

////  
高等学校适用教材

# 实验设计及工程应用

沈邦兴 ⊙ 主编    文昌俊 ⊙ 副主编



中国计量出版社  
CHINA METROLOGY PUBLISHING HOUSE

高等学校适用教材

# 实验设计及工程应用

沈邦兴 主 编

文昌俊 副主编

中国计量出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

实验设计及工程应用/沈邦兴主编. —北京: 中国计量出版社, 2005.7

高等学校适用教材

ISBN 7-5026-2144-X

I. 实… II. 沈… III. 实验设计 (数学)—高等学校—教材 IV. O212.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 057030 号

## 内 容 简 介

本书以工程实践为基础, 密切联系实际, 阐述了实验设计的基本原理和原则, 突出了数理统计在实验设计中的作用。主要内容有水平取值的优化方法、方差分析、回归分析、多项式回归、正交实验设计和多目标的实验设计等。

本书可作为高校工程类专业本科生和研究生的教材, 也可作为工程设计、质量设计和工艺设计类科研与技术人员的培训教材或工作参考书。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

电话 (010) 64275360

<http://www.zgjl.com.cn>

北京市迪鑫印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

\*

787 mm×1092 mm 16 开本 印张 14.75 字数 354 千字

2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷

\*

印数 1—3 000 定价: 25.00 元

# 前 言

人们在长期的实践中认识了世界,但是重复的循环式的实践不能深刻地了解世界。若要主动地发现从未认知的世界,有目标地改造世界,首先是依靠探索性的实验和实验设计,一步一步地获取未知事物的信息,寻找未知事物运动的规律。从产品工艺优化和质量控制到神州飞船上天和惠更斯探测器的发射都离不开实验设计。可见实验设计是从未知通向认知事物的一座桥梁,是从事科学研究和工程实践工作者必需掌握的一项重要技能。

实验设计在信息数据处理中主要是以概率论和数理统计为基础,同时模糊数学在一些案例中起着独到的作用;实验方案的优选是在组合数学基础上实现的。以数学为基础的实验设计是属于优化的现代设计方法的一个重要分支,是工程师必备的基础知识。因此在本书中引用了机械工程、化学工程、电子电器、家禽养殖、树木种植、住宅开发等诸多方面的应用示例,旨在各行各业推广应用实验设计,培养掌握和运用实验设计的人才。

本书在1990年出版的《工程实验设计》的基础上改编、修订而成。作者对原书作了大量的剪裁后,增加了一些工程应用的实例,从而扩展了实验设计在商业和微观经济等方面的应用范围。误差理论是实验设计中数据处理的基础,因此在本书中增添了误差理论的基本知识,有利于读者全面和系统地掌握本书的内容。

《实验设计及工程应用》作为质量工程学科的一门重要课程,是由国内十余所高校从事质量工程教学和研究的专家们推荐出版的。

本书由湖北工业大学沈邦兴主编,文昌俊为副主编。参加本书前期编写工作的有天津轻工业学院孙冀君、新疆八一农学院刘艳、昆明理工大学杨绍铮、贵州省技术监督局秦红、中南林业学院徐学林、福州大学刘艳斌和南京航空航天大学吴晓琳;参加后期编写工作的有湖北工业大学张业鹏、徐巍、刘文超、吴晓明、邬文俊;武汉铁路局电子计算中心沈路负责电子文档的设计和图表制作;湖北工业大学测控专业研究生蒋登峰、王生怀、张海波、汪威为本书的文档输入、图形绘制等做了大量的工作。全书由沈邦兴统稿,修改完成。

特别要感谢湖南大学李容华教授在数理统计技术方面给予的帮助。

本书列举的实例中,一部分是作者的教学和科研成果,另一部分是摘自国内外的书刊与文献,谨此对原作者深表谢意。

由于作者的水平有限,书中缺陷和差错在所难免,敬请广大读者批评和指正。

编著者  
2005.6 于武汉

# 目 录

|                    |         |
|--------------------|---------|
| 第一章 实验设计的基本概念      | ( 1 )   |
| § 1—1 实验设计的概念      | ( 1 )   |
| § 1—2 实验设计与科学发展的关系 | ( 6 )   |
| § 1—3 实验过程中的误差     | ( 9 )   |
| § 1—4 实验设计的基本概念和原则 | ( 18 )  |
| § 1—5 本课程的性质与任务    | ( 22 )  |
| 第二章 矩阵最小二乘估计       | ( 24 )  |
| § 2—1 矩阵基础知识       | ( 24 )  |
| § 2—2 矩阵最小二乘估计     | ( 29 )  |
| § 2—3 矩阵最小二乘的评判    | ( 34 )  |
| 第三章 因素实验和方差分析      | ( 37 )  |
| § 3—1 水平取值的优化方法    | ( 37 )  |
| § 3—2 单因素实验设计      | ( 42 )  |
| § 3—3 双因素实验设计      | ( 53 )  |
| § 3—4 双因素的重复实验     | ( 61 )  |
| § 3—5 双因素的随机区组实验设计 | ( 68 )  |
| 第四章 回归分析           | ( 73 )  |
| § 4—1 一元线性回归       | ( 73 )  |
| § 4—2 一元非线性回归      | ( 79 )  |
| § 4—3 多元线性回归       | ( 85 )  |
| § 4—4 多项式回归分析      | ( 97 )  |
| § 4—5 生产预报和控制      | ( 106 ) |
| 第五章 正交实验设计         | ( 117 ) |
| § 5—1 正交表的构造       | ( 117 ) |
| § 5—2 正交实验的方差分析    | ( 126 ) |
| § 5—3 多因素的交互作用     | ( 138 ) |
| § 5—4 不等水平的正交实验    | ( 148 ) |
| § 5—5 分割实验法        | ( 167 ) |

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| 第六章 正交实验设计的应用.....           | (184) |
| § 6—1 正交实验在质量设计中的应用.....     | (184) |
| § 6—2 正交实验设计在微观计量经济中的应用..... | (190) |
| § 6—3 模糊正交实验设计.....          | (193) |
| § 6—4 多指标的模糊综合评判.....        | (198) |

## 附录

|                                                  |       |
|--------------------------------------------------|-------|
| 表一 正态分布表.....                                    | (209) |
| 表二 $\chi^2$ 分布的上侧分位数 $[\chi^2_\alpha(f)]$ 表..... | (212) |
| 表三 $t$ 分布表.....                                  | (214) |
| 表四 $F$ 检验的临界值( $F_\alpha$ )表.....                | (215) |
| 表五 随机置换表.....                                    | (223) |
| 表六 正交多项式表.....                                   | (225) |

# 第一章 实验设计的基本概念

认识世界可以通过学习，更重要的是通过实践。有理论指导的实践，才是有目的的实践，科学的实践，只有这样的实践才能更深刻地认识世界。实验就是一种理想的科学实践，是在寻求真理过程中的一种积极的、主动性的活动。

## § 1—1 实验设计的概念

众所周知，社会实践在很大程度上是一种重复渐进的活动，实验设计不仅是一种探索性的科学活动，而且对生产具有实质性指导作用。虽然生产或社会实践是一个长期的习惯过程，但是人们可以从中发现问题的，通过实验来解决问题，从而起到推动社会生产向前发展的作用。

### 一、实验设计是一个创造性思维过程

所谓实验设计，就是一种科学或工程设想通过精心策划，方法选择，变量设计等一系列创造性的思维程序，形成一个解决问题或实现设想的行动方案。通过实验操作后，对实验的响应信息进行观测、统计、分析、处理并考查输入变量设计的合理性和整体性的综合过程；这是一个依靠智力开发的活动，是研究如何优化实验过程的软技术。

实验是一种科学手段，是以一定的假设为前提，利用各种仪器设备以及人为创造的条件，让各种现象及内在的关系和演变过程在实验者面前充分暴露，通过忠实的观察和缜密的测量，运用理论分析和数据处理，做出决策与判断，以论证这一假设的正确与否，或者进一步提出新的理论，发现新的规律。可以说，实验是人为的、短期的和特殊形式的实践。实验可以重复实现现实中稍纵即逝，不易捕捉的事物，可以控制过程的进展，让那些需要认真观察和分析的过程暂停或重现，使人们的观察研究处于更加主动的地位。同时还可以采用先进的手段对研究对象进行严密、完整、系统地测量和记录，然后进行综合分析 with 理性加工，以便实现人们从感性认识到理性认识的飞跃。如果说实验是发现规律，揭示事物本质的一种科学手段，那么试验则是某一项实验的具体操作过程。实验设计是有目的、有策划和有大纲的实践的总称，试验仅仅是实验设计中的一部分内容。实验设计只关心如何规划输入变量和输出信息的采集与处理，而实验的具体过程或者说实验“黑箱”内的变化不是实验设计重点关注的问题。

一般而言，实验设计与学生在课堂上所作的教学实验是不同的，后者的目的主要是对已知的理论进行验证，以加深对理论的认识和理解，这种实验称为验证性实验；而实验设计的目的主要是为了揭示尚未完全认识的事物，发现其发生与发展的规律，以完成工程或科研任务，具有很强的探索性，所以实验设计称为探索性实验。科学实验是对传统的教学实验的一

种突破和创新，是在运用数学工具和方法论的观点总结过去，把握现在，探索和预测未来，使我们能够主宰事物的发生和发展，始终掌握探索的主动权。

实验又是一项目的性、计划性很强的、很严密的科学活动，因此要求有一个严格的程式，为了实现科学或工程中的假设、假说或设想，进行实验操作前必须做到以下几点：

### 1. 实验目的明确

首先要求识别问题的性质，是工程问题，经营销售还是生产质量问题，明确需要解决问题的目标。其次选择目标的响应变量，确定观测目标的措施等。

### 2. 编写切实可行的实验大纲

当实验目标明确后，必须制定实验方案和实施计划。实验大纲的主要内容应包括：(1) 明确输入变量和考察目标响应参数与测试；(2) 场地选择及对环境条件的要求，配置相应规格的测试仪器及设备；(3) 决定采样方式，测点布置，组合形式与重复要求；(4) 实验数据处理方法与实验分析的要求等；(5) 制定实验进程表等。

### 3. 实验操作过程及实施步骤

着手配置实验的输入参数及其级位，调试测试仪器或装置，清理实验场地与环境，根据实验计划按顺序完成各个实验条件下的操作，记录实验指标的观测值等。

### 4. 实验报告格式

对响应信息的观测值进行理性的分析和归纳，并写出实事求是的实验报告呈送管理层。报告内容包括：(1) 实验结论，本实验有效与否；(2) 根据实验检验找出最佳生产条件；(3) 作出在最佳条件下的生产预报；(4) 作出实验可靠性的结论等。

由此可见，影响和制约着实验过程的不仅是物质条件，还有思维方式。而对思维方式起着指导作用的是优化的实验设计及其相关的理论。一个优化的实验设计事前必须进行周密的调查研究，横向借鉴，纵向比较；对现成的资料和历史资料作出筛选。

现代实验设计不仅包括实物实验，还包括虚拟实验，即仿真实验和模拟实验。实物实验中包括验证性实验和探索性实验，后者是本教程研究的主要对象，即科学实验和工程实验。因此，实验设计是设计者的一个思维创新的过程，在这个过程中必需既要大胆设想，又要慎密的操作。

## 二、实验设计的历史进程

实验是人们探索和认识事物客观规律的一种基本手段和方法，自从有人类以来，人们就不断地为生存而努力，通过自发性的实验和实践获取狩猎、捕渔和耕作等方面的工具、方式和经验。但是，作为一门科学技术还是在 20 世纪初才发展起来，实验设计与社会生产紧密相连，是一种相互依存的关系。

### 1. 费歇尔开创试验设计新学科

费歇尔 (R.A.Fisher) 是英国的一位著名的生物统计学家，运用数理统计和组合数学首先在农业，然后在生物学和遗传学等方面进行实验设计并取得了很高的学术成就。他最早提出的科学实验方法，并将这种方法第一次应用在罗隆姆斯台特农场，使农场的农作物大获丰收。1925 年在他的一本统计方法的著作中最早将试验设计这个概念提出。之后费歇尔进一步研究、实践和总结了这个方法、技术以及过程。1935 年正式出版了 “The Design of Experiments”

一书,从而开创了一门新兴学科,促成了实验设计这门科学与技术的广泛应用。

20 世纪的 30~40 年代,在生产发达的英国、美国和苏联的一些学者继续对实验设计进行了研究与开发,并在采矿、冶金、建筑、机械、纺织和医药等行业推广与应用,对于提高这些产品质量,降低生产成本起到了至关重要的作用。

在第二次世界大战期间,以美国为首的同盟国将实验设计这一优化的方法应用到军工生产中,使军需物品及时保质保量地供应战时前方,取得显著的效果。

## 2. 田口玄一的三段设计新思想

20 世纪 50 年代,战败的日本经济一落千丈,为了迅速恢复工业、农业的生产,尽快赶上世界经济发展的步伐,在日本国内涌现出一大批生产管理的学者。其中田口玄一最具代表性,他不仅在质量工程与管理中有着突出的贡献,而且在实验设计方面有许多独到的建树。1949 年,田口在日本电讯所研究电话通讯系统质量时,发现英国人在农业上所用的实验设计方法不能完全适应工业生产。于是田口带领一批学者在费歇尔实验设计的基础上加以改进和补充,创造了运用正交表安排实验的统计与分析方法,称为正交实验设计。

将正交实验设计应用到产品的系统设计、参数设计和容差设计中又是田口玄一博士的重大成就。这个称为三次设计的思想是在专业设计的基础上,运用正交设计的技术来选择产品的最佳参数组合和最合理的公差范围,达到尽可能使用价格低廉的元件或器件,来替代价格昂贵的元器件,通过相得益彰的搭配组装成整机产品的一种优化方法。应用这种设计技术可以使消费者获得价廉、物美的商品,为企业创造低成本和质量优良的产品,达到用户和厂家双赢的效果。在三次设计的基础上,近来又发展和形成了产品质量的稳健性设计的体系。

## 3. 中国科学家的贡献

中科院院士华罗庚教授是最早在国内推广和应用优选法的数学家,在 20 世纪 50~60 年代,以一个科学家的睿智亲临各个工农业建设的现场,讲解、示范实验设计的应用,为国民经济的发展和普及和推广优选法做出了重大的贡献。

中国科学院数学研究所和系统研究所的科技人员,从 20 世纪 50 年代开始,就正交实验设计进行了实践和研究,提出了新的创见,编制出一套适用的正交表,简化了实验分析方法,出版了实验设计和统计技术方面的系列普及书籍。在科研、生产和教学中,我国的科学工作者运用实验设计这一工具,解决了工作中的许多关键问题,取得了丰硕的成果。

例如,某厂生产的轴向高压柱塞泵,因摩擦副经常异常发热而不能继续工作。通过正交设计找到了零件之间最佳参数组合,即使轴向止推盘不平度从原来要求 0.005 mm 下降到 0.01 mm,该磨削工序的加工合格率反而从原来的 10% 提高到 95% 以上,从而使成品合格率从原来的 69% 提高到 90% 以上。在其他行业应用正交实验设计同样取得十分显著的效果。应当指出,实验设计这一应用科学技术不仅只在自然科学和实际生产中得到广泛应用,近来在社会科学,经济领域也显示了广阔的应用前景。

# 三、实验设计的现代特征

任何一个实验,都可以视作一个系统工程。从广义系统论的观点出发,考察每个实验都是在存在干扰环境下研究系统的输入变量和输出响应之间的关系,如图 1—1—1 所示。一般系统研究的内容可分为系统辨识、系统分析、最优控制、最优设计、滤波与预测几种类型。

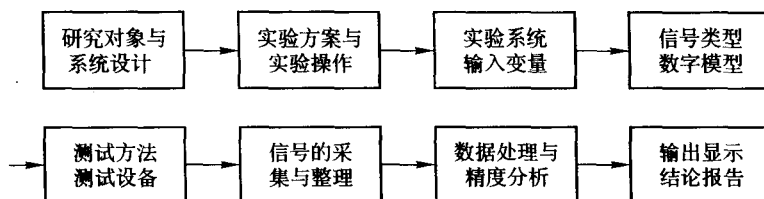


图 1—1—1 实验系统思维模型

例如，在几何量测试中，使用顶尖法测量轴类零件圆度误差的实验系统中，让工件旋转或传感器绕工件轴线旋转，测量圆柱轴表面的跳动。采样间隔的大小就是一种输入变量，用传感器及其显示的观测值就是系统的输出响应。如果数学模型已知，代入输入量和输出值就可计算出轴件的圆度误差，这属于系统分析问题。如果回转系统存在偏心，这个偏心量是实验系统的模型参量，往往是未知的；这个未知的参量就需要根据输入变量和输出响应值来估算求得。模型的参量估计则属于系统辨识问题。可见，通过一个实验，能够解决多种类型的问题，只有排除干扰，才能保证实验分析结论的精确性。

发展中的现代实验设计突出表现了如下特征：

### 1. 整体化、定量化、优化

小的实验项目可以是一个显微分析，大的可以是宇宙飞船，每一个实验都是一个系统，是由许多不可缺少的环节构成的一个整体，影响实验过程的各个方面都不能忽视。而且随着科学技术的不断进步，实验系统日益复杂，从研究对象到测试信号和模型参数的种类十分繁多；因此，必须对实验的各个环节做出多层次的有条理的整体规划，其中包括实验方法进一步数学化和优选实验方案的问题。目前应用电子计算机模拟并替代人脑的部分思维，其快速准确的演算能力带来了数学方法的革新，扩大了定量研究的范围，提供了一种“模拟试算”的崭新实验手段。同时，为了经济合理、快速可靠的进行各种实验，需要不断研究优化实验的理论方法。

要求特别重视数据信息，任何数据都是信息的体现。获得实验的响应大都以数据形式出现，无论是输入还是输出的数据都是对实验模型和实验结果进行定量分析的重要依据。为了得到准确的实验结论，测试技术在实验设计中占据重要的位置。

### 2. 重视实验技术的研究

实验设计包括硬技术和软技术两大部分。所谓硬技术是指实验的物质手段，就是实验条件和使用的仪器设备。“硬”字意在它以物质形态存在，有着确定的专业规律；“技术”是指实验硬件有各自特定的结构原理和操作规范，是一种物化的智力。实验设计时，应该考虑将现代科技的最新成果用于实验过程之中，在整体规划时应该坚持不懈地着眼包括测试等手段的研究和开发。所谓软技术是指选择、组织、分析、决策等“思维的技术”。比如对测试指标和测试方法的选择，实验方案的拟定，以及对实验结果的数据处理和精度分析等等。这些都体现了对实验过程优化所使用的理论工具和思维方式。换句话说，软技术也就是应用知识和技术的技术。在广阔的范围中选取各种知识单元，将它们交叉地、有机地结合起来构成新的功能，达到实验目的。软技术的主体是现代应用数学，在思路与方法上打破了传统学科的局限，具有通用的灵活性。现代实验设计不仅要创造条件、复现过程、记录结果，而且要重

在分析和研究。随着科研与实验的综合性发展趋势，实验软技术被推向更显著更重要的位置。

以既定的目标为前提，研究高效率、低消耗，结论精确的实验方法是实验设计的重要任务，要求实验设计者既要具有清醒的头脑，又必须掌握和运用当前最新的科学知识和工具。

## 四、实验设计的宗旨

自从费歇尔开创实验设计这门学科以来，实验设计已经在世界各地得到广泛应用，成为科技工作者和工程师必须掌握的一项重要工具。

包罗万象的实验设计发展到现今，除了依靠直接的实物实验的方法外，已经扩展到利用同类事物间的相似性的模型试验，利用异类事物间对应参量关系相似性的模拟实验，随着计算机的普及，进一步利用计算机和仿真语言进行的数字仿真实验等。在充分利用现代社会所能提供的各种硬技术的同时，还综合运用了现代各种理论工具和新颖的思路，发展了实验软技术。

最初“试验设计”追求的目标也正是一切工程实验之所求，就是使实验的综合效率最优，即付出最少的代价，以最快速度获得最可靠的实验结论。所以，实验设计的基本宗旨为获取高的实验过程效率与高的实验测试统计精度。

### 1. 最大限度地提高实验效率

由于研究的系统愈来愈复杂，所求参量愈来愈多，势必造成实验次数增多、时间加长、成本变高，要求寻找一种提高效率的途径成为共同的课题。例如，保证获得最佳输出的实验属于系统的最优控制问题，探求产品的最佳配方和优选最佳参数的实验系统属于优化设计问题。要想尽量减少实验总次数，缩短实验周期，节约资源消耗，同时解决干扰问题，达到全面客观分析的目的，就需要合理和科学地设计实验方案。科技工作者在许多方面已经取得显著的成果，例如采用加大应力的方法强化某些实验条件，进行加速寿命实验，就可以促成产品提前失效，缩短可靠性实验的过程。对于那些不便于直接实验的情况，选择新型实验方法，比如通过空气动力学的风洞实验，模拟航天器在太空飞行的状态，不但可以节省资源，还可以确保人身安全。此外，如运用相似原理在实验室解决大坝变形、桥梁振型等大型系统的实验设计分析问题；用电路系统作机械振荡的模拟实验；利用微机对多输入多输出线性系统进行数字仿真实验。这些方法都是在保证实验精度的前提下，降低成本，提高实验效率的科学研究成果。

### 2. 最大限度的提高实验精度

实验精度是指实验结论的可靠性，即实验结论的可信程度。在任何实验过程中都不可避免的存在外界的干扰，形成影响实验结果的误差。要提高精度就必须分析处理误差。实验条件和仪器设备会给实验带来硬件误差，所以要正确选择测量装置，必要时应对测量装置进行静态标定和动态特性分析，以便减小测量的失真或畸变程度。另外对来自实验方法的软件误差，则要运用误差理论加以控制。比如在几何量测量时，对大型零件常用水平仪和桥尺分段相对测量，测得数据会因为误差积累而失真，因此必须依靠优选测量方案和平差处理方法来提高实验精度。再如，要满足形状误差的评定准则，使其符合“最小条件”，建立合理的数学模型，进行严密的数据处理就显得特别重要。将先进的科技成果应用到测试与计量中是提

高实验精度的一个重要途径。近年来，激光技术的应用使位移、振动等参数的测量达到了光的波长量级精度。目前对动态数字信号的处理也有了成套的理论和方法。数学方法的应用对于保证实验精度起着特别重要的作用，统计计算和数据分析是主要的工具。

实验设计的具体内容主要表现在针对实验过程优化处理。在科学技术高速发展的今天，实验方法的掌握和研究至关重要。实验设计与现代科学方法论有着密切的关系。数据处理与精度分析是实验设计最为重要的一项任务，其结论涉及实验最终的可靠性。

图 1—1—2 体现出实验过程中在几个重要环节上必须重视方法的选择与应用。

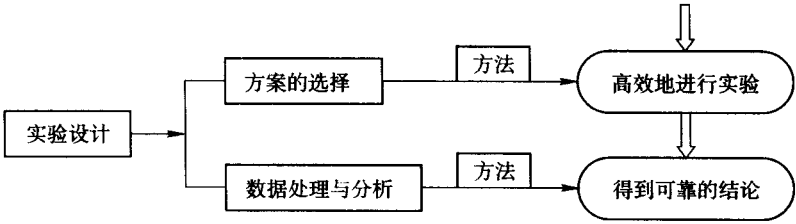


图 1—1—2 实验过程与方法选择

## § 1—2 实验设计与科学发展的关系

实验设计与国民经济紧密相连，与社会生产相互依存，生产实践是实验设计生命的土壤，同样实验设计是以现代科学作为技术支撑的，离开了现代科学技术的发展，实验设计也就没有生命。

### 一、实验设计在科技发展中的地位

在古代，科学很不发达，尚处于自然哲学阶段，其主要研究方法是直观加思辨。哲学家们凭着实践中获得的经验进行逻辑推理做出论断或预言，再根据新的实践经验又经逻辑分析做出新的论断来发展和修正理论。这样的理论往往有很大的局限性，使得科学发展极为缓慢。

直到近代才发生了根本的改变。三百多年前，伟大的物理学家伽利略在意大利的比萨斜塔上做了著名的自由落体实验，纠正了支配人类长达两千多年的错误理论。也就是从那时起，开辟了实验科学的新阶段。自然科学从哲学中分化出来，开始分门别类地进行研究，科学发展的趋势是使目标更加明确。在观察实验的基础上进行严密的逻辑分析，形成了以事实为依据的系统的近代科学理论。可以毫不夸张地说，实验设计成为近代科学发展的基石。

光学和光电子学的发展更能说明实验和实验设计是多么的重要。自从斯涅耳在 1621 年在实验中发现了折射定律后，以牛顿为首的光的粒子学说在学术界统治了一个多世纪。17 世纪末玻意耳和胡克同时发现了牛顿环现象，光的粒子学说因无法解释而陷入困境。1678 年，荷兰科学家惠更斯提出了光的波动理论，为了证实这个理论的正确性，一些科学家做了大量的实验和研究工作。直到 1802 年，英国科学家托马斯·杨成功做出的小孔干涉实验使牛顿环现象得到圆满的解释，光的波动理论第一次获得实验的证实。接着法国科学家菲涅耳成

功地完成了双缝光的衍射实验；其后菲涅耳和阿喇果一起进行光的叠加实验，观察到了明暗相间的条纹，杨氏用横波理论的假设和实验圆满地解释了这一线偏振光的干涉现象。至此光的波动理论成为研究现代光学的支柱。

历史上任何一种有意义的科学假设没有一个不是依据实验获得成功的。例如麦克斯韦尔提出了只要用两种方法测量出不同数量的电荷值，就可以计算出电磁波的传播速度的假说，1856年韦伯等人终于以不同的途径完成了这项实验和测试技术。麦克斯韦尔据此计算出电磁波的传播速度为  $3.1074 \times 10^8$  m/s。实验又引起科学家新的发现，早在1849年菲索通过实验测出光的传播速度为  $3.1485 \times 10^8$  m/s，结合韦伯的计算结果，麦克斯韦尔兴奋不已，他断言，光波就是电磁波。事实证明这一论断是正确的，光波的波段确实填补了电磁波波段的空白。这些结论的依据无一不是来自实验的成果。

现代科学和技术的迅猛发展又显示了新趋势。一方面自然科学继续向微观和宏观两个方面纵深发展，学科分化越来越细。另一方面自然科学和社会科学各领域相互交叉、渗透、移植，显示出极强的综合特性，总体的发展以综合为主导。不断产生的新的边缘学科、综合学科填补了各门学科之间的空隙，把整个科学连成体系，科学开始形成一个前沿在不断扩大的多层次统一整体。这种趋势使科学研究有了新的特点和规律，综合性技术逐渐起主导作用，重大的新技术突破不再来源于传统领域内的单纯的理论创新和发明，而主要来源于在科学实验基础上的系统的综合性研究。

现代科技的综合化更加依赖于实验分析。现代实验不单是通过观察现象和测试数据来验证假说，而为达到多种研究的目标开创了全新的途径。可以说，所有用理论分析和数学解析的方法不能解决的问题，都可利用实验的手段来求解。特别是在工程领域内，科研很注重实际应用效果，无论是对零部件与整机的结构、性能的研究，还是对新配方、新工艺的探索，以及产品的鉴定，实验或试验都是很有效的手段。可以断言，几乎没有一项研究是不需要试验分析和论证的。

总之，实验的重要意义已不容置疑。但随着社会进步和科学技术的发展，实验不断得到新的现代化装备的理论工具，规模不断扩大，水平不断提高，处于现代巨大变革中的工程实验不断被赋予新的内涵。

## 二、现代科学方法论与实验设计的关系

“方法”的含义是指为达到目的所选择的正确途径。科学方法论是关于进行科学研究的原理、方法的理论的学科，是一门引导正确思维的科学。科学方法越完善，适用面就越广，概括能力越强，就越趋于统一和完整。

如果根据人类使用工具的发展来划分历史阶段，当今已进入计算机时代。与之相适应的方法论中的科学方法也应进入更新阶段。当今科学技术发展到了更高级的综合应用，这就要求在更高的层次上用一些新的原则对现有的理论进行新的概括和综合，因而推动了统一的科学方法论的逐步形成和更加完善。现代科学技术整体化的趋势要求科学方法论采用整体化的存在形态和研究方法，具有适用范围广及跨学科的性质和功能。系统论、信息论、控制论就具有这样的性质和功能。

### 1. 系统论

系统论是研究系统的模式、原则和规律，并对其功能进行数学描述的一门学科。系统论和系统分析方法具有整体性、全面性、结构层次性、相关性、动态平衡性和综合与分析的统一性等特点。所谓“系统工程”就是利用系统论的基本原理创立起来的一个重要的工程技术门类。系统论的创始人是美籍奥地利生物学家贝塔朗菲。

### 2. 信息论

信息论是研究信息的本质，并用数学方法研究信息的获取、计量、传递、变换和储存的一门学科。创始人是美国贝尔电话研究所的数学家申农。近三十年来人们把信息论中的概念、原理方法运用与各门科学技术领域，可称为广义信息论。获取信息、分析信息和利用信息成为当今最具时代特色的一门学科。

### 3. 控制论

控制论是研究各种系统的控制和调节的一般规律的科学。创始人是美国数学家维纳。分为经典控制论和现代控制论。目前已在工程控制论、生物控制论、社会控制论和人工智能等方向上形成独立的分支学科。控制理论为当今自然科学和工程应用科学的发展及所取得的成就提供了坚实的理论基础。

上述三门学科是在同样的背景下几乎同时创立的，称为经典的“三论”，它们所研究的对象都离不开系统、信息、控制、反馈等。主要思想方法与基本的数学模型都有类同之处。由“三论”引出的系统方法、信息方法、反馈方法、功能模拟等已被广泛应用于各个领域，这说明在各个领域确实存在着方法论的共性。在航空与航天工程上已经显示出“三论”的潜在威力。

20 世纪 30 年代后产生了耗散结构论、协同论和突变论。从发展趋势来看，还可能出现其他新“三论”，对现代科学方法论进一步丰富、发展和深化。这些学科从不同侧面、不同深度揭示了客观物质世界的本质和运动规律。既是新的科学理论，其中又融合着科学方法论。实际上，各学科理论本身都包含着方法论的突破，它们提供的新概念和新方法原则上适用于各门科学技术领域，具有一般科学方法论的功能和作用，从横向将各个科学技术领域联结和贯通起来。再加上数学方法的发展和推广，就可使自然科学和社会科学在方法论上逐步互相渗透，趋向统一。

实验设计伴随着科学技术的发展而同步发展，现代实验不仅拥有了更丰富坚深的实验硬技术，而且软技术的比重也在逐渐增大。“三论”的概念已渗透到实验中，把实验对象和条件作为系统来考察。信息贯穿始终，研究信息的获取、变换和分析处理的方法。有些实验结论中包含预报的内容，为进一步反馈，达到在线实时控制创造条件。还有些实验就是研究如何实现反馈来达到控制功能的。实验设计是研究方法的学科，也具有横向交叉的综合性。现代科学方法论的形成和发展必然赋予实验设计以新的观点、新思路和新的理论工具，是实验设计更具有充实的内容。

## 三、数学方法在实验设计中的应用

三论的产生和发展以及电子计算机的应用为工程实验的定量化、数学化提供了优越的条件。现代科学的数学化与知识的抽象正是其趋于完善的表现。先进的数学工具提高了实验优

化的水平，所以数学方法是实验设计的重要组成部分。

实验采集的大量数据中蕴涵着事物之间本质的关系。用抽象的形式化数学语言概括地或近似的描述事物特征或事物间数量相依关系的表达式叫做数学模型。数学模型大致可分为：确定性的或随机性的；连续性的或离散性的；精确性的或模糊性的。有些实验中系统的数学模型已知或要通过测试数据实现建模。还有一些实验则无须求出或不可能求得数学模型，只需依据其规律和特征作出某些选择或判定。无论是哪一种情况都需要首先搞清楚数学模型的类型及由此可能提供的研究途径。确定性的数学模型描述的实体对象具有确定的数量相依关系，用经典数学形式表达。但实验中存在各种干扰因素，测得的数据往往具有随机性，所以随机数学模型在实验分析中占有相当大的比例。利用随机量的统计规律来分析处理干扰与误差是一条基本思路。模型参量的最小二乘估计以及方差分析、显著性检验都是典型的数理统计的分析方法，现已被广泛应用。在可靠性实验中要靠对随机数据的假设检验来找出失效率分布类型，再由已知的分布规律估计各有关的统计量。

如何从数学抽象的角度提出问题是最重要也是最困难的，关键在于找到正确的思路。例如，在许多量静态测量中为了减少误差，常进行多余观测，建立超定线性方程组，用最小二乘法求解。动态过程中如果是连续观测则用微分方程来表达，如果观测的是离散的数据则用差分方程来描述。动态实验基于谱分析理论，研究重点在于用传递函数或频率响应函数表达系统的动态特性。动态实验中测得随时间变化的动态数据，需要首先检验判别数据的类型，然后再选择分析的方法。对周期数据以傅立叶级数为分析工具。对非周期数据以傅立叶变换为分析工具；对随机数据则以功率谱密度为谱分析工具；因素实验是数理统计的一个重要应用领域，出自拉丁方的正交设计是由组合数学提供的思路，它具有均衡搭配的优点，使得多因素多水平的因素实验只需部分实施，而不必进行全面实验。模糊数学引入了隶属函数的概念，对具有模糊性的对象作出定量描述。在多指标因素实验中采用模糊数学进行综合评判，又为系统的最佳控制问题开辟了新的思路。

实验设计中数学方法的特点之一在于并不追求严格的系统性，而是强调实用性。它针对要解决的问题放开思路，广泛地涉猎于经典数学和应用数学的各个层次，巧妙组合，灵活运用。比如运用相似理论设计模型实验的量纲分析法就独具特色。又如用全息干涉法分析振动问题时，可以用零阶贝塞尔函数的根求得各级暗条纹处的振幅值。函数逼近论和最优化方法也都在有关实验分析中得到运用。

由于测试数据量大，运算复杂，所以实验中数学方法还应具备另一特点，这就是要便于计算机的应用。适于计算机运行的最有效形式是递推关系，连续数据必须经离散化处理，同时要有相应的数值计算方法。比如，用数值积分的方法求解微分方程。近年来通用的快速傅立叶变换（FFT 算法）是离散傅立叶变换的高效算法。在几何量测量中，形状误差符合最小条件的几何判据，也只有转换成代数判别式，才能由计算机完全独立地执行。

以上列举的多维思路和特点都说明以优化实验为目的的数学方法要随实验范围的拓宽和数学工具的发展而不断充实，不断更新。

## § 1—3 实验过程中的误差

任何实验都是为了获得真实的结果，但是任何实验都不可避免地存在误差，这些误差会

掩盖实验的真实结果。所以实验设计的一项重要任务是认识误差，分离误差，找出实验的真实结论。

## 一、实验误差的分类

任何实验都有一个表明其结果的响应量，多数响应量均可通过测试手段进行检测，得到一个观测值，这个观测值中必定包含着误差。真正反映实验的真实值被误差掩盖着，所以误差为实验真值与观测值之差。

设实验输出变量的真值为  $\mu$ ，实际观测值为  $x_i$ ，则误差  $\delta_i$  为

$$\delta_i = x_i - \mu \quad (1-3-1)$$

### 1. 客观性误差

客观性误差是非人为主导因素引起的误差，是由周围环境和客观条件的变异所产生的，这类误差又可分为系统误差和随机误差。

#### (1) 系统误差

系统误差是在重复性条件下，对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值与被测量的真值之差。系统误差的大小和方向是固定的或者是以一定规律变化的，是由固定因素所引起的误差。这种误差的数值可以发现，也可以设法消除。系统误差可以分为常值系统误差和变值系统误差。

常值系统误差是误差值的大小一定，方向保持不变，不随时间的延长和温度等外部因素的变化而改变的误差。主要原因之一是由于测试器具、仪器、仪表和设备的基准量存在误差，比如在测试前没有严格的标定，测试结果中势必包含着测量装置的不准确带来的系统误差，如果测量时用的砝码不标准，用天平测量的重量中就包含着砝码的误差；测量方法的近似性也是产生系统误差的原因之一，比如在测量储油油罐体积时，是用通过测量周长的方法求解油罐的直径，无理数  $\pi$  的近似误差就成为油罐体积的测量系统误差；当然测试人员的技术水平也会引起观测值的系统误差，比如观测人员的视力本身就存在视差等。显然这些因素在分析误差产生原因时都比较容易发现，也是不难解决的。

变值系统误差包括渐进性误差和周期性误差。误差的大小随时间或空间的变化而逐渐增加或逐渐减少，称这类误差为渐进性系统误差，比如在机械加工中磨削长丝杆时，先切入的螺距和最后切出的螺距因切削热的变化而逐渐由大变小；在山坡上种植的庄稼，产量也因不同的光照时间长短和蓄水功能的差异而呈渐进变化，这种螺距或产量的变化都是渐进性系统误差。在对圆周类的零件或部件如齿轮、度盘等进行计量时，由于几何偏心或运动偏心会使测量结果产生周期性系统误差。同样变值系统误差通过实验结果的频谱分析也是可以发现产生的原因，并且也是可以消除的。

#### (2) 随机误差

在完全相同的实验条件下，不会出现相同实验结果的现象称为随机现象。用来表示随机结果的变量称为随机变量，根据随机变量的性质，有连续随机变量和离散随机变量之分。

随机误差定义为：测量结果与在重复性条件下，对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值之差。随机变量与真值之差为随机误差。随机误差的大小和方向是不确定的，也没有一个确定的规律。

对于产生随机误差的原因只能作定性而不能作定量分析，因此随机误差是无法消除的。产生随机误差的因素主要是客观存在的 5M1E，即设备（machine）、人员（man）、材料（material）、方法（method）、测量（measurement）和环境（environment）等因素造成的不确定性，这是由于这些因素在实验过程中随着时间的延长，空间的拓展，不可避免地出现重复性和稳定性的变异。比如实验设备或测试设备运转一段时间后发热或磨损的不均匀；实验或测量人员的精力集中程度，思维疲劳等引起操作状态的波动等，都会产生随机误差。

随机误差固然没有确定的规律可循，但是可以运用概率统计的数学方法找出其统计规律。所以，运用概率统计对实验结果作出的任何结论都是一种估计，这种估计被定义在一个概率区间内，即任何结论是和其波动范围同时给出的。

### （3）粗大误差

实验观测值明显地超出规定条件下的预期，由此产生的误差称为粗大误差。这种误差往往是由于突然性发生的外界因素引起，比如电压由于过载引起电流陡然升高，恰好此时正在观测读数，数据远远超过正常值。也有一些是由于操作者的粗心大意产生的，比如将 6 读成 9，或者过于疲劳使视力恍惚产生读数误差等。一旦发生类似情况必须重新观测。只要认真地操作实验，粗大误差在实验过程中是不容易出现的，也是可以避免的。

## 2. 主观性误差

实验设计是一个人造信息过程。为了在较短的时间内完成一个比较复杂的系统或生产过程，考察运作的效果，实验设计必须实现模拟系统的运作或产品的生产过程。首先是确定输入变量，然后测定实验后的输出变量。不同的输入就有相应的输出，输出是输入的响应。在同一条件下，实验系统有不同的输出，原因是输出响应中必定包含着随机误差，还有可能存在系统误差。

在同一条件下，给出不同的输入，显然输出也是不同的，如果在输出响应中扣除随机误差或系统误差，所剩余的差异就称为主观性误差。这个主观性误差是人为有意造成不同输入的结果，也是输入的响应。目的就是为了找出在不同输入的实验中得到相应的各自响应，寻找其间的主观性误差。相反，如果不同的输入获得相同的响应，那么这个实验就毫无价值，这个实验设计也是一个失败的设计，因为实验设计所需要的是不同的输入产生相应不同的输出。

主观性误差称作实验变差，整个实验的结论都是在对实验变差进行分析基础上作出的。所以实验变差是实验设计的主要信息源。由于实验变差是在不同输入的条件下产生的，因此也称实验变差为条件变差。通过考察条件变差来确定在给定的输出前提下应该有什么样的输入，从而实现对实验过程的有效控制。

一次实验的测试结果中，除了真正的输出响应外，还包含有随机误差或者同时含有随机误差和系统误差。只有剔除客观性误差后，才能找到真正的输出响应，即找出条件变差。

## 二、随机误差的特征

随机误差是客观存在的，条件变差是人为设计的。只有找出随机误差的特征，才有可能从实验的观测值中筛选出随机误差对实验结果的影响，得到所需要的条件变差。

### 1. 随机误差的特征与正态分布函数

对一次实验过程的输出变量进行大量的观测，发现观测到的既不是惟一的一个数据，也