

广义模态逻辑

Guangyi Motai Luoji Jiqi Yingyong

及其应用

何向东 等著

人民出版社

广义模态逻辑

Generalized Modal Logic

及其应用

王浩 著

科学出版社

广义模态逻辑

Guangyi Motai Luoji Jiqi Yingyong

及其应用

何向东 刘邦凡 马亮 彭展 王静 张自力 冯颜利 ©著

人民出版社

责任编辑:陈亚明
装帧设计:鼎盛怡园

图书在版编目(CIP)数据

广义模态逻辑及其应用/何向东等著.

-北京:人民出版社,2005.12

ISBN 7-01-005322-7

I. 广… II. 何… III. 模态逻辑-应用-机器语言-研究
IV. H087

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 152272 号

广义模态逻辑及其应用

GUANGYI MOTAILUOJI JIQI YINGYONG

何向东等著

人民出版社 出版发行

(100706 北京朝阳门内大街166号)

北京新魏印刷厂印刷 新华书店经销

2005年12月第1版 2005年12月北京第1次印刷

开本:880毫米×1230毫米 1/32 印张:12.75

字数:305千字 印数:0,001-2,500册

ISBN 7-01-005322-7 定价:25.00元

邮购地址 100706 北京朝阳门内大街166号

人民东方图书销售中心 电话 (010)65250042 65289539

主要作者 简介

何向东，西南大学教授，博士生导师，逻辑学博士点、硕士点负责人，原西南师范大学副校长。教育部高校哲学学科教学指导委员，全国哲学社会科学基金项目学科评审专家，教育部普通高校本科教学工作评估专家委员会委员，中国逻辑学会副会长，重庆市社科联副主席，重庆市逻辑学会会长。1993年起享受国务院颁发的政府特殊津贴。重庆市首届学术技术（逻辑学）带头人。苏州大学兼职博士生导师。在《哲学研究》、《自然辩证法研究》、大学学报等刊物及论文集上发表学术论文70多篇；出版专著、教材、译著、工具书、文集等10多部；主持省部级、国家级教学、科研课题12项；获省部级以上教学、科研成果奖10余项，其中优秀教学成果（管理类）国家级二等奖3项。

内 容 提 要

模态逻辑是哲学逻辑的重要分支,自20世纪70年代以来在深度和广度方面都得到了很大的发展。本书对国内外已有的广义模态逻辑成果进行了比较全面的梳理和归纳,阐明了狭义模态逻辑的基础,并把认知逻辑、规范逻辑、时间逻辑、命令逻辑等纳入广义模态逻辑的范围;论述了模态逻辑与自然语言、计算机科学、教育科学、理学和工学等学科的关系;强调了模态逻辑在各个领域的具体应用,尤其丰富和发展了“教育逻辑”的内涵。本书既有对广义模态逻辑理论的系统阐述,又有应用前景的分析和展望,内容丰富、资料翔实,具有较高的专业理论水平和学术价值,是该专业领域的重要学术参考书。

责任编辑:陈亚明

封面设计:鼎盛怡园

010-64037576

前 言

广义模态逻辑是在经典二值命题逻辑、谓词逻辑的基础上发展起来的。它包括真值模态（可能、必然）逻辑，道义（必须、允许、禁止）逻辑，时态（过去、现在、将来）逻辑，命令逻辑等分支。广义模态逻辑不仅极大地拓宽了逻辑学的研究视野，把现代精密的演绎科学方法注入了哲学、法学、社会学、伦理学等学科，同时，对科学技术尤其是人工智能的发展也具有实际的或潜在的应用价值。开展这方面的研究，意义深远，但难度很大。

“广义模态逻辑与新型计算语言研究”是何向东教授主持的国家社会科学基金课题（批准号 97BZX022）。自 1997 年批准立项以来，课题组经过了较长时间的研究。该课题的结题成果《广义模态逻辑及其应用》学术专著合计 36 万字。涉及的内容比较广泛，除了对真值模态逻辑及其分支做了介绍以外，还探讨了在自然语言、人工智能、法学、政治学、伦理学、教育学、知识处理、数学、量子力学、工程设计、工程控制等领域如何应用广义模态逻辑的问题。对广义模态逻辑及其应用作如此全面、系统的研究，难度是不言而喻的。当然，我们所作的探讨还是初步的、尝试性的，加上著者水平有限，不足乃至错误在所难免，祈望读者不吝赐教。

本书的写作分工如下：何向东教授：绪论、第一章；马亮博

士：第二章；刘邦凡博士：第三章；彭展博士：第四章；何向东教授：第五章；王静博士：第六章；张自力教授：第七章；刘邦凡博士：第八章；何向东教授、刘邦凡博士：第九章；冯颜利博士：第十章。刘邦凡博士协助做了许多具体工作，最后统稿由何向东教授完成。

在本书写作过程中参阅了国内外大量文献资料，我们都尽可能予以说明、注释，但也难免遗漏、疏漏之处，祈望有关作者谅解。在此，谨向本书的写作提供了直接或间接帮助的作者和朋友们致以衷心感谢。

在本书出版过程中，人民出版社陈亚明女士给予了许多帮助，特致以衷心感谢。

作者

2005年6月

目 录

前言	1
绪论	1
0.1 什么是广义模态逻辑	1
0.2 古典命题逻辑系统 P	3
0.3 古典谓词逻辑系统 Q	9
0.4 集合论的初步知识	18
0.5 符号与解释	23
第 1 章 真理模态逻辑	26
1.1 模态逻辑概述	26
1.2 模态命题逻辑	30
1.3 可能世界语义学	56
1.4 模态代数语义学	61
1.5 模态谓词逻辑	68
附录	81
第 2 章 认知逻辑	83
2.1 认知逻辑概述	83

2.2	知道逻辑系统	87
2.3	相信逻辑系统	94
2.4	断定逻辑系统	102
2.5	问题逻辑系统	109
	附录	123
第3章	规范逻辑及其应用	126
3.1	规范逻辑概述	126
3.2	规范逻辑系统	138
3.3	规范逻辑的应用	156
	附录	164
第4章	时间逻辑	168
4.1	时间逻辑概述	168
4.2	基础时间逻辑	177
4.3	极小时间逻辑	183
4.4	极小时间逻辑的扩张	193
	附录	203
第5章	命令逻辑	208
5.1	命令逻辑概述	208
5.2	命令逻辑系统	212
5.3	命令逻辑的语义解释	214
5.4	命令逻辑系统 Imp 的有效性、完全性	217
	附录	219

第 6 章 模态逻辑与自然语言	221
6.1 模态语言与自然语言	223
6.2 模态逻辑与蒙太格语法	233
6.3 博弈论语义学与自然语言	242
附录	250
第 7 章 模态逻辑与计算机科学	253
7.1 模态逻辑的计算解释	254
7.2 模态程序设计语言	255
7.3 知识与行为理论	257
7.4 模态逻辑与多代理系统	259
附录	281
第 8 章 模糊逻辑与理学、工学	284
8.1 模态逻辑与数学	284
8.2 模糊数学分析与模糊逻辑方法	306
8.3 模糊逻辑控制及其应用	315
8.4 模糊逻辑的一般应用	324
附录	328
第 9 章 模态逻辑与教育科学	332
9.1 逻辑在教学论中的应用	332
9.2 关于教学逻辑公理系统的建构	347
附录	355

第 10 章 新型计算语言	357
10.1 导论	357
10.2 新型计算措施	364
10.3 重写系统与语法	368
10.4 Post 标准体系	374
10.5 Markov 算法	375
10.6 平行重写系统	378
10.7 射与语言	382
10.8 有理幂级数	387
10.9 代数幂级数	391
10.10 幂级数与新型计算语言	394
附录	397

绪 论

0.1 什么是广义模态逻辑

模态是指事物或认识的必然性、可能性、不可能性、偶然性、必然的偶然性、可能的必然性、必然的可能性等等这类性质以及这些性质的有限多次组合。语言中用以表示模态概念的语词叫模态词，汉语中常用“可能”、“必然”等，英语中常用“possible”、“necessity”等，在逻辑学中常用“ \diamond ”和“ \square ”来分别表示它们。模态分广义模态和狭义模态。广义模态把认识或事物中其他一些性质或状态也叫模态，如知道、知识、相信，应该、允许、禁止，过去、将来、现在，教、学、教学，当然、幸亏、其实等等。狭义模态主要针对认识或事物中的必然性与可能性。由此有广义模态逻辑与狭义模态逻辑之分。狭义模态逻辑只研究认识或事物中的必然性和可能性，通常所谓的模态逻辑是指狭义模态逻辑。广义模态不仅针对认识 and 事物中的必然性与可能性，而且针对具有类似性质或倾向或状态的认识和事物，即广义模态逻辑也就是对事物和认识的逻辑状态的广义刻画与描述。由此可见，狭义模态逻辑是一种古典模态逻辑和基本模态逻辑，广义模态逻辑是建构在狭义模态逻辑基础上的。

模态逻辑从整体上看,还可分为传统模态逻辑与现代模态逻辑。传统模态逻辑主要指亚里士多德的模态逻辑和中世纪关于模态逻辑的一些研究,如模态判断和关于模态的某些分析以及模态三段论等。现代模态逻辑主要是指在数理逻辑推动下发展起来的以数理逻辑为基础的模态逻辑。通常所说的模态逻辑指的是现代模态逻辑。

狭义模态逻辑常常分模态命题逻辑和模态谓词逻辑。前者是古典命题逻辑加上必然(\square)和可能(\diamond)算子的扩张,它的公式表达式是在命题逻辑的形式语言的初始符号 \sim 、 \vee 、 \wedge 、 \rightarrow 、 \leftarrow 、 \leftrightarrow 等等基础之上,增加必然算子 \square 、可能算子 \diamond 构建成的。对一个命题 P 而言,必然 P 就是“ $\square P$ ”,“必然非 P ”就是“ $\square \sim P$ ”。“如果我是一个学生,我必然会努力学习”可表示为:“ $p \rightarrow \square q$ ”。而模态谓词逻辑是(一阶)谓词逻辑加上算子 \square 、 \diamond 的扩张,它的公式表达式也是以一阶谓词逻辑公式表达式为基础的,例如, $\forall x \square (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \square (\exists x \alpha \rightarrow \exists x \beta)$ 。

广义模态逻辑的分类没有一个公认的标准,通常是根据所刻画和描述的模态事物与认识而归类。在我们这本书中,我们把广义模态逻辑分为五个大类:真理模态逻辑、认知逻辑、规范逻辑、时间逻辑、命令逻辑。真理模态逻辑以“必然”(\square)和“可能”(\diamond)为算子,不涉及其他事物与认识的逻辑属性。认知逻辑包括知道逻辑、相信逻辑、断定逻辑和问题逻辑,知道逻辑以“知道”(K)为算子,相信逻辑以“相信”(B)为算子,断定逻辑以“断定”(A)为算子,问题逻辑以“疑问”(?)为算子。规范逻辑以“必须”(O)、“允许”(P)为算子。时间逻辑以“过去”(H)、“将来”(G)为算子。命令逻辑以“命令”(M)为算子。

0.2 古典命题逻辑系统 P

0.2.1 形式系统

关于命题的逻辑可以像传统逻辑那样用自然语言叙述，同时也可以用人工语言加以刻画。人工语言对命题逻辑进行刻画，往往是通过形式系统，可以用不同的方法，主要有公理化方法和自然演绎法。

一个形式系统包括一个形式语言和一个形式理论。人工的形式语言是根据对自然语言作现代逻辑分析而构造出的，与自然语言相比有两个显著特点：一是形式语言克服了自然语言语法的不规则、歧义和含混不清以及结构不一致；二是形式语言必须通过语义解释才有意义，语形（纯语法）与语义是分离的，同一语形的形式语言在不同的解释下有不同的语义。

一个形式系统由四个部分组成：（1）一组初始符号，用来表示初始词和可能用到的标点符号；（2）一组形成规则，它们规定什么样的符号串是符合该系统的要求的（符合的称之为合式公式），相当于自然语言中的句子形式；（3）一组形式公理，他们从合式公式中直接选定，这依赖于系统建构者的主客观意图；（4）一组变形规则（又常称推演规则），据此可以从合式公式出发进行推演，所得到的合式公式则为形式定理。

一个命题逻辑的形式演绎系统称之为一个命题演算。用公理化方法构建的形式演绎系统，常用的是 \dot{P} 系统，即命题演算 P；用自然演绎的方法建构的形式演绎系统，常见的是 NP 系统，即

命题演算 NP^①。我们在这里介绍的是命题演算 P。

0.2.2 形式语言 L_p

1. 初始符号

① $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, \dots$ (前四个分别记作 p, q, r, s);

② \sim, \rightarrow ;

③ $(,)$ 。

说明: $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 为命题; \sim, \rightarrow 分别表示否定联结词和蕴涵联结词; $(,)$ 分别表示左括号、逗号、右括号。

2. 引入符号

命题联结词 \wedge, \leftrightarrow 以及命题常项 T、F 由以下定义引入:

[D_V] $(\alpha \vee \beta) = \text{df}(\sim \alpha \rightarrow \beta)$

[D_∧] $(\alpha \wedge \beta) = \text{df} \sim(\alpha \rightarrow \sim \beta)$

[D_↔] $(\alpha \leftrightarrow \beta) = \text{df}((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha))$

[D_T] T = df $p \rightarrow p$

[D_F] F = df $\sim T$

(“D”、“df” 均是英语 define 的缩写, 其意义是“定义”或“界定”。)

3. L_p 公式形成规则

(即是说, 所有的 L_p 公式都是按下列规则形成的 L_p 符号串)

①任意命题变元 p 是 L_p 公式;

②若 α 是 L_p 公式, 则 α 也是 L_p 公式;

③若 α, β 是 L_p 公式, 则 $(\alpha \rightarrow \beta)$ 也是 L_p 公式。

^① 读者若要了解命题演算 NP, 可阅读何向东主编:《逻辑学教程》高等教育出版社 1999 年版。

说明： α 、 β 为任一公式；任一公式的最外层括号可以省略，如 $(\alpha \rightarrow \beta)$ ，可写成 $\alpha \rightarrow \beta$ 。命题联结词的结合力依次递减顺序为： \sim ， \wedge ， \vee ， \rightarrow ， \leftrightarrow 。

4. L_p 的语义解释

形式语言 L_p 的语义解释包括 P-赋值和 P-有效性。

P-赋值的定义：设 $\text{Form}(L_p)$ 是所有的 L_p 公式的集合， V 是 $\text{Form}(L_p)$ 到 $\{1, 0\}$ 上的映射，即

$$V: \text{Form}(L_p) \rightarrow \{1, 0\}$$

则称 V 是 L_p 的 P-赋值。

P-有效性的定义：设 α 是任一 L_p -公式， α 是 P-有效的，当且仅当，对任一 P-赋值 V ，都有 $V(\alpha) = 1$ 。

0.2.3 公理

所谓公理就是指不证自明的道理，而逻辑公理常常是根据作者建构逻辑系统（表达所建语言下的逻辑规律）的要求而确定的。不同的作者所采用的公理不一定相同，但不论采用哪些公理（也即从哪些公理出发），目的都是一个——表达所建语言下的逻辑规律，并且各自表达出的逻辑规律（即定理）是一一对应地相互解释或沟通的，或等值的，即是说，尽管在不同公理条件的逻辑规律（定理）形式是不同的，但整体上都是反映了所建语言下的逻辑规律或人类思维的逻辑规律，只不过用了不同类型的形式推演方法而已。我们从以下三组公理来实现古典命题逻辑的建构。

$$Ap_1 \quad p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$Ap_2 \quad (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$$

$$Ap_3 \quad (\sim p \rightarrow q) \rightarrow ((\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow p)$$

（“A”是英语 axiom 的缩写，其意义是“公理”， Ap_1 读作