根据教育部考试中心最新版《复习考试大纲》编写

全国各类成人高等学校招生考试专用教材

高中起点升本、专科

数学(文史财经类)

组　　编：全国各类成人高校入学考试命题研究组
丛书主编：中央财经大学　吴秉坚　副教授
本书主编：清　华　大　学　吴　攀

2006年版

全国各类成人高等学校招生考试专用教材

高中起点升本、专科

数学(文史财经类)

丛书主编　中央财经大学　吴秉坚　副教授
本书主编　清 华 大 学　吴　攀

學苑出版社

目 录

第一部分 代 数

第二部分　三　角

第三部分 平面解析几何

第四部分 概率与统计初步

附录:

第一部分 代 数

第一章 集合和简易逻辑

考试要点

1. 了解集合的意义及其表示方法. 了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法,了解符号 $\subseteq$, $\subsetneqq$, $=$, $\in$, $\notin$ 的含义,并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.

2. 理解充分条件、必要条件、充分必要条件的概念。

内容讲解

一、集合的概念

1. 集合及其有关的概念

(1) 集合:集合是数学中最基本的概念之一,我们只给予一种描述,把按某种属性能确定的一些对象看成一个整体,就形成了一个集合. 例如,自然数的全体构成一个集合,线段 AB 上所有的点构成一个集合. 集合简称为集,一般用大写拉丁字母 $A,B,C,\cdots$ 表示.

(2) 元素:组成一个集合的每一个对象叫做这个集合的元素或元. 例如,每一个自然数是自然数集合中的一个元素;线段 AB 上的每一点是该线段(点集合)中的一个元素. 元素一般用小写拉丁字母 $a,b,c,\cdots$ 表示.

(3) 元素与集合的关系:对于一个给定的集合,它和它的元素之间的关系是整体和个别的关系,即集合包含它的每一个元素;它的每一个元素也都包含在集合中.

$a \in A$:表示 a 是集合 A 的元素,读作"a 属于 A".

$a \notin A$:表示 a 不是集合 A 的元素,读作"a 不属于 A".

(4) 有限集:含有有限个元素的集合叫做有限集.

(5) 空集:不含任何元素的集合叫做空集,用 $\varnothing$ 表示.

(6) 无限集:含有无限个元素的集合叫做无限集.

(7) 单元素集:只含有一个元素的集合叫做单元素集.

2. 几种常见的数集

(1) 实数集:全体实数组成的集合叫实数集,常用 $\mathbf{R}$ 表示.

(2) 有理数集:全体有理数组成的集合叫做有理数集,常用 $\mathbf{Q}$ 表示.

(3) 整数集:全体整数组成的集合叫做整数集,常用 $\mathbf{Z}$ 表示.

① 非负整数集 —— 自然数集,用 $\mathbf{N}$ 表示.

② 正整数集,用 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$ 表示.

说明 根据国家标准,自然数集 $\mathbf{N}$ 包括元素“0”,即非负整数集. 注意与以前不包括“0”的所谓自然数集(正整数集 $\mathbf{N}_+$)从含义到记号区别开.

二、集合的表示法

1. 列举法:把集合的元素一一列举出来,把它们写在大括号内,这种表示集合的方法叫做列举法. 如$\{1,2,3,4\}$.

注意:用列举法表示集合时,列出的元素要求不遗漏、不增加、不重复,但与元素的列出顺序无关.

2. 描述法:把集合中的元素的公共属性写在大括号内,这种表示集合的方法叫做描述法. 这时,先在大括号内左端写出元素的一般形式(常用字母 x,y 等表示),然后画一条竖线,在竖线右边列出集合的元素的公共属性. 例如,方程 $x^2+5x-14=0$ 的根构成的集合 A 可写成

$$A=\{x\mid x^2+5x-14=0\}.$$

注意:用描述法表示集合时,有时可省去竖线及元素的一般形式. 如“所有正方形”组成的集合可写成{正方形}.

此时不要写成{正方形集},因为大括号已表示“所有”,表示“集”.

3. 图示法:有时也用图示法表示集合,如用图 1 - 1 所示.

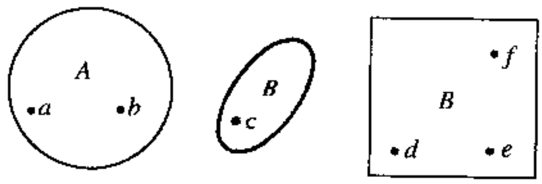

图 1 - 1

三、集合与集合的关系

1. 子集

(1) 定义:对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,则集合 A 叫做集合 B 的子集,记作

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A,$$

读作“A 包含于 B”,或“B 包含 A”.

(2) 性质:

① 任何一个集合 A 是它本身的子集:$A\subseteq A$,因为集合 A 的任何一个元素都属于集合 A 本身;

② 空集是任何一个集合 A 的子集:$\varnothing\subseteq A$;

③ 对于集合 A、B、C,如 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$.

2. 集合相等

对于两个集合 A 与 B,如果 $A\subseteq B$,同时 $B\subseteq A$,那么称集合 A 与集合 B 相等,记作

$$A=B,$$

读作"A 等于 B". 这就是说,集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素;反之,集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素. 因而这两个集合所包含的元素完全一样,两个集合是同一个集合.

3. 真子集

(1) 定义:如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$,则称集合 A 为集合 B 的真子集,记作

$$A \subsetneqq B \quad 或 \quad B \supsetneqq A.$$

(2) 几种常见的数集的关系:$\mathbf{N} \subsetneqq \mathbf{Z}, \mathbf{Z} \subsetneqq \mathbf{Q}, \mathbf{Q} \subsetneqq \mathbf{R}$.

4. 交集

(1) 定义:由所有既属于集合 A 又属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A 与集合 B 的交集,记作 $A \cap B$,读作"A 交 B"(如图 1-2 所示),即

$A \cap B = \{x \mid x \in A 且 x \in B\}$.

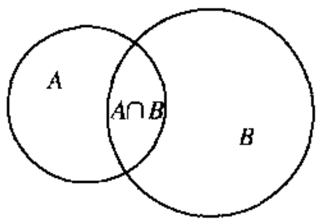

图 1-2

(2) 性质:

①$A \cap A = A$;

②$A \cap \varnothing = \varnothing$;

③$A \cap B = B \cap A$(交换律).

5. 并集

(1) 定义:由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A 与集合 B 的并集,记作 $A \cup B$,读作"A 并 B"(如图 1-3 所示),即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A 或 x \in B\}.$$

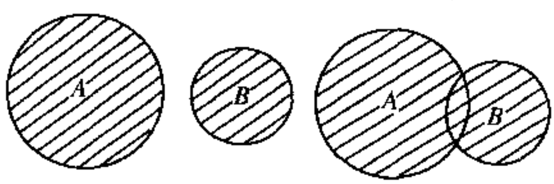

图 1-3

(2) 性质:

①$A \cup B = A$;

②$A \cup \varnothing = A$;

③$A \cup B = B \cup A$(交换律).

6. 全集与补集

(1) 全集:在研究某些集合与集合之间的关系时,如果这些集合都是某一给定集合的子集,则这个给定的集合叫做全集,用符号 U 表示. 这就是说,全集含有所要研究的各个集合的全部元素.

(2) 补集

① 定义:如果已知全集为 U,且集合 $A\subseteq U$,则由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做 U 中子集 A 的补集,记作 $\complement_U A$,当 U 明确时,简记作 $\complement A$(读作"A 补")(如图 1-4 所示),即

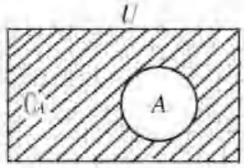

图 1-4

$$\complement A=\{x\mid x\in U \text{且} x\notin A\}.$$

② 性质:

1) $A\cup\complement_U A=U$;

2) $A\cap\complement_U A=\varnothing$.

四、简易逻辑

1. 命题的条件和结论

一个数学命题都有条件和结论两部分. 如果把条件和结论分别用 A、B 表示,那么命题可以写成"如果 A 成立,那么 B 成立",或简写成"若 A,则 B".

2. 充分条件

如果 A 成立,那么 B 成立,即 $A\Rightarrow B$,这时我们就说条件 A 是 B 成立的充分条件.

3. 必要条件

如果 B 成立,那么 A 成立,即 $B\Rightarrow A$,这时我们就说条件 A 是 B 成立的必要条件.

4. 充要条件

如果 A 既是 B 成立的充分条件,又是 B 成立的必要条件,即既有 $A\Rightarrow B$、又有 $B\Rightarrow A$,这时我们就说条件 A 是 B 成立的充分必要条件,简称充要条件.

重点与难点题解分析

一、选择题

1. 设集合 $M=\{a,b,e\}$,$N=\{b,e,d\}$,$P=\{a,d,e\}$,则集合 $(M\cup N)\cap P$ 是　(　　)

A. $\{a,b,e\}$　　B. $\{d,e\}$　　C. $\{e,a,d\}$　　D. $\{a,b,e,d\}$

【答案】:C

【分析】:$\because M\cup N=\{a,b,e\}\cup\{b,e,d\}=\{a,b,e,d\}$,

$\therefore (M\cup N)\cap P=\{a,b,e,d\}\cap(a,d,e)=\{e,a,d\}$.

2. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$,集合 $A=\{1,3,6,7\}$,$B=\{2,5\}$,则　(　　)

A. $U=A\cup B$　　B. $U=\complement A\cup B$

C. $U = A \cup \complement B$　　D. $U = \complement A \cup \complement B$

【答案】:D

【分析】:$\because A = \{1,3,6,7\}$, $\therefore \complement A = \{2,4,5\}$.

$\because B = \{2,5\}$, $\therefore \complement B = \{1,3,4,6,7\}$.

$\therefore \complement A \cup \complement B = \{2,4,5\} \cup \{1,3,4,6,7\} = \{1,2,3,4,5,6,7\} = U$.

3. 设集合 $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{a,c,b\}$,则这两个集合满足的关系是　(　　)

A. $A \cap B = B$　　B. $A \cap B = A$

C. $A \cup B = B$　　D. $(A \cap B) \cup B = A$

【答案】:A

【分析】:$A \cap B = \{a,b,c,d\} \cap \{a,c,b\} = \{a,c,b\} = B$.

4. 设集合 $M = \{x \mid x \geqslant 8\}$, $N = \{x \mid x < 10\}$,则 $M \cup N$ 等于　(　　)

A. $\{x \mid 8 \leqslant x < 10\}$　　B. $\{x \mid x < 8$ 或 $x \geqslant 10\}$

C. $\mathbf{R}$　　D. $\varnothing$

【答案】:C

【分析】:本题可借助数轴解答,如图 1 - 5 所示:

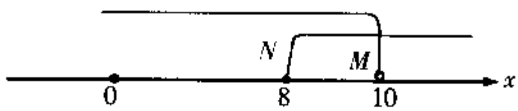

图 1 - 5

由图可知 $M \cup N = \mathbf{R}$.

5. 设全集 $U = \{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $M = \{1,2,4\}$, $N = \{2,4,5\}$,则 $\complement M \cap N =$　(　　)

A. $\{1,2,3,4,6\}$　　B. $\{1\}$

C. $\{2,3,4,5,6\}$　　D. $\{5\}$

【答案】:D

【分析】:$\because M = \{1,2,4\}$, $\therefore \complement M = \{3,5,6\}$,

$\therefore \complement M \cap N = \{3,5,6\} \cap \{2,4,5\} = \{5\}$.

6. 设集合 $M = \{-2,2,1\}$, $N = \{-2,2\}$,则　(　　)

A. $M \subsetneqq N$　　B. $N \subsetneqq M$

C. $M \in N$　　D. $N \in M$

【答案】:B

【分析】:$\because$ 集合 N 的元素都是集合 M 的元素,而集合 M 的元素不都是集合 N 的元素,$\therefore N \subsetneqq M$.

7. $b = 0$ 是直线 $y = kx + b$ 过原点的　(　　)

A. 充分但不必要条件　　B. 必要但不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】:C

【分析】:设 P 为"$b = 0$",Q 为"直线 $y = kx + b$ 过原点". 因为当 $b = 0$ 时,坐标 $O(0,0)$

是方程 $y = kx$ 的解,因此直线 $y = kx$ 过原点,所以 $P \Rightarrow Q$ 成立. 又因为当 $y = kx + b$ 过原点时,坐标 $(0,0)$ 满足方程,即 $0 = k \times 0 + b, b = 0$,所以 $Q \Rightarrow P$ 成立.

二、填空题

1. 设集合 $A = \{x \mid x > 2\}, B = \{x \mid -1 < x < 3\}$,则 $A \cap B =$ ________.

【答案】: $\{x \mid 2 < x < 3\}$

【分析】:本题可借助数轴解答,如图 1 - 6 所示:

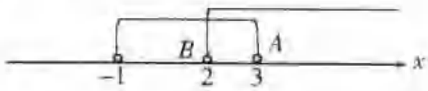

图 1 - 6

由图可知 $A \cap B = \{x \mid 2 < x < 3\}$.

2. 设集合 $A = \{(x,y) \mid 2x + 3y = 8\}, B = \{(x,y) \mid 3x - y = 1\}$,则 $A \cap B =$ ________.

【答案】: $\{(1,2)\}$

【分析】: $A \cap B = \{(x,y) \mid 2x + 3y = 8\} \cap \{(x,y) \mid 3x - y = 1\} = \left\{(x,y) \,\middle|\, \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}\right\} = \{(1,2)\}$.

3. 设全集 $U = \{0,1,2\}$,集合 $M = \{1,2\}, N = \{0,1\}$,则 $\complement(M \cup N) =$ ________.

【答案】: $\varnothing$

【分析】: $\because M \cup N = \{1,2\} \cup \{0,1\} = \{0,1,2\}, \therefore \complement(M \cup N) = \varnothing$.

4. 集合 $\{\varnothing\}$ 的所有子集为________.

【答案】: $\{\varnothing\}, \varnothing$

【分析】:空集 $\varnothing$ 是集合 $\{\varnothing\}$ 的一个元素,因此 $\{\varnothing\}$ 是集合 $\{\varnothing\}$ 的一个子集,同时空集 $\varnothing$ 也是任何集合的子集,因此 $\varnothing$ 也是集合 $\{\varnothing\}$ 的一个子集.

三、解答题

设全集 $U = \mathbf{R}$,集合 $M = \{x \mid x^2 + px + 2 = 0\}, N = \{x \mid x^2 + qx + 3 = 0\}$,且 $\overline{M} \cap N = \{3\}, M \cap \overline{N} = \{2\}$,求 $p - q$ 的值.

解: $\because \overline{M} \cap N = \{3\}, \therefore 3 \in N, 3 \notin M, \therefore 3^2 + 3q + 3 = 0, \therefore q = -4$.

$\because M \cap \overline{N} = \{2\}, \therefore 2 \in M, 2 \notin N, \therefore 2^2 + 2p + 2 = 0, \therefore p = -3$.

$p - q = -3 - (-4) = 1$.

历年考题

1. [1998(1)] 设集合 $M = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 3\}, N = \{x \mid 2 \leqslant x \leqslant 4\}$,则 $M \cup N$ 等于　(　　)

A. $\{x \mid 2 \leqslant x \leqslant 3\}$　　B. $\{x \mid 2 < x < 3\}$

C. $\{x \mid -1 < x < 4\}$　　D. $\{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 4\}$

【答案】: D

【分析】:本题可借助数轴解答,如图 1-7 所示:

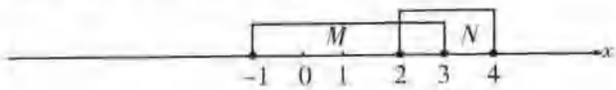

图1-7

由图可知 $M \cup N = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 4\}$.

2. [1999(1)] 设集合 $M = \{-2,0,2\}$, $N = \{0\}$,则 ( )

A. N 为空集　　B. $N \in M$

C. $N \subset M$　　D. $M \subset N$

【答案】:C

【分析】:$\because$ 集合 N 的元素都是集合 M 的元素,而集合 M 的元素则不都是集合 N 的元素,$\therefore N \subset M$.

3. [2000(1)] 设全集 $I = \{0,1,2,3\}$,集合 $M = \{0,1,2\}$, $N = \{0,2,3\}$,则 $M \cup \overline{N} =$ ( )

A. 空集　　B. $\{1\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{2,3\}$

【答案】:C

【分析】:由题知 $\overline{N} = \{1\}$, $\therefore M \cup \overline{N} = \{0,1,2\} \cup \{1\} = \{0,1,2\}$.

4. [2001(1)] 设集合 $M = \{1,2,3,4,5\}$,集合 $N = \{2,4,6\}$,集合 $T = \{4,5,6\}$,则 $(M \cap T) \cup N$ 是 ( )

A. $\{2,4,5,6\}$　　B. $\{4,5,6\}$

C. $\{1,2,3,4,5,6\}$　　D. $\{2,4,6\}$

【答案】:A

【分析】:$\because M \cap T = \{1,2,3,4,5\} \cap \{4,5,6\} = \{4,5\}$,

$\therefore (M \cap T) \cup N = \{4,5\} \cup \{2,4,6\} = \{2,4,5,6\}$.

5. [2002(1)] 设集合 $A = \{1,2\}$,集合 $B = \{2,3,5\}$,则 $A \cap B$ 等于 ( )

A. $\{2\}$　　B. $\{1,2,3,5\}$

C. $\{1,3\}$　　D. $\{2,5\}$

【答案】:A

【分析】:$A \cap B = \{1,2\} \cap \{2,3,5\} = \{2\}$.

同步训练

一、选择题

1. 设集合 $A = \{2,4,5\}$, $B = \{1,4,6\}$, $C = \{0,1,2\}$,则 $(A \cup B) \cap C =$ ( )

A. $\varnothing$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{0,1,2,4\}$　　D. $\{0,1,2,4,5,6\}$

2. 设集合 $A=\{(0,1),(2,2)\}$，$B=\{(1,0),(0,1),(2,2)\}$，则集合 A,B 的关系是 ( )

A. $A \subsetneqq B$　　B. $B \subsetneqq A$

C. $A=B$　　D. $A \in B$

3. 设集合 $P=\{x \mid x \geqslant 1\}$，$m=\frac{\pi}{3}$，则有 ( )

A. $\{m\} \in P$　　B. $\{m\} \subsetneqq P$

C. $m \notin P$　　D. $m \subsetneqq P$

4. 设集合 $S=\{x \mid x=k, k \in \mathbf{Z}\}$，$T=\{x \mid x=2k, k \in \mathbf{Z}\}$，则有 ( )

A. $T \subsetneqq S$　　B. $S \subsetneqq T$

C. $S=T$　　D. $T \cap S=S$

5. 设集合 $M=\{x \mid -3<x<0\}$，$N=\{x \mid x^2-4x-5=0\}$，则 $M \cap N=$ ( )

A. $\varnothing$　　B. $\{x \mid -3<x<0$ 或 $x=5\}$

C. $\{5\}$　　D. $\{-1\}$

6. 若集合 P 满足 $\{0,1\} \subsetneqq P \subseteq \{-1,0,1\}$，则 $P=$ ( )

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1\}$

C. $\{-1,0,1\}$　　D. $\varnothing$

7. m 是有理数是 m 是实数的 ( )

A. 充分但非必要条件　　B. 必要但非充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分非必要条件

8. A、B 全不为零是 $Ax+By+C=0$ 为直线方程的 ( )

A. 充分但非必要条件　　B. 必要但非充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分非必要条件

9. 一元二次方程根的判别式为零，是这个一元二次方程有两个相等的实根的 ( )

A. 充分但非必要条件　　B. 必要但非充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分非必要条件

二、填空题

1. 设全集 $U=\{x \mid x=k+1, k \in \mathbf{Z}\}$，集合 $M=\{x \mid x=k+2, k \in \mathbf{Z}\}$，则 $\complement M=$ ________.
2. 用列举法表示集合 $\{x \mid -2<x \leqslant 3$，且 x 为奇数$\}$，结果是________.
3. 设集合 $A=\{b,e\}$，$B=\{f,d\}$，$C=\{a,f,d\}$，则 $(A \cap B) \cup C=$ ________.
4. 集合 $\{(3,2)\}$ 的真子集为________.

三、解答题

1. 已知集合 $M=\{x \mid -3<x<2\}$，$N=\{x \mid -5 \leqslant x<0\}$，求 $M \cap N, M \cup N$.
2. 在下列各题中，A 是 B 的什么条件：(1) 充分不必要条件；(2) 必要不充分条件；(3) 充要条件；(4) 既非必要又非充分条件.

(1) $A: x^2=3x+4$，$B: x=\sqrt{3x+4}$；

(2) $A: x-3=0$，$B: (x-3)(x-4)=0$；

(3) $A: b^2-4ac \geqslant 0 (a \neq 0)$，$B: ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 有实根；

(4) $A: x=1$ 是 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根 $(a \neq 0)$，$B: (a+b+c)=0$；

(5) $A: a > b, b: ac^2 > bc^2$;

(6) $A: a > b, B: a + c > b + c$.

【参考答案】

一、选择题

1. B　2. A　3. B　4. A　5. D　6. C　7. A　8. A　9. C

二、填空题

1. $\varnothing$　2. $\{-1,1,3\}$　3. $\{a,f,d\}$　4. $\varnothing$

三、解答题

1. **解**：$M \cap N = \{x \mid -3 < x < 2\} \cap \{x \mid -5 \leqslant x < 0\} = \{x \mid -3 < x < 0\}$.

$M \cup N = \{x \mid -3 < x < 2\} \cup \{x \mid -5 \leqslant x < 0\} = \{x \mid -5 \leqslant x < 2\}$.

2. **解**：(1) 必要不充分条件；

(2) 充分不必要条件；

(3) 充要条件；

(4) 充要条件；

(5) 必要不充分条件；

(6) 充要条件.