

袁碧珊 司徒佩玷 编

初中数学专题训练

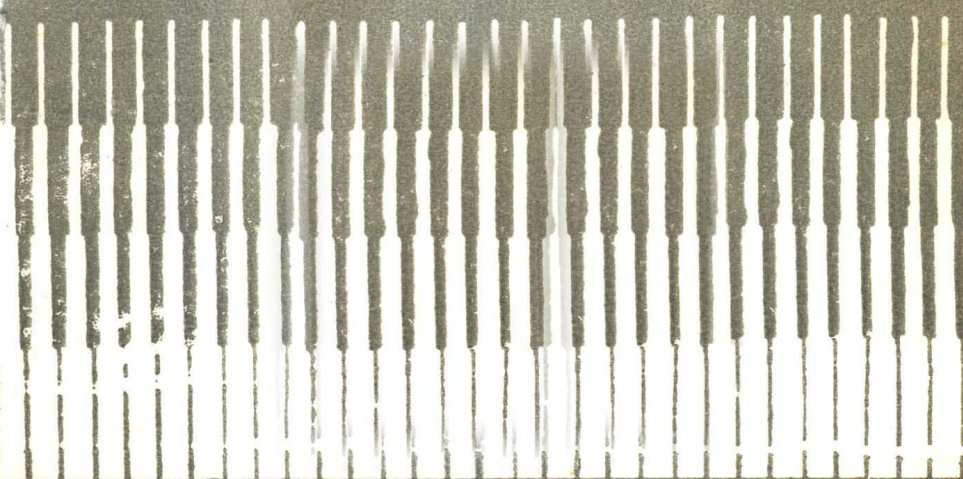


广东教育出版社

初中数学

专题训练

袁碧珊 司徒佩琰 编



广东教育出版社

初中数学专题训练

袁碧珊 司徒佩玷 编

*

广东教育出版社出版发行

广东省新华书店经销

肇庆新华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 9.125印张 1插页 150,000字

1988年4月第1版 1988年4月第1次印刷

印数 1—35,350册

ISBN 7-5406-0227-9/G·226

定价 1.85元

出版说明

为了满足初中学生和自学初中课程的广大读者的需要，我们根据中学教学大纲的精神和现行中学数学课本的内容，编写了这本《初中数学专题训练》。

这本书的特点是：（1）以专题形式归纳总结了初中数学的全部基础知识，脉络清楚，条理分明，便于读者学完初中数学课程后，复习巩固基础知识，提高解题能力。（2）突出重点，分散难点。先进行专题训练，再进行综合训练，由浅入深，由窄到广，使读者掌握知识层层深入，最后达到融会贯通，灵活运用。（3）书中特辟专题，介绍解初中数学题的一般方法和怎样解答数学选择题，意在读者不仅授之以鱼，而且教之以渔。（4）书末选编了四套综合训练题目，供读者自我测试。为了适应目前教学改革的形势，书中编入大量的标准化题目，供读者平时训练。全书的习题都附有启示或答案。

由于编者水平有限，书中错漏在所难免，敬请读者不吝指正。

目 录

第一部分 代数	1
第一专题 实数	1
第二专题 代数式	10
第三专题 方程与方程组	29
第四专题 不等式	50
第五专题 指数与对数	57
第六专题 函数	70
第七专题 解三角形	80
第八专题 统计初步	93
第二部分 平面几何	100
第九专题 直线、相交线和平行线	100
第十专题 三角形	110
第十一专题 四边形	129
第十二专题 相似形	146
第十三专题 圆	162
第三部分 解题的方法与技巧	187
第十四专题 怎样解答数学选择题	187
第十五专题 解初中数学题的一般方法	209
答案与提示	219
初中数学综合训练题	237

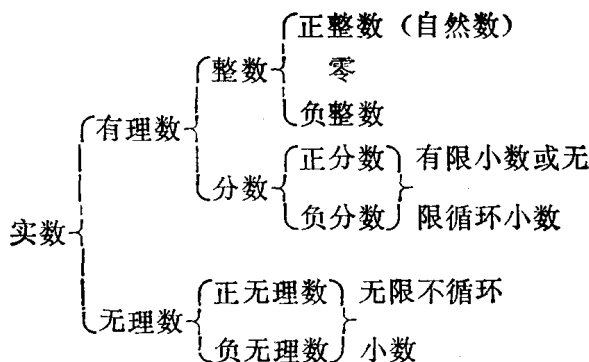
第一部分 代数

第一专题 实数

一、内容提要

(一) 实数的概念

1. 实数的分类



2. 几个重要概念

(1) 数轴：规定了原点，正方向和长度单位的直线叫做数轴。实数与数轴上的点有一一对应的关系。在原点右边的点表示正数，左边的点表示负数，原点表示零。

在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大。

(2) 相反数：只有符号不同的两个数，其中一个数是另

一个的相反数。零的相反数是零。

(3) 倒数：1 除以一个不为零的数的商，叫做这个数的倒数。零没有倒数。

(4) 绝对值：一个正数的绝对值是它的本身，一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。任何一个数的绝对值是非负数。即

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}.$$

(二) 实数的运算

1. 在实数范围内，加、减、乘、除、乘方的运算结果仍然是实数；而开方的运算结果不一定是实数。

2. 实数的加法运算满足交换律： $a + b = b + a$ ；结合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$ ；乘法满足交换律： $a b = b a$ ；结合律： $(a b) c = a (b c)$ ；和分配律： $(a + b) c = a c + b c$ 。

3. 实数的乘方：正数的任何次幂都是正数；负数的偶次幂是正数，奇次幂是负数；零的任何次幂都是零；1 的任何次幂都是 1。

4. 实数的开方

(1) 方根：如果 $x^n = a$ (n 是大于 1 的整数)，那么 x 叫做 a 的 n 次方根。求 a 的 n 次方根的运算，叫做把 a 开 n 次方， a 叫做被开方数， n 叫做根指数。开方与乘方互为逆运算。

(2) 方根的性质

① 在实数范围内，正数的奇次方根是一个正数；负数的奇次方根是一个负数。

② 在实数范围内，正数的偶次方根是两个相反数；负数的偶次方根没有意义。

③ 零的任何次方根仍是零。

(3) 算术根：正数的正的方根叫做算术根，零的算术根是零。

算术根的性质：

① 当 $a \geq 0$ 时， $\sqrt[n]{a} \geq 0$ ，即算术根是非负数。

② n 为正整数时，

$$\sqrt[n]{a^{2n}} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}.$$

(三) 运算顺序

(1) 在没有括号的运算中，先做乘方、开方；再做乘、除；最后做加、减。同级两种的运算，按由左至右的顺序进行。

(2) 在有括号的式子中，一般先进行括号内的运算，后作括号外的运算，括号内按(1)的顺序运算。

二、例题分析

例1 用数轴上的点表示下列各数：

(1) $|-5|$ ；(2) 3的相反数；(3) $-\frac{1}{4}$ 的倒数；(4) 0的相反数；(5) $-|+2|$ ；(6) $\frac{2}{3}$ 的倒数。

解：① $|-5| = 5$ ；(2) 3的相反数是-3；(3)

$-\frac{1}{4}$ 的倒数是 -4 ；(4) 0 的相反数是 0 ；(5) $-|+2|$

$= -2$ ；(6) $\frac{2}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{2}$ 。

以上各数可分别用数轴上 A、B、C、O、D、E 点来表示 (图 1-1)。

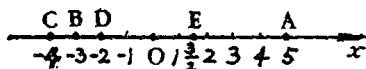


图 1-1

例 2 已知 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图 1-2 所示。

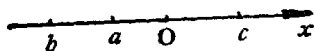


图 1-2

化简 $|a| - |a+b| + |c-b|$ 。

分析：本题虽然没有给出 a 、 b 、 c 的具体数值，但由它们在数轴上的相应位置，则可确定其正负以及 a 、 b 、 c 的大小关系，判定这三个代数式的符号，从而去掉绝对值符号，达到化简的目的。

解：如图所示， $a < 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ 。

$\therefore a+b < 0$ ， $|a+b| = -(a+b)$ ，

及 $c-b > 0$ ， $|c-b| = c-b$ 。

$\therefore |a| - |a+b| + |c-b|$

$= -a + a + b + c - b$

$= c$ 。

例3 化简 $|2x - 1| + |x + 3|$

分析：此题没有给定字母 x 的取值范围， x 可为一切实数。 $2x - 1$ ， $x + 3$ 这两个代数式分别以 $x = \frac{1}{2}$ ， $x = -3$ 为符号的转折点，我们采用零点分段法，即：“一定点，二分段，三讨论”的步骤来解。

解：（1）定点：代数式 $2x - 1$ ， $x + 3$ 的零点分别是 $x = \frac{1}{2}$ ， $x = -3$ 。

（2）分段： $x < -3$ ； $-3 \leq x < \frac{1}{2}$ ； $x \geq \frac{1}{2}$

（图1-3）。

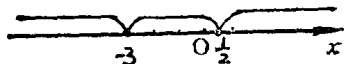


图1-3

（3）讨论：

①当 $x < -3$ 时，

$$\begin{aligned}\text{原式} &= -(2x - 1) - (x + 3) \\ &= -3x - 2.\end{aligned}$$

②当 $-3 \leq x < \frac{1}{2}$ 时，

$$\begin{aligned}\text{原式} &= -(2x - 1) + (x + 3) \\ &= -x + 4.\end{aligned}$$

③当 $x \geq \frac{1}{2}$ 时，

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (2x - 1) + (x + 3) \\ &= 3x + 2.\end{aligned}$$

说明：“零点分段法”是化简绝对值的好办法。为了避免在每“段”的计算中出错，可以在每“段”中取 x 的一个特殊值代入检验（如在 $-3 \leq x < \frac{1}{2}$ 中取 $x = 0$ 代入检验），从而得知该代数式的符号是正还是负。

例 4 计算：

$$(1) -3^2 \times 1.2^2 \div (-3)^3 + (-\frac{1}{3})^2 \times (-3)^3 + (-1)^7;$$

$$(2) [(-2)^3 - (-1)^2] \times \frac{1}{-0.3^2} \div (3\frac{1}{3})^2 \times |\frac{1}{3} - (-\frac{2}{3})^2|.$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= -3^2 \times 1.2^2 \times \frac{1}{(-3)^3} + \frac{1}{3^2} \times \\ &\quad (-3^3) - 1 \\ &= 0.4 \times 1.2 - 3 - 1 \\ &= 0.48 - 4 \\ &= -3.52. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= [-8 - 1] \times (-\frac{1}{0.09}) \div \frac{100}{9} \times |\frac{1}{3} \\ &\quad - \frac{4}{9}| \\ &= -9 \times (-\frac{100}{9}) \times \frac{9}{100} \times \frac{1}{9} \\ &= 1. \end{aligned}$$

在四则混合运算中，要注意运算顺序和每一步的运算结果的性质符号，并要充分利用相反数和倒数的性质。

练 习 一

1. 填空:

(1) 最小自然数是____, 绝对值最小的实数是____, 最大的负整数是____, 适合 $|x| < 2$ 的最小有理数是____.

(2) 两个数的积是正数, 这两个数的符号____; 两个数的商是负数, 这两个数的符号____; 两个数的代数和为0, 这两个数是____; 两个数互为倒数, 这两个数的乘积等于____.

(3) 一个数与它的绝对值互为相反数, 则这个数是____; 满足关系式 $x < 4$ 的非负整数是_____.

2. 选择题 (下面各题中, 正确答案有且只有一个, 请把正确答案的字母填写在题目后面的括号内, 以下同):

(1) 一个数等于它的倒数的四倍, 这个数是 ()

- (A) 2; (B) -2; (C) 2 或 -2;
(D) 4.

(2) 下面四个命题中正确的是 ()

- (A) 若 $a \neq b$, 则 $a^2 \neq b^2$;
(B) 若 $|a| > |b|$, 则 $a > b$;
(C) 若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$;
(D) 若 $a > |b|$, 则 $a^2 > b^2$.

(3) 计算 $(-2)^{101} + (-2)^{100}$ 的结果是 ()

- (A) $(-2)^{100}$; (B) -2^{100} ;
(C) -2; (D) $(-2)^{-1}$

(4) 实数 a 、 b 在数轴上对应的位置如图所示, 则

$|a-b| - \sqrt{a^2}$ 的结果是 ()

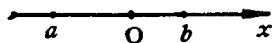


图 1-4

- (A) b ; (B) $-b$; (C) $2a-b$;
(D) $b-2a$.

3. 求绝对值不大于 4, 且能被 2 整除的数.

4. 比较下列各组实数的大小:

(1) 1.547 与 1.5 ; (2) π 与 3.14 ;

(3) $\sqrt{29}$ 与 $5\frac{4}{13}$; (4) a 与 $\frac{1}{a}$ ($a < 0$).

5. 将下列各数按从小到大顺序排列起来, 并用数轴上的点表示:

(1) $-\frac{1}{3}$ 的倒数;

(2) 倒数等于 $\frac{1}{2}$ 的数;

(3) 绝对值等于 $\frac{5}{2}$ 的数;

(4) 零的相反数.

6. 用四舍五入法, 求下列各数的近似值:

(1) 已知 $3.168^2 = 10.04$, 则 $0.3168^2 =$ _____, 有效数字 _____ 个;

(2) 已知 $3.412^3 = 39.72$, 则 $341.2^3 =$ _____.

7. 计算下列各式:

(1) 已知 $\sqrt{3.65} = 1.910$, $\sqrt{36.5} = 6.042$, 求

$\sqrt{365}$ 及 $\sqrt{0.0000365}$ 的值;

$$(2) \quad \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \div \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(1\frac{1}{2}\right)^2 \right] \times \\ \left| -\frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2},$$

$$(3) \quad \frac{-(-1)^{10} \times (-1)^{101}}{(-1)^{13}} - \\ \frac{-(-2)^2 - (-3)^3}{-2^2 \times (-5) - (-3)},$$

$$(4) \quad (-2)^4 \div \left(2\frac{2}{3}\right)^2 + 5\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{6}\right) - 0.25.$$

8. 在下列条件中化简 $|1-x| + \sqrt{(x-4)^2}$.

(1) 当 $1 < x < 4$ 时;

(2) 当 x 取一切实数时.

*9. 若 x 、 y 为实数, 且 $|x-y| + |2y+1| = 0$, 试求 x 、 y 的值.

*10. 化简求值:

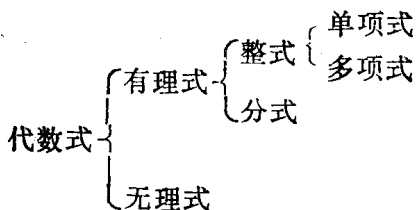
(1) 当 $m < -4$ 时, 求 $|4-m| - |2m + \frac{1}{2}|$ 的值;

(2) 当 $|x| < 3$ 时, 求 $|x-1| - |x-3|$ 的值.

第二专题 代数式

一、内容提要

(一) 代数式的分类



(二) 整式的运算

单项式与多项式统称整式。乘法的交换律、结合律、分配律和幂的运算法则是整式乘法的基础。乘法公式和因式分解公式是：

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

以上公式从左边到右边、是乘法运算，从右边到左边的变形是因式分解。

(三) 因式分解

把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做多项式的因式分解。

因式分解的基本方法有：

1. 提取公因式法；

2. 应用公式法;

3. 分组分解法 $\begin{cases} \text{分组后提取公因式,} \\ \text{分组后应用公式;} \end{cases}$

4. 十字相乘法;

5. 二次三项式在实数范围内分解的求根公式法。

在分解因式时, 一般约定:

若题目没有特殊说明, 应在有理数范围内分解; 若题目标明“在实数范围内分解因式”, 则应按题目要求分解。

(四) 分式

1. 除式中含有字母的有理式叫做分式。

2. 分式的基本性质:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m} = \frac{a \div m}{b \div m} \quad (m \neq 0).$$

3. 分式的符号法则:

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b}.$$

4. 分式的运算:

$$(1) \text{ 加、减法: } \frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b},$$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}.$$

$$(2) \text{ 乘法: } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

$$(3) \text{ 除法: } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

$$(4) \text{ 乘方: } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (n \text{ 为正整数}).$$

5. 繁分式: 如果分式的分子和分母中含有分式, 这样

的分式叫做繁分式。

化简繁分式与化简繁分数相类似，可以把繁分式写成分子除以分母的形式，利用除法法则进行化简，也可以利用分式的基本性质进行化简。

（五）根式

1. 表示方根的代数式 $\sqrt[n]{a}$ 叫做根式。

根式有以下性质：

① $(\sqrt[n]{a})^n = a$ (n 是大于 1 的整数)；

② 当 n 是奇数时， $\sqrt[n]{a^n} = a$ ；

当 n 是偶数时，

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0); \end{cases}$$

③ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^{mp}}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a \geq 0$)，其中 m 是正整数，
 n 、 p 都是大于 1 的整数；

④ $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)；

⑤ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)；

⑥ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ ($a \geq 0$)；

⑦ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ ($a \geq 0$)。

2. 根式运算

(1) 根式的加减：先化最简根式，再合并同类根式。

(2) 根式的乘除：利用根式的性质④、⑤。

(3) 根式的乘方、开方：利用根式的性质⑥、⑦。

把分母中的根号化去叫做把分母有理化。有理化分母的