



北京市高等教育精品教材立项项目

高等数学

实验

章栋恩 许晓革 主编



高等教育出版社

北京市高等教育精品教材立项项目

高等数学实验

章栋恩 许晓革 主编

高等教育出版社

内容简介

本书是为国内普通高等院校开设“数学实验”课程编写的。主要内容包括:微积分实验、线性代数实验、概率统计实验和综合实验等。实验所采用的软件为 Mathematica。每个实验分为实验目的、学习 Mathematica 命令、实验内容和实验作业,有一些实验还包括附加实验等,实验内容和实验作业给读者留有很大的实践空间。

本书除了作为数学实验课程的教材外,也可作为大学数学相关课程的辅助教材和教学参考书,同时也是学习数学软件 Mathematica 的入门教材,本书将使读者对高等数学有一个全新的认识。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学实验/章栋恩,许晓革主编. —北京:高等教育出版社,2004.7

ISBN 7-04-014410-7

I. 高... II. ①章... ②许... III. 高等数学-实验-高等学校-教材 IV. O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 034670 号

策划编辑 王瑜 责任编辑 王瑜 封面设计 李卫青
版式设计 胡志萍 责任校对 俞声佳 责任印制 孔源

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-82028899		http://www.hep.com.cn

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 北京星月印刷厂

开 本	787×960 1/16	版 次	2004 年 7 月第 1 版
印 张	19.25	印 次	2004 年 7 月第 1 次印刷
字 数	360 000	定 价	22.30 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail：dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)64014089 64054601 64054588

前 言

本书的前身是郭锡伯、徐安农主编的《高等数学实验课讲义》，它是1996年至1999年间北京市普通高等学校第一批教育改革试点立项成果。2002年，北京市又批准了高等教育精品教材建设项目《高等数学实验》(校际联合项目)，使作者有机会总结近十年来开设数学实验课的经验，对《高等数学实验课讲义》一书作全面修改，以适应计算机技术和数学软件的发展，适应当前教育改革的形势。

中科院院士、北京大学教授姜伯驹曾经指出：“应当试验组织数学实验课程，在教师的指导下，探索某些理论的或应用的课题。学生的新鲜想法借助数学软件可以迅速实现，在失败与成功中得到真知。这种方式变被动的灌输为主动的参与，有利于培养学生的独立工作能力和创新精神。”实践证明，数学实验课确实与过去的课堂教学不同，它把“讲授—记忆—测验”的传统学习过程，变成 Sounders Maclane 提出的过程：“直觉—试探—出错—思考—猜想—证明”，将信息的单向交流变成多向交流。学习过高等数学实验课的学生对此有深刻体会。数学实验课教学能够把数学直观、形象思维与逻辑思维结合起来，能把抽象的数学公式、定理通过实验得到验证和应用，通过上机实验，充分调动学生的数学理论知识、软件知识、计算机知识和动手能力，改善学生的知识结构，提高学生的综合能力和素质。

本教材是为国内一般院校开设数学实验课而编写的。本书内容分为五个部分：第一篇 Mathematica 系统概述，该篇内容使学生在整体上对 Mathematica 有所认识；第二篇微积分实验，实验内容与同济大学编写的教材《高等数学》同步，其实验内容可以和高等数学的教学同步进行；第三篇线性代数实验，实验内容与同济大学编写的教材《线性代数》同步；第四篇概率统计实验，实验内容与浙江大学编写的教材《概率论与数理统计》相配合；第五篇综合实验，实验内容是微积分、线性代数、概率统计知识的综合应用和数学建模初步。本书还有两个附录。附录一是高等数学图形系统 (AMGS 4.2)，附录二是高等数学辅导系统 (AMTS)。它们都是北京信息工程学院研制、开发的，并且已经由高等教育出版社出版。

每个实验大致分为四部分：一、实验目的，二、学习 Mathematica 命令，三、实验内容，四、实验作业。一些实验增加了实验原理或实验背景；一些实验还包含附加实验，供学生选做。作业题的解法大多数与实验内容中展示的方法相同。

通过本教材的学习,使学生深入理解高等数学、线性代数和概率统计课程中的基本概念和基本理论,较熟练地使用 Mathematica 软件,运用所学知识建立数学模型,培养学生使用计算机解决实际问题的能力。

本书第一篇由章栋恩编写,第二篇由许晓革、章栋恩编写,第三篇由苏农、杨延龄编写,第四篇由章栋恩、张静编写,第五篇由张静、孙福伟编写,最后的附录一、附录二由许晓革编写。

编 者

年 1 月

目 录

第一篇	Mathematica 系统概述	1
第二篇	微积分实验	13
	实验一 一元函数的图形	13
	实验二 极限与连续	27
	实验三 导数	36
	实验四 导数应用	42
	实验五 一元函数积分	55
	实验六 空间图形的画法	67
	实验七 多元函数微分	79
	实验八 多元函数积分	88
	实验九 无穷级数	99
	实验十 微分方程	111
第三篇	线性代数实验	121
	实验十一 行列式与矩阵	121
	实验十二 矩阵的秩与向量组的最大无关组	130
	实验十三 线性方程组	136
	实验十四 矩阵的特征值与特征向量	142
第四篇	概率统计实验	149
	实验十五 统计数据的概括	149
	实验十六 区间估计	157
	实验十七 假设检验	164
	实验十八 回归分析	175
	实验十九 方差分析	187
	实验二十 用 Excel 软件解决数理统计问题	196
第五篇	综合实验	214
	实验二十一 投入产出分析	214
	实验二十二 人口迁移的动态分析	225
	实验二十三 投资的收益和风险与生产计划中的线性规划模型	233
	实验二十四 水箱的流量问题	246
	实验二十五 传染病传播问题	255
	实验二十六 多准则决策问题	267
附录一	高等数学图形系统 (AMGS4.2)	279

§ 1	安装与卸载	279
§ 2	系统简介	279
§ 3	系统使用	281
附录二	高等数学辅导系统 (AMTS)	290
§ 1	安装与卸载	290
§ 2	系统简介	290
§ 3	出卷系统	293
§ 4	知识点库维护功能	295
§ 5	题库维护	297
参考文献	299

第一篇 Mathematica 系统概述

一、开机

Mathematica 是利用计算机解决数学问题的一个软件系统. 我们使用的是 Mathematica 3.0 或以上版本. 在计算机的程序中找到 Mathematica 后点击即可以打开 Mathematica, 这时可以键入你想运算的内容.

二、输入与输出

为清晰起见, 本书中把要直接输入的 Mathematica 命令用打底纹的形式表示. 在真正输入时, 命令语句是不需要打底纹的.

例 0.1 计算 $1 + 1$; 键入

```
1 + 1
```

然后同时按下 Shift 和 Enter 键, 或者只按下数字键盘的 Enter 键.

在屏幕上将显示:

```
In[1]: = 1 + 1
```

```
Out[1] = 2
```

这里的 $\text{In}[1] :=$ 表示第一个输入, $\text{Out}[1] =$ 表示第一个输出, 即计算结果. 这里的 $\text{In}[1] :=$ 与 $\text{Out}[1] =$ 是计算机执行你输入的程序后的屏幕显示, 不是需要你输入的程序. 把光标放在待执行命令行的任一地方, 再同时按下 Shift 和 Enter 键, 或只按下数字键盘的 Enter 键, 计算机便执行你输入的程序.

例 0.2 计算 2 的 10 次方: 输入

```
2^10
```

然后同时按下 Shift 和 Enter 键(下面不再重复这句话, 只列出计算结果).

输出为

```
1024
```

三、数学常数

在学习编辑数学表达式与命令之前, 先认识 Mathematica 中的数学常数:

Pi 表示圆周率 π ;

E 表示无理数 e ;

Degree 表示 $\pi/180$;

I 表示虚数单位 i ;

Infinity 表示无穷大;

注意 Pi, Degree, Infinity 的第一个字母必须大写, 后面的字母必须小写.

四、函数

Mathematica 中把 Sin[x] 理解为求 x 的正弦值, Cos[x] 理解为求 x 的余弦值, Sqrt[2] 理解为求 2 的算术平方根等, 因此 Mathematica 中的函数就是命令. 这里 Sin、Cos、Sqrt 分别是正弦函数、余弦函数、开平方函数.

注意, Mathematica 内部常用英文全名来作为函数名, Mathematica 中的所有命令的第一个字母都必须大写, 后面的字母必须小写. 当函数名是由两个英文单词组成时, 每个单词的第一个字母必须大写, 其余的字母必须小写. Mathematica 内部采用简写的命令很少, 只有取近似值的函数 N 以及求导数命令 D 和求全微分命令 Dt 是采用简写的形式. 任何函数名后面的对象必须用方括号 [] 括起来.

Mathematica 函数(命令)的基本形式是:

函数名[表达式, 选项]

例 0.3 求 π 的有 20 位有效数字的近似值.

输入

```
N[Pi, 20]
```

输出为

```
3.14159265358979323846
```

在命令中, N 是取近似值的函数. Pi 是 N 的作用对象, 也就是表达式; 20 表示取 20 位有效数字(20 是 N 命令的参数, 也就是 N 的选项).

例 0.4 求无理数 e 的近似值.

输入

```
N[E]
```

输出为

```
2.71828
```

因为没有输入参数值, 计算机选取命令 N 的默认参数是 6, 即取 6 位有效数字.

例 0.5 求 2 的算术平方根.

输入

```
Sqrt[2]
```

输出为

Sqrt[2]

好像计算机没有计算. 为什么呢? 因为以上命令是要求给出运算的准确值, 而 Sqrt[2] 的准确值就是 Sqrt[2]. 如果你要计算近似值, 则应输入

`N[Sqrt[2],20]`

输出为

1.4142135623730950488

或者输入

`Sqrt[2]//N`

输出为

1.41421

这里 `Sqrt[2]//N` 是命令 `N[Sqrt[2]]` 的另一种形式, 称为后缀形式.

下面列举一些常用的函数:

x 的算术平方根	<code>Sqrt[x]</code>
以 e 为底的 x 指数	<code>Exp[x]</code>
以 a 为底的 x 的对数	<code>Log[a,x]</code>
以 e 为底的 x 的对数	<code>Log[x]</code>
三角函数	<code>Sin,Cos,Tan,Cot,Sec,Csc</code>
反三角函数	<code>ArcSin,ArcCos,ArcTan,ArcCot,ArcSec,</code> <code>ArcCsc</code>
双曲函数	<code>Sinh,Cosh,Tanh,Coth,Sech,Csch</code>
反双曲函数	<code>ArcSinh,ArcCosh,ArcTanh</code>
四舍五入函数	<code>Round</code> (注: <code>Round[x]</code> 给出最接近 x 的整数.)
取整函数	<code>Floor</code> (注: <code>Floor[x]</code> 给出不超过 x 的最大整数.)
取整函数	<code>Ceiling</code> (注: <code>Ceiling[x]</code> 给出不小于 x 的最小整数.)
取绝对值函数	<code>Abs</code>
n 的阶乘	<code>n!</code>
符号函数	<code>Sign</code>
取近似值	<code>N</code>

例 0.6 计算函数值.

- (i) 输入 `Sign[Pi]` 输出: 1
- (ii) 输入 `Sign[-Pi]` 输出: -1
- (iii) 输入 `Round[-1.52]` 输出: -2
- (iv) 输入 `Round[-1.4]` 输出: -1

(v) 输入 Floor[-1.52] 输出: -2

(vi) 输入 Floor[-1.4] 输出: -2

五、编辑数学表达式与命令

用键盘输入的“+”、“-”、“*”、“/”和“^”分别表示加、减、乘、除和乘方。 2^3 表示2的3次方。关于乘号*, Mathematica 经常用空格来代替。xyz表示字符串, $x y z$ 则表示 $x * y * z$ 。常数与字符之间的乘号或者空格可以省略。用键盘输入2乘以x时,只要连续输入2与x, Mathematica 4.0自己会在2与x之间加一个空格。下面列出一些例:

例 0.7 输入

```
100^(1/4) * (1/9)^(-1/2) + 8^(-1/3) * (4/9)^(1/2) * Pi
```

输出为

$$3\sqrt[3]{10} + \frac{\pi}{3}$$

这是准确值。如果要求近似值,再输入

```
N[%]
```

输出为

```
10.534
```

这里%表示上一次输出的结果,命令N[%]是对上一次的结果取近似值。还用%%表示上上一次输出的结果。用%5表示Out[5]的输出结果。

例 0.8 输入

```
2/3
```

输出为

$$\frac{2}{3}$$

输入

```
2./3
```

输出为

```
0.666667
```

输入整数“2”, Mathematica 认为是计算精确值。输入小数“2.”,则认为是计算近似值。

例 0.9 输入

```
s = x * Sin[x] - Cos[x]
```

输出为

$$-\text{Cos}[x] + x \text{Sin}[x]$$

如果输入

```
s = x * Sin[x] - Cos[x];
```

则没有输出,因为结尾有“;”号,这一语句的输出就不在屏幕上显示.

Mathematica 用一行写一个语句(命令),两个语句之间不用加标点符号.像“,”、“:”和“.”等符号都是不能随便用的.

如果一个语句太长,需要写多行,若必须在语义不完整的地方换行,则在换行时使用符号“\.”.

另外在编辑表达式和命令时,可利用工具栏中提供的剪刀、复制、粘贴等按钮,其使用方法与 Word 中的使用方法相同.

六、变量赋值、定义表达式、自定义函数

首先,Mathematica 中的符号“=”用于赋值,而方程式(如微分方程)中的等号是用“==”来表示的.而符号“:=”用于表达式的延迟赋值.

例 0.10 输入

```
y = 6
```

输出为

6

再输入

```
y = 5
```

输出为

5

这时 y 已经赋予新的值 5. 再输入

```
y = x^2 + 3 x - 2
```

输出为

$$-2 + 3x + x^2$$

这时, y 又代表表达式 $-2 + 3x + x^2$. 总之, y 只代表最后的赋值.

例 0.11 将 y 定义成像 Sin 一样,它是可以多次调用的函数关系. 首先输入

```
Clear[y,s];
```

以清除原先的赋值(不清除会有问题!),然后输入

```
y[x_] = x^2 + 3x - 2;
```

或

```
y[x_]:=x^2+3x-2;
```

这里位于 x 右下的一杠(称为空白杠,它在减号键的上面)有重要作用. 再输入

```
y[s]
```

输出为

$$-2 + 3s + s^2$$

在输出中函数 y 没有改变,但是将自变量 x 换为 s . 再输入

```
y[1]
```

输出为

$$2$$

这是与自变量为 1 时相对应的函数 y 的值. 因此空白杠的使用能使 y 成为多次调用的函数关系.

但是,如果你输入

```
f[x] = x^2 + 3x - 2;  
f[s]  
f[1]
```

将得不到上面的结果. 这时,为了得到上面的结果,可以输入

```
f[x] = x^2 + 3x - 2;  
f[x] /. x -> s  
f[x] /. x -> 1
```

输出为

$$-2 + 3s + s^2$$
$$2$$

这里符号(即命令)“/.”用于表达式的代换. 符号“->”(箭头)是由减号和大于号组成的. 如果遇到多个代换也可用“/.”完成. 例如输入

```
a^2 + b^3 /. {a -> 3, b -> 2}
```

输出为

$$17$$

这是将表达式 $a^2 + b^3$ 中的 a 换成 3,同时 b 换成 2 以后的结果.

再说一说延迟赋值“:=”的用途. 如果我们想定义一个数学上的函数 $k_n = 1 + 2 + \cdots + n$,则必须输入

```
k[n_]:=Sum[j,{j,1,n}];
```

因为这里 n 的值目前是不知道的,只有在后面运算时(比如输入 $k[10]$)知道了 n 的值,计算机才可以计算. 所以延迟赋值是必须的.

如果你做了很多的运算,虽然在 Notebook(工作页面 Untitled - *) 的当前窗口删去了定义过的变量、函数和表达式,但在机器内并没有删掉. 你继续做下面的运算时,必须及时地利用 Clear 命令清除过去的赋值或定义.

七、数表的操作与运算

前文已经出现了三种括号:圆括号()、方括号[]和花括号{ }. Mathematica中一共有四种括号,把它的用途归纳如下:

方括号[],专用于函数名之后;

圆括号(),专用于运算的先后顺序;

花括号{},专用于集合、数表;

双括号[[]],专用于取出数表的一部分.

例 0.12 产生集合. 输入

```
p = {2,3,4,5}
```

就是把一个数表赋值给 p . Mathematica 命令的一个特点是能对集合、数表进行整体运算. 例如输入

```
p^2
```

输出为

```
{4,9,16,25}
```

再输入

```
Sin[p]
```

输出为

```
{Sin[2], Sin[3], Sin[4], Sin[5]}
```

若要取出集合 p 中的某个元素,则可以用[[]]来实现.

输入

```
p[[1]]
```

输出为

```
2
```

即取出了集合 p 的第一个元素 2. 再输入

```
p[[1,3]]
```

输出为

{2,4}

即取出了集合 p 的第一个和第三个元素.

例 0.13 定义矩阵与取出矩阵的一部分. 输入

```
q = {{a,2,3},{b,5,6},{c,8,9}};
```

这个 q 是一个 3×3 矩阵,其中 {a,2,3} 是矩阵的第一行.

输入

```
q[[{1,2}]]
```

输出为

```
{{a,2,3},{b,5,6}}
```

输入

```
q[[1,2]]
```

输出为

```
2
```

从这里看到 `q[[{1,2}]]` 是取出集合 q 的第一和第二个元素,得到了新的集合. 而 `q[[1,2]]` 是取出集合 q 的第一个元素 {a,2,3} 后,再取出它的第二个元素 2.

例 0.14 用命令 `Table[]` 生成数表.

输入

```
Table[j^2,{j,8}]
```

输出为

```
{1,4,9,16,25,36,49,64}.
```

八、查询与帮助

Mathematica 有很好的帮助系统,不过它是用英文写的. 如果你忘了某个命令的准确拼写,则可以用“?”和“*”查询. 如输入

```
? PL *
```

则输出所有以 PL 为字首的 Mathematica 命令:

```
Plain          PlotColor      PlotPoints    Plot3D
Play           PlotDivision   PlotRange     Plot3Matrix
PlayRange     PlotJoined     PlotRegion    Plus
Plot          PlotLabel     PlotStyle
```

如果你要查询 Plot 的用法和功能,则只要输入

```
? Plot
```


输出为

`Plot[f, {x, xmin, xmax}]` generates a plot of f as a function of x from $xmin$ to $xmax$. `Plot[{f1, f2, ...}, {x, xmin, xmax}]` plots several functions f_i .

如果你要得到更为详细的说明,只要输入

```
?? Plot
```

因篇幅太大,这里省略它的输出. 如果你要查询命令 `Plot` 的选项,则可以输入

```
Options[Plot]
```

九、特定输入格式

前面已经出现了一些常用的特定输入格式,现把它们归纳在一起:

问号“?”和“??”用于查询.

百分号“%”表示上一次输出,“%%”表示上上一次输出.“% n”表示第 n 次输出结果.

方括号“[]”用于函数名之后,圆括号“()”用于运算的先后顺序,花括号“{}”用于集合、数表,双括号“[[[]]]”用于取出表的一部分.

“@”为命令的前缀形式,例如:`Sin@ x` 即 `Sin[x]`;而“//”为命令的后缀形式,例如:`x//Sin` 即 `Sin[x]`.

算术符号“+”、“-”、“*”、“/”和“^”分别表示加、减、乘、除和乘方.“!”表示阶乘,“!!”表示双阶乘(6!! 为 48).

等号“=”用于赋值,“:=”用于延迟赋值,“==”用于相等(方程),“===”用于恒等.

“!=”表示不等,“>”和“<”与原来的意义相同;“>=”和“<=”分别表示大于等于和小于等于.

“=.”用于清除以前的赋值.

“/.”与“->”联合后用于代换.

句号“.”用于点乘.

分号“;”用于不显示.

逗号“,”用于区分不同的元素和对象.

单引号“'”用于求导数.

符号“(* ”与符号“(*)”之间的内容是计算机不执行的,常常用于注释程序.