

14. 在等边三角形 ABC 中, 在边 AB 、 BC 、 CA 上分别取点 A' 、 B' 、 C' , 使 $AA' = BB' = CC'$, 且 CA' 与 AB' 、 AB' 与 BC' 、 BC' 与 CA' 分别交于点 D 、 E 、 F .

(1) 证明: $\triangle ABB' \cong \triangle BCC'$;

(2) 证明: $\triangle DEF$ 仍是等边三角形;

- (3) 仿(1)将每三个全等的三角形作为一组,一共能找到多少组?
15. 在 $\triangle ACD$ 中, $AC:AD = 1:2$, 在边 AD 上取一点 E , 使 $AE:ED = 1:3$, 求证: $CE = \frac{1}{2}CD$.
16. 以 $\square ABCD$ 的边 BC 、 CD 为底边, 向外作等边三角形 BEC 、 CFD , 求证: $\triangle AEF$ 是等边三角形.
17. 以 $\triangle ABC$ 的三边为底边, 向 $\triangle ABC$ 外作等边三角形 $AC'B$ 、 $BA'C$, 求证: $AA' = BB' = CC'$.
18. 以四边形 $ABCD$ 的边 AB 和 CD 为底边, 向四边形外作等边三角形 AEB 及 CFD , 又以 BC 为底边向四边形内作等边三角形 BGC , 证明: $GE = AC$, $GF = BD$.
19. C 是线段 AB 上任意一点, 分别以 AC 和 CB 为底边, 向 AB 的同一侧作正三角形 ADC 及 CEB , 连 AE 交 CD 于 M , 连 BD 交 CE 于 N , 证明: $MN \parallel AB$.
20. 一直线与两平行直线 AB 及 CD 交于 E 及 F , $\angle AEF$ 的平分线交 CD 于 M , $\angle BEF$ 的平分线交 CD 于 N , 则 $MF = FN$.
21. 正方形 $ABCD$ 的顶点 C 落在和它大小相同的正方形 $PQRS$ 的中心上, 若 $ABCD$ 绕 C 转动, 那么它们重叠部分的面积有何变化?
22. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, M 为底边上任意一点, 作直线 $MP \parallel BA$, 交 CA 于 P . 作直线 $MQ \parallel CA$, 交 BA 于 Q .
- (1) 求证: 四边形 $APMQ$ 的周长是一个定值;
- (2) 若 M' 在底边 BC 的延长线上, 四边形 $AP'M'Q'$ 的周长有与(1)类似的性质吗?
23. 在 $\triangle ABC$ 中, 顶点 B 在边 AC 上的射影为 D , 顶点 C 在

边 AB 的射影为 E ，求证： DE 的垂直平分线一定经过底边 BC 的中点。

24. 在 $\triangle ABC$ 中，过内角平分线的交点 O 作平行于边 BC 的直线，分别交 AB 、 AC 于 M 、 N 。

(1) 证明： $MN = BM + CN$ ；

(2) 若 O' 是 $\angle B$ 的平分线和 $\angle C$ 的外角平分线的交点，那么，与 (1) 类似的结论是什么？

(3) 若 O'' 是 $\angle B$ 的外角平分线和 $\angle C$ 的外角平分线的交点，那么，与 (1) 类似的结论是什么？

25. 在 $\triangle ABC$ 中，顶点 A 在 $\angle B$ 的外角平分线上的射影为 E ，在 $\angle C$ 的外角平分线上的射影为 F 。

(1) 求证： $EF \parallel BC$ ；

(2) 若 $AB = c$ ， $BC = a$ ， $CA = b$ ，求 EF 的长。

26. 在 $\triangle ABC$ 中，顶点 A 在 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的平分线上的射影分别为 M 、 N 。

(1) 求证： $MN \parallel BC$ ；

(2) 若 $AB = c$ ， $BC = a$ ， $CA = b$ ，求 MN 的长。

27. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， C 在 AB 上的射影为 D 。

(1) $\angle A$ 的平分线与 CD 、 CB 分别交于 E 、 F ，求证： $CE = CF$ ；

(2) 点 B 关于直线 CD 的对称点是 B' ，过 B' 作与 CB' 垂直的直线交 CA 于 G ，求证： $GA = GB'$ 。

28. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 2\angle C$ ， $AH \perp BC$ ， B 关于 AH 的对称点是 B' ，则 $B'C = AB$ 。

29. 如图 1-10， $\triangle ABC$ 中 $AB > AC$ ， E 、 F 分别是 AC 、 AB

上两点， BE 、 CF 相交于 O 且 $\angle BCF = \angle CBE = \frac{1}{2}\angle A$ 。

试证: $BF = CE$.

30. 如图1-11 $\triangle ABC$

和 $\triangle A'B'C'$ 中,

$$\angle A = \angle B',$$

$$\angle B = \angle C',$$

$$AB = A'B',$$

$$CA = B'C',$$

求证: $\triangle ABC$

和 $\triangle A'B'C'$

都是等腰三角形.

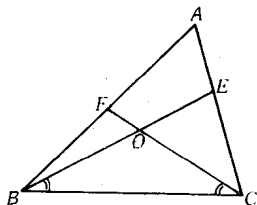


图1-10

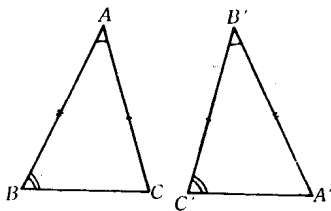


图1-11

三、三角形的边和角

31. 选择题:

(1) 一个三角形的三条边长分别为 a, b, c , 且 $a > b > c$, 则 b 边所对的角是 ()

(A) 直角;

- (B) 钝角;
- (C) 锐角;
- (D) 直角或钝角.

(2) 线段 a 、 b 、 c 的长度比是 $\sqrt{2} : 5 : \sqrt{37}$, 那么下列结论正确的是 ()

- (A) 能组成钝角三角形;
- (B) 能组成直角三角形;
- (C) 能组成锐角三角形;
- (D) 不能组成三角形.

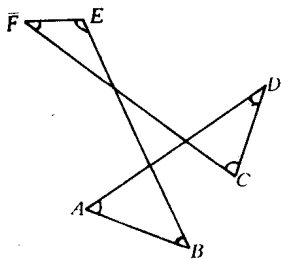


图1-12

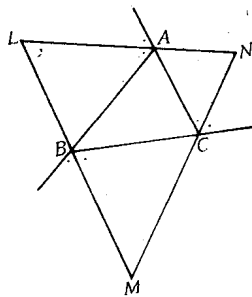


图1-13

(3) 平面上六个点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 和 F 组成如图1-12所示的图形, 那么 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 、 $\angle E$ 、 $\angle F$ 之和等于 ()

- (A) 180° ;
- (B) 360° ;
- (C) 540° ;

(D) 以上结论都不对.

(4) 如图1-13, $\triangle ABC$ 的三条外角平分线所在的直线相交构成一个三角形 LMN , 那么 $\triangle LMN$ 是 ()

(A) 直角三角形;

(B) 钝角三角形;

(C) 锐角三角形;

(D) 以上结论都不对.

(5) 锐角三角形 ABC 中, 若 $\angle A > \angle B > \angle C$, 那么下列结论中正确的是 ()

(A) $\angle A < 60^\circ$, $\angle B > 45^\circ$, $\angle C < 60^\circ$;

(B) $\angle A > 60^\circ$, $\angle B < 45^\circ$, $\angle C < 60^\circ$;

(C) $\angle A > 60^\circ$, $\angle B > 45^\circ$, $\angle C < 60^\circ$;

(D) $\angle A < 60^\circ$, $\angle B < 45^\circ$, $\angle C > 60^\circ$.

(6) 如图1-14, 若三角形的周长不超过60, 则下列结果正确的是 ()

(A) $x > 2$;

(B) $x \leq 10$;

(C) $0 < x < 10$;

(D) $2 < x < 10$.

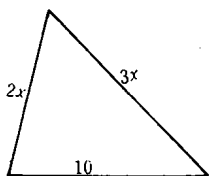


图1-14

(7) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 70^\circ$, $AB = 4$, $BC = 5$, 如图1-15.

下列结论中正确的是 ()

(A) $\angle C = 55^\circ$;

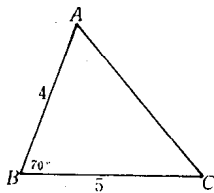


图1-15