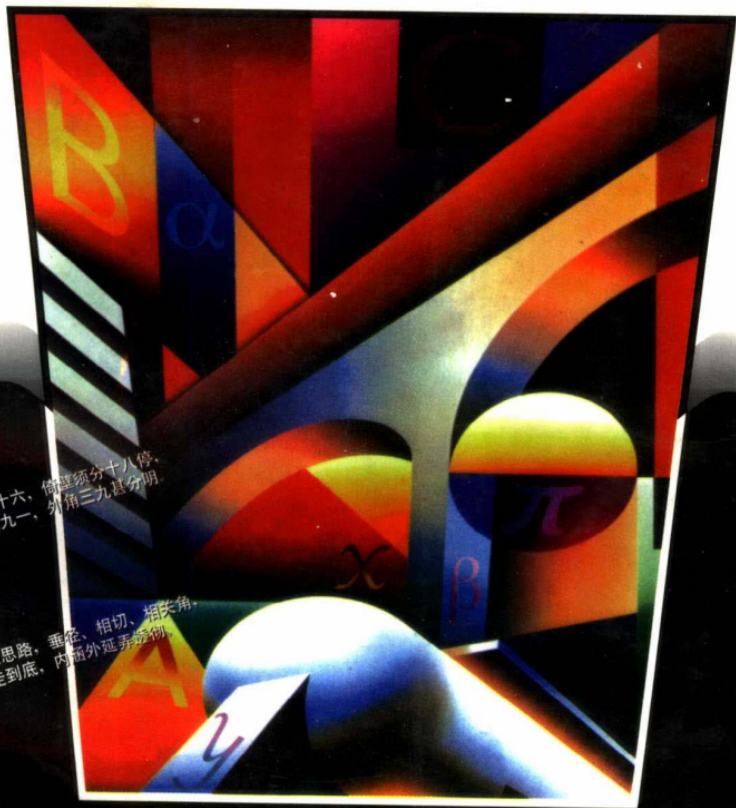


# 数学诗歌题解



光锥法用三十六，倚壁须分十八停，  
内角聚时如九一，外角三九甚分明。

圆中问题三思路，垂直、相切、相长角，  
三条思路走到底，内涵外延弄透彻。

九子斜排，上下对易，  
左右相更，四维挺出。

三人同行七十稀，五树梅花廿一枝，  
七子团员正半月，除百零五便得知。

四海翻腾一杯酒，七人献计三十六，  
九天星辰廿八宿，减二五二便可求。

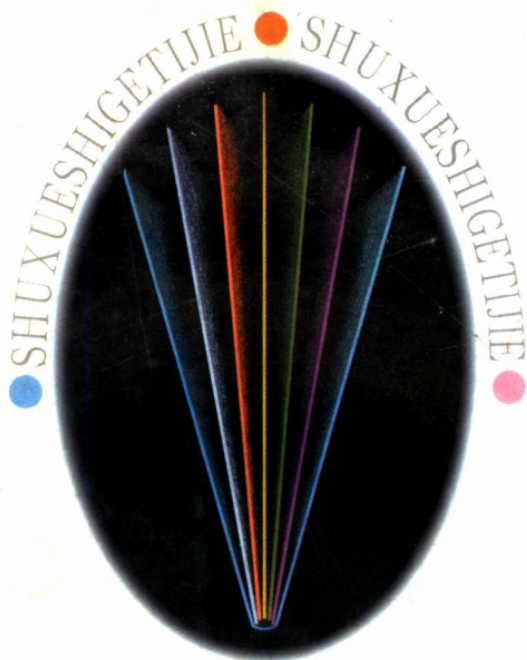
平矩以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，  
引矩以知远，环矩以为圆，合矩以为方。

方程作运算，负项移他端，符号须改变，  
同类应合并，同项要约清，步步仔细查，  
“还原”古法传，“对消”看分明。

一求隔位六二五，二求退位一二五，  
三求一八七五记，四求改百二十五，  
五求三一二五，六求两价三七五，  
七求四三七五置，八求转身变作五。

中国青年出版社

责任编辑：姚海天  
封面设计：刘茗茗



ISBN 7-5006-2328-3



9 787500 623281 >

ISBN 7-5006-2328-3

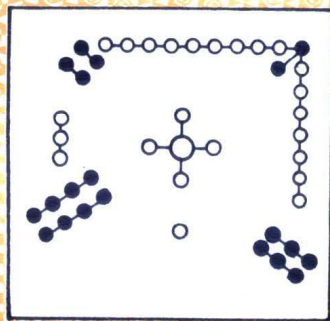
G·568 定价：11.00 元





# 数学诗歌题解

徐品方 编著



中国青年出版社

(京)新登字 083 号

图书在版编目(CIP)数据

数学诗歌题解/徐品方编著. -北京:中国青年出版社,  
1997.4

ISBN 7-5006-2328-3

I. 数… I. 徐… III. 数学-诗歌-解题 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 19482 号

社址:北京东四 12 条 21 号 邮政编码:100708

河北遵化胶印厂印刷 新华书店经销

\*

850×1168 1/32 9.75 印张 2 插页 210 千字

1997 年 4 月北京第 1 版 1997 年 4 月北京第 1 次印刷

印数 1 4,000 册 定价 11.00 元



### 作者简介

徐品方,男,1935年生,四川西昌市人。四川西昌师专副教授。中国数学会、全国数学史会会员。现已出版数学史和数学教育编著11部,论文或文章50余篇。主要著作有《趣味古算诗题解》、《数学符号史话》、《白话九章算术》(繁体字版,台湾出版)、主编《数学简明史》、参编《初等几何研究》等。



## 内 容 简 介

古今中外不少数学家以诗歌抒怀,把一些他们钟爱的、像珍珠般的数学名题,以及博大精深的数学思想方法,编成耐人寻味、广为流传的诗词、口诀和歌谣。本书精选出其中的 150 首进行诠释,给出答案,探究来由,纵横联想,巧妙引申,并以富有诗意的细腻描写,充满情趣的生动阐述,以及蕴含哲理的精辟议论,使一些深奥的数学名题变得通俗易懂,生动有趣,给人以丰富的数学知识和启迪,激发读者对数学的兴趣。

## 序

数学家是心灵的诗人。不少数学家以诗词抒怀,把一些他们钟爱的、像珍珠般的数学名题,以及博大精深的数学思想方法,编成耐人寻味的诗词、口诀和歌谣。这些琳琅满目风格迥异的数学诗词题,闪耀着数学家们智慧的光彩,闪耀着电光火石般璀璨的数学思维奇葩。他们用琅琅上口的诗歌启迪后辈的心智,传递数形的信息,使外表枯燥、抽象艰涩的数学问题得到形象、生动、丰满的表达,既有助于理解、记诵,又可以引起学习者的浓厚兴趣。例如我国元代数学家朱世杰在《四元玉鉴》中的一诗题:

我有一壶酒, 携着游春走。  
遇务添一倍, 逢店饮斛九。  
店务经四处, 没了壶中酒。  
借问此壶中, 当原多少酒。

又如,吴敬《九章算法类比大全》中一诗题:

远望巍巍塔七层, 红灯点点倍加增。  
共灯三百八十一, 请问尖头几盏灯。

印度古代数学家婆什迦罗有一首诗中说:

平平湖水清可鉴, 面上半尺生红莲。  
出泥不染亭亭立, 忽被强风吹一边。  
渔人观看忙向前, 花离原位二尺远。  
能算诸君请解题, 湖水如何知深浅。

再如,现代人创作的一首趣味诗题:

十里长街闹盈盈, 庆祝成就万象新。  
佳节礼花破长空, 天桥红灯胜繁星。  
七七数时余两个, 五个一数恰为零。

九数之时剩四盏， 红灯几盏放光明。

这些数学诗歌题都是反映数量关系内在联系及其规律的一种浪漫形式，它通过有节奏、生动、押韵的语言，表达数学菁华，蕴含数学法则、公式、思想、方法，等待着读者去思考和解答。

由于用诗歌形式表达数学问题的语言尚有含糊且神秘之处，笔者选出古今中外的145首进行诠释，给出解答，探究来由，纵横联想，巧妙引申，并以富有诗意的细腻描写，充满情趣的生动阐述，以及蕴含哲理的精辟议论，融知识性、趣味性和文理史等多学科为一体，使问题变得通俗、生动、活泼，奉献在读者面前。读是享受，思是锻炼，美不胜收。

读者读完本书可以发现，用诗歌形式表达数学问题，世界上有文字记载最早的是古希腊语法学家麦特劳德尔(公元6世纪)，其次是印度数学家阿耶波多(约476—550)。中国首开用诗词编数学题先河的是南宋数学家杨辉(公元13世纪)。也不难发现，中国数学诗词题之多，令人振奋，这说明一个问题：就是我国数学家很早就重视用诗词题激发后生兴趣，陶冶性情，提高素质。同时，还令人高兴地看到，若追本溯源，一些古今世界名题的源头，就在中国。

为了吸取先贤智慧，弘扬我国传统数学文化，激发青少年更加爱我中华，增强民族自尊、自豪感，笔者选用大量我国数学诗题进行翔实评价，以供大学《数学史》课程、中小学数学课堂教学与课外活动，以及数学爱好者阅读、参考和研究。

本书所有诗题的标题，都是笔者自加的。为了照顾文化层次不同的读者，本书的解法，尽可能浅显、详细。由于水平有限，不足之处，敬希读者不吝指正。

徐品方

1995年6月于四川西昌师专



# 目 录

## 一 四则运算

1. 口尾衔接鱼儿数 ..... (1)
2. 五色彩旗迎风扬 ..... (3)
3. 天边月圆几周年 ..... (4)
4. 唐僧取经几年回 ..... (7)
5. 男女捉兔喜盈盈(鸬鹚天) .....  
..... (8)
6. 程大位帮忙算帐 ..... (9)
7. 公平分配不偏向(西江月) .....  
..... (11)
8. 收税门前巧算钱 ..... (12)
9. 花甲古稀巧对联 ..... (13)
10. 精通算法的姑娘 ..... (15)
11. 高寿公公年几岁 ..... (18)
12. 三个孝顺的女儿 ..... (19)
13. 绕口令算年龄 ..... (20)
14. 场外球迷问比分 ..... (22)
15. 新老运动员有几岁 ..... (23)
16. 鸡兔同笼新篇章 ..... (25)
17. 古代流行化零歌 ..... (27)
18. 高利借贷真惊人 ..... (30)
19. 牲畜偷吃农家苗 ..... (32)
20. 奇怪遗产巧妙算 ..... (34)

## 二 一次方程

1. 诗仙李白去沽酒 ..... (36)
2. 昨日沽酒探亲朋 ..... (40)
3. 客人来了去买酒 ..... (42)
4. 动听的牧羊之歌(凤枝梧) .....  
..... (43)
5. 利滚利借贷吃人 ..... (46)
6. 巍巍古寺在山中 ..... (47)
7. 河妇荡杯客几人 ..... (49)
8. 书少人多勤苦读 ..... (51)
9. 三天读完一厚书 ..... (52)
10. 百花馨香蜜蜂飞 ..... (53)
11. 每天行走多少里 ..... (55)
12. 爱神为何要哭泣 ..... (56)
13. 绳索量竿趣味多 ..... (58)
14. 会喷水的铜像 ..... (59)
15. 妙趣横生的墓志铭 ..... (63)
16. 奇妙的盈不足术 ..... (66)
17. 隔墙计算的奥妙 ..... (69)
18. 几间客房住几人 ..... (71)
19. 哑子上街去买肉 ..... (73)
20. 代代相传的诗题 ..... (74)
21. 孩提时代的故事(西江月) ...  
..... (76)
22. 牧童们的趣事多 ..... (78)
23. 奖勤罚懒古有之 ..... (78)
24. 儿童游戏闹盈盈 ..... (79)
25. 解方程的方法歌 ..... (80)

## 三 一次方程组

1. 大小和尚各几人 ..... (83)

2. 官兵各有多少人 ..... (86)
3. 鳖龟同池有几个(鸬鹚天) .....  
..... (87)
4. 隔沟计算了半晌(西江月) .....  
..... (88)
5. 鸭飞鸡生蛋趣题 ..... (91)
6. 好酒次酒有几瓶 ..... (92)

#### 四 二次方程

1. 调度员遇到难题 ..... (95)
2. 踊跃交纳农业粮 ..... (97)
3. 猴子顽皮蹦蹦跳 ..... (99)

#### 五 无理方程

1. 蜜蜂飞舞在花丛 ..... (102)
2. 激烈战斗的场面 ..... (105)

#### 六 不定方程

1. 孙子定理解法歌 ..... (108)
2. 神奇妙算扬四海 ..... (113)
3. 红灯几盏放光明(水仙子) .....  
..... (118)
4. 十里长街闹盈盈 ..... (121)
5. 百钱买百鸡问题 ..... (126)
6. 灵活的妙题妙解 ..... (130)
7. 四家寄宿羊多少 ..... (132)
8. 愿你智慧放光芒 ..... (134)

#### 七 勾股定理

1. 美女才子荡秋千(西江月) .....  
..... (140)
2. 勾股定理与秋千 ..... (143)
3. 芦苇香蒲出水面 ..... (148)

4. 索拴马儿团团转 ..... (154)
5. 钓鱼乐趣满心田 ..... (156)
6. 出污泥而不染 ..... (157)
7. 昨日丈量田地回 ..... (161)
8. 高大挺拔的白杨 ..... (163)

#### 八 面积问题

1. 计算长方形面积 ..... (166)
2. 秦九韶三斜求积 ..... (168)
3. 从和尚到数学家 ..... (172)
4. 求圆形中正方形(西江月) .....  
..... (176)
5. 求正方形中圆径 ..... (178)
6. 肥羊吃草团团转 ..... (181)
7. 古坟墓占地几何(双捣练) .....  
..... (182)
8. 丈量田地亩积歌 ..... (184)
9. 梯形截积的歌诀 ..... (186)
10. 矩形面积求长宽 ..... (190)

#### 九 体积问题

1. 柱体体积公式歌 ..... (193)
2. 五谷丰登算粮积 ..... (195)
3. 求台体体积公式 ..... (200)
4. 修筑长城求积歌 ..... (203)
5. 最早的数学诗篇 ..... (205)

#### 十 作图与测量

1. 中秋佳节分月饼 ..... (209)
2. 无规矩不成圆方 ..... (210)
3. 日影测量代代传 ..... (214)
4. 测量底部不能达 ..... (217)

5. 古色古香方城池 ..... (219)
6. 有趣的巧排队形 ..... (221)
7. 编造幻方的秘诀 ..... (222)

### 十一 数列问题

1. 塔顶共有几盏灯 ..... (227)
2. 有个学生资性好 ..... (230)
3. 诸葛统领八员将 ..... (232)
4. 一道古怪的谜题 ..... (233)
5. 三百七十八里关 ..... (237)
6. 放牧人粗心大意 ..... (238)
7. 请君算到天明 ..... (240)
8. 蚂蚁爬上了竹 ..... (244)

### 十二 数学歌诀

#### (一) 初中代数口诀

1. 绝对值的概念 ..... (249)
2. 有理数加减法则 ..... (250)
3. 合并同类项 ..... (251)
4. 添括号 ..... (251)
5. 去与添括号 ..... (252)
6. 繁分式的运算 ..... (253)
7. 提取公因式 ..... (254)
8. 两数和的平方 ..... (254)
9. 配方法 ..... (255)
10. 求根公式 ..... (256)
11. 正分数的指数幂 ..... (257)
12. 绝对值不等式 ..... (257)
13. 特殊角三角函数(1) ... (258)
14. 特殊角三角函数(2) ... (260)
15. 距离公式 ..... (262)

#### (二) 初中几何口诀

1. 证三角形全等(1) ..... (262)
2. 证三角形全等(2) ..... (263)
3. 等腰三角形性质 ..... (264)
4. 含 $30^\circ$ 角的 $Rt\triangle$  ..... (264)
5. 等腰直角三角形 ..... (266)
6. 射影定理 ..... (266)
7. 有关圆添辅助线 ..... (267)
8. 证圆中比例线段 ..... (268)
9. 四点共圆问题 ..... (269)
10. 圆中问题三思路 ..... (269)
11. 国内外记忆 $\pi$ 法 ..... (270)

#### (三) 高中代数口诀

1. 集合符号 ..... (272)
2. 对数概念 ..... (272)
3. 对数与真数互求 ..... (273)
4. 指数与对数函数 ..... (274)
5. 指数与对数函数图象 ... (275)
6. 求函数定义域 ..... (276)
7. 幂函数的性质 ..... (277)
8. 复数一章的要点 ..... (278)
9. 数学归纳法 ..... (279)
10. 排列公式 ..... (280)

#### (四) 三角函数口诀

1. 同角三角函数式 ..... (281)
2. 求同角三角函数 ..... (282)
3. 诱导公式 ..... (283)
4. 负角的诱导公式 ..... (284)
5. 三角函数的范围 ..... (285)



6. 两角和差公式 ..... (285)
7. 积化和差公式 ..... (286)
8. 和差化积公式 ..... (287)
9. 万能公式 ..... (288)

#### (五) 立体几何口诀

1. 证明直线在面内 ..... (289)
2. 三垂线正、逆定理 ..... (289)
3. 二面角的平面角 ..... (290)

#### (六) 解析几何与

##### 求导口诀

1. 椭圆的概念 ..... (291)
2. 双曲线概念 ..... (291)
3. 三角函数求导 ..... (292)

#### (七) 优选法口诀

1. 0.618法 ..... (293)
2. 分数法 ..... (293)
3. 对分法 ..... (294)
4. 瞎子爬山法 ..... (294)

#### 十三 学好数学诗

1. 自然数四则运算 ..... (295)
2. 分数 ..... (296)
3. 几何学 ..... (297)
4. 学好数学 ..... (300)
5. 算盘歌 ..... (302)
6. 学习数学联想人生 ..... (303)

## 一 四 则 运 算

### 1. 口尾衔接鱼儿数

三寸鱼儿九里<sup>①</sup>沟。

口尾相衔<sup>②</sup>直到头。

试问鱼儿多少数，

请到对面说因由。

——程大位原著，梅穀<sup>③</sup>成《增删算法统宗》

**【注释】** ①古时1里=360步，1步=5尺=50寸。《九章算术》里就用此。关于步的大小随朝代而不同。周代1步=8尺；秦代1步=6尺，1里=360步；《汉书·食货志》载：1里=300步，1步=6尺。后来常用1步=5尺，1里=360步。这是旧制以营造尺。

②衔：用嘴含。③穀即珏（音决，jué）。

**【译文】** 3寸长的一群小鱼儿，它们口尾相接在河里游玩，从头到尾排成了9里长的队伍，试问这群小鱼儿有多少条？请说出你推算的理由。

**【分析】** 分析是探索、解决问题的途径。本题的关键是弄清简洁的已知与未知，诗题的意境就透明。显然，搭起已知与未知之桥。只要将里化成寸，排成9里长的鱼有多少个3寸长便可得出结果。

**【解法】**

$$\because 1 \text{ 里} = 360 \text{ 步}$$

$$\therefore 9 \times 360 = 3\,240(\text{步})$$

$$\therefore 1 \text{ 步} = 50 \text{ 寸}$$

$$\therefore 3\,240 \times 50 = 162\,000(\text{寸})$$

$$\therefore 162\,000 \div 3 = 54\,000$$

答 这群活泼可爱的小鱼儿共有 5.4 万条。

**【说明】** 诗言志，歌抒情，数学诗题很迷人。读读这道琅琅上口的数学诗歌题，仿佛把我们带到了孩提时代观赏游鱼的趣景。回味之余，油然而生的要问问诗题作者的身世。这里先介绍梅穀成。

梅穀成(1681—1763)字玉汝，号循斋，又号柳下居士。清代安徽宣城人。是以梅文鼎为首的梅氏数学家族中的一员。梅文鼎(1633—1721)一生的著作颇丰，且恰与其享年相等，即 88 种(岁)。

梅氏家族也是声名显赫的数学家族，梅文鼎和他的两个弟弟、一个儿子、两个孙子、五个曾孙共 11 位数学家。(梅文鼎之弟梅文鼎、梅文鼎、儿子梅以燕(1654—1705)，孙子梅穀成、梅珩成，曾孙梅汾、梅铎等)祖孙四代都通数学，恰好与瑞士伯努利数学家族相媲美。

梅穀成在数学上造诣很深，被当政的康熙皇帝所赏识。他曾和皇子皇妃等在宫中读诗书和数理天文，还听博学的康熙皇帝用满文讲欧几里得的《几何原本》的内容。梅穀成是个有突出成就的数学家，编著很多，如 1713 年 5 月他与何国宗主编《律历渊源》巨著共 100 卷，并编辑了包含他自己的数学著作在内的《梅氏丛书辑要》23 种 61 卷。另外，他还根据明朝数学家程大位创作的诗题，加以修改著成《增删算法统宗》11 卷，其中许多数学题都是用兴趣盎然的诗歌写出来的。

我国数学史家严敦杰(1917—1988)先生说：“在 17 至 19 世

纪我国数学家的研究,主要为安徽学派所掌握,而梅氏祖孙为中坚部分。”

## 2. 五色彩旗迎风扬

入场跑道一百米,  
每隔五米插面旗。  
五色彩旗两大排,  
问你共有几面旗?

——凌启渝《趣味数学 100 题》

**【译文】** 运动会开幕了,会场上各种五彩缤纷的旗子迎风飘扬。笔直的 100 米入场跑道的两旁,每隔 5 米插一面鲜艳的旗帜,请问这段跑道上共插几面旗?

**【分析】** 这是一首现代人用儿歌形式编写的数学趣题,虽然题目不难,但是硬套公式是不行的,还要联系实际才能正确得出结果。

**【解法】**  $\because 100 \div 5 = 20$  (面旗)

而跑道两边的首尾应各插一面旗,上式计算还缺少首或尾插的这一面旗。

$\therefore$  每一排应插旗 21 面

答 两排共插彩旗 42 面。

**【说明】** 这是一道十分简单却能锻炼少年儿童灵活性思维的题目,尤其能提高理论联系实际解决问题的能力。我国古人十分重视动手实践的重要性,例如诗曰:“纸上得来终觉浅,绝知此事要躬行”(陆游《冬夜读书示事录》),只有通过一定数量的题目训练,才能提高解题的能力。这正如另一诗所云:“不经一番风霜苦,那来梅花吐清香。”

### 3. 天边月圆几周年

当年苏武<sup>①</sup>去北边<sup>②</sup>，  
不知去了几周年。  
分明记得天边月，  
二百三十五番圆<sup>③</sup>。

——程大位《算法统宗》

**【注释】** ①苏武(约前140—前60)是汉朝一位官员，天汉元年(公元前100年)被派往匈奴出任使者，因其他事牵连，被匈奴统帅单于扣留，并叫他投降，苏武誓死不从。单于把他流放到北方海边没有人居的地方，让他饲养公羊，叫他等到公羊生了小羊以后再回来。这哪可能？显然是将他终身流放。单于断绝供应一切粮草，苏武只好挖掘野鼠所储藏的草籽来吃。后来汉朝与匈奴和亲，苏武才从荒野被接回汉朝。由于他节操卓著，被尊称为“祭酒”(年高望重者)，又封为典属国。公元前60年，苏武病逝。②“北边”，指今天贝加尔湖畔的大城市——伊尔库茨克一带。③关于月亮圆缺是指人们在地球看到月亮表面发亮部分的形状，这在天文学上叫做月相。主要的月相有4个：朔、上弦、望、下弦。朔日(农历每月初一)，地球上看不到月光；上弦(农历每月初七或初八)和下弦(农历每月廿二或廿三)，地球上看到的月亮是月牙形；望日(农历每月十五日，有时是十六或十七日)，地球运行到月亮和太阳之间，这天太阳从西方落下去的时候，月亮正好从东方升上来，地球上看见的是圆月。

**【译文】** 当年苏武流放到北方，不知去了多少周年，只记得天边的月亮，已经出现过235次圆月了。

**【分析】** 根据注释，诗题所云天边月圆，正是指农历每月十



五日(有时是十六或十七日)。假设阴雨不计,一年便有 12 次天边圆月。显然,诗题便是一道十分简单的算术题了。

**【解法】** 由分析可知

$$235 \div 12 = 19 \frac{7}{12}$$

答 苏武去北方已经有 19 周年零 7 个月了。

**【说明】** 这个诗题记载于程大位《算法统宗》一书里。

读者从本书第一篇开始,就知道程大位的名字,但对他的经历、治学及成就就不太了解了。

程大位(1533—1606)字汝思,号宾渠,明朝安徽休宁人。程大位读书很广博,自幼爱好数学。20 岁以后在长江中、下游地区经营商业,仍不忘对数学的研究,到处求师访书,搜罗了很多古代与当代的数学书籍及民间数学资料。有空就读书、写心得体会,经过自己咀嚼、消化,开始进行著述。他博采众长,大约在他 40 岁那一年,开始对旧的如《详明算法》类型的数学书进行修改,对吴敬《九章算法比类大全》(1450 年)进行删补,并涉猎大量的数学资料,直到他进入 60 岁花甲那一年(1592 年),才完成了他的杰作《直指算法统宗》十七卷共 595 个问题。解题时是以算盘作为计算工具进行演算,与传统的用筹(长短不等的小竹棍或骨制成)计算不同。继后,他又对《算法统宗》“删其繁芜,揭其要领”,约束为《算法纂要》四卷,与十七卷本先后在屯溪刊行。

《算法统宗》是我国第一部最完善、系统的珠算说明书,也是一本比较完整、全面的应用数学书,它的内容包括了清代经学家所推崇的《九章算术》,既符合民间工、农、商业的需要,也适用于数学知识并不很丰富的一般经学人士的需要。所以,《算法统宗》在国内能得到广泛和长久的流传。公元 1716 年程大位的族孙程世绌为翻刻这部书所写的序中说:“风行宇内,迄今盖已百