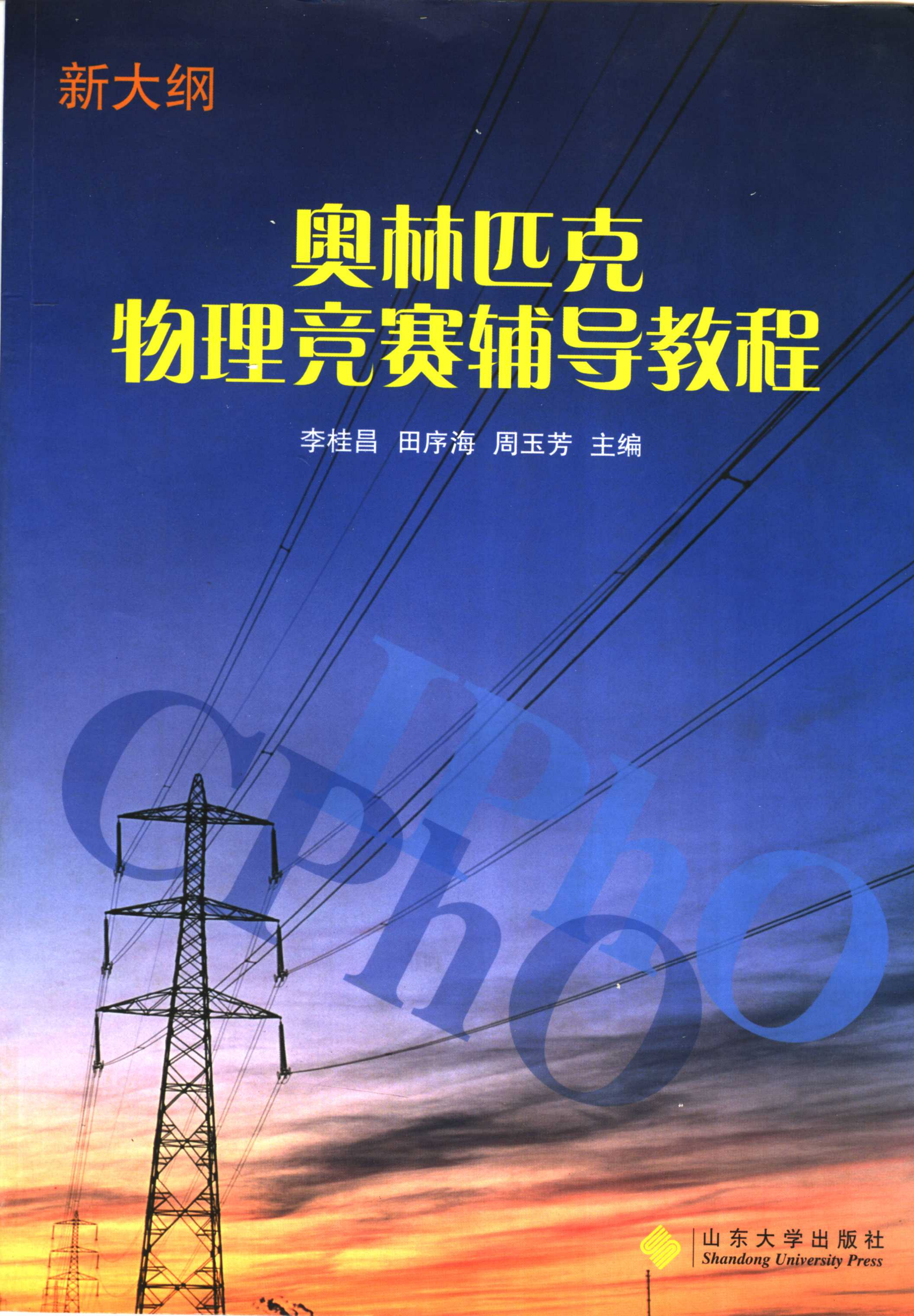
新大纲

奥林匹克物理竞赛辅导教程

李桂昌 田序海 周玉芳 主编



山东大学出版社
Shandong University Press

新大纲

奥林匹克物理竞赛辅导教程

主编　李桂昌　田序海　周玉芳

山东大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥林匹克物理竞赛辅导教程/李桂昌等主编.—济南:
山东大学出版社,2002.9
ISBN 7-5607-2495-7

Ⅰ.奥…
Ⅱ.李…
Ⅲ.物理课-高中-教学参考资料
Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 070087 号

山东大学出版社出版发行
(山东省济南市山大南路 27 号　邮政编码:250100)
山东省新华书店经销
日照日报社印刷厂印刷
787×1092 毫米　1/16　23.5 印张　543 千字
2002 年 9 月第 1 版　2002 年 9 月第 1 次印刷
印数:1—20000 册
定价:28.80 元

内容简介

本书以全国中学生物理竞赛委员会第 19 次会议(2000 年武汉)新规定的《全国中学生物理竞赛内容提要》为纲领和基准,按力学、热学、电磁学、光学、近代物理等分十三章讲解,每章均概述了本章所涉及的主要内容及必须掌握的知识要点;精选了具有代表性的典型题例,并作了详细分析和解答;每章都精选了部分练习题。根据竞赛大纲实验基础内容,第十四章精选了相关的 19 个实验题目。附录Ⅰ、附录Ⅱ分别选编了第十六届、第十七届全国中学生物理竞赛预赛、复赛的理论试题和解答及决赛有关内容(包括决赛理论试题与解答、实验试题与解答);附录Ⅲ给出了各章习题精选中练习题的有关提示及参考答案,以飨读者。

本书具有针对性、启发性、应用性强和知识覆盖面广等特点,特别是增加了实验内容,使本书更具实用性,它既是参赛选手的必读之物,又是应届毕业生的良师益友,还是各级教练和中学教师的教学参考书。

前　言

为了配合一年一度的国际奥林匹克物理竞赛（IPhO），我国从1984年开始举办全国中学生物理竞赛（CPhO）。全国中学生物理竞赛是在中国科协领导下，由中国物理学会主办，各省、自治区、直辖市自愿参加的群众性的课外学科竞赛活动，这项活动一直得到教育部的批准和大力支持，迄今已举办了十八届，1994年我国成功地在北京举办了第二十五届国际奥林匹克物理竞赛。十八年来，CPhO受到广大师生的欢迎和社会的好评，取得了良好的效果。实践表明，这项活动有助于促进中学物理教学，活跃中学校内学习气氛，更有助于发现和选拔具有突出才能的学生，为今后造就优秀人才打下了良好的基础。为了进一步搞好竞赛，帮助参赛学生系统复习、全面掌握、提高综合分析和解决问题的能力及参赛水平，迎接第二十届（2003年）CPhO全国决赛在山东举行，我们总结十几年辅导奥赛的经验，提炼有关资料编写了这本书。

本书按照全国中学生物理竞赛委员会第十九次会议（2000年武汉）新规定的《全国中学生物理竞赛内容提要》理论基础的内容共分十三章讲解，每章均概述了本章所涉及的主要内容及必须掌握的知识要点；精选了具有代表性的典型题例，并作了详细分析和解答；每章都选编了部分练习题，各章练习题参考答案及提示在附录Ⅲ中给出。根据竞赛大纲实验基础内容，第十四章围绕物理量的测量精选了19个相关实验题目。附录Ⅰ，Ⅱ选编了第十六届、第十七届全国中学生物理竞赛预赛、复赛的理论试题和解答及决赛有关内容（包括决赛理论试题与解答、实验试题与解答）。

本书具有针对性、启发性、应用性强和知识覆盖面广等特点，具体概括如下：

第一，目录、章节基本上按中学课本和竞赛内容提要的顺序编排，按力学、热学、电学、光学、原子物理学及近代物理基础等部分共分十三章讲解，各章均有知识要点、理论概述、便于复习。

第二，重点内容为典型例题解析，基于历届竞赛试题情况，每章均选编了部分典型题例进行解析，例题紧紧围绕如何建立物理模型，如何分析物理问题，如何寻找最佳解题方法，如何充分利用数学工具解决物理问题，如何理论联系实际、指导实践等诸方面展开讨论和引导。例题多为比较复杂、难度较大、比较典型的综合题。注重知识的加深和拓宽；注重几个概念、几条规律、几种方法的综合利用；注重培养学生分析问题和解决问题的能力；注重激发学生学习物理的兴趣和求知欲望。

第三，为了让读者进一步独立思考、加强练习，每章都精选了适量的练习题，以便学生

巩固和检验所学的知识。书后附录Ⅲ给出各章练习题参考答案及有关提示，以供读者参考。

第四，物理学是一门实验科学，为加强实验辅导，根据竞赛大纲实验要求，按照物理量及其测量方法，从历届奥林匹克物理竞赛实验试题中，精选了包括力学、热学、电学、光学、综合实验等内容的典型试题，通过试题剖析，旨在使读者进一步了解物理实验竞赛试题的命题原则和命题规律，学会利用物理知识解决物理问题的科学思想。

第五，作为附录，选编了第十六届、第十七届全国中学生物理竞赛预赛、复赛、决赛的有关理论和实验题与《全国中学生物理竞赛参考资料汇编》(第十一届～第十五届)和《2002全国中学生物理竞赛参考资料》相连接，可使读者博览全国中学生物理竞赛第十一届～第十八届的内容。

本书是多年来教学经验和竞赛辅导经验的结晶。参加本书编写工作的有在中学第一线教学的特级教师、高级教师和CPhO优秀教练，还有关心、支持、指导山东物理奥赛的大学教授。我们殷切期望该书成为中学师生的良师益友。

在编写本书的过程中，得到山东物理学会和山东大学有关领导的大力支持和帮助，在此仅表示衷心的感谢。

由于编写时间比较紧迫，物理问题灵活多解，本书错误在所难免，敬请读者批评、指教。

编　者

2002.06 于泉城

目　录

第一章　静力学

〔知识要点〕

一、力学中常见的几种力

1. 重力　是物体因被地球吸引而受的力．重力（竖直向下）和物体随地球自转所需的向心力（垂直于地轴）是地球对物体的吸引力的两个分力．

2. 弹力与劲度系数　弹力是物体在受力发生形变时产生的反抗作用、力图恢复原状的力．在弹性限度内，弹簧的弹力与弹簧的形变成正比（胡克定律）．比例常数 k 叫弹簧的劲度系数．

劲度系数分别为 k_1，k_2，…，k_N 的弹簧串联后的劲度系数设为 k

$$1/k=1/k_1+1/k_2+\cdots=\sum_{i=1}^{N}1/k_i$$

劲度系数分别为 k_1，k_2，…，k_N 的弹簧并联后的劲度系数设为 k

$$k=k_1+k_2+\cdots=\sum_{i=1}^{N}k_i$$

3. 摩擦力　是阻碍物体间相对运动或发生相对运动的力．

固体之间的动摩擦力 f 与正压力 N 成正比，$f=\mu N$，μ 叫动摩擦因数，μ 取决于接触面的情况和材料．

固体之间的静摩擦力的大小是可变的，其最大值 f_m 与正压力 N 的比值 $f_m/N=\mu_S$，μ_S 叫静摩擦因数，一般情况下，μ_S 略大于 μ. 在没有特别指明的情况下，可认为 $\mu_S=\mu$.

流体对静止的固体无摩擦力，但对于在其中运动的固体有阻力，其大小与流体的密度 ρ、粘滞系数 η、物体的运动速度 v、物体的横截面积 S 以及形状有关．粗略地讲，在粘滞性较小、运动物体较大、速度较快的情况下（如物体在空气中运动），阻力正比于 v^2 和 S，但与 η 无关．

物体间不发生滑动的条件为 $\alpha\leqslant\varphi$，α 是接触面对物体的最大摩擦力 f_m 与弹力 N 的合力跟该接触面处法线间的夹角，$\tan\alpha=f_m/N=\mu_S$（即最大静摩擦力与弹力的比值）. φ 叫摩擦角，$\tan\varphi=f/N=\mu$.

二、共点力作用下物体的平衡条件

1. 平衡条件

$\sum F=O$ 或 $\sum F_x=O$，$\sum F_y=O$，$\sum F_z=O$

2. 三力交汇原理

若一物体受到三个非平行力的作用而处于平衡状态，则这三个力必为共点力.

3. 问题的处理方法

图示法　平行四边形定则、三角形法、多边形法.

函数法　利用勾股定理，正弦定理、余弦定理、相似三角形的关系，正交分解法，列方程求解.

三、定轴转动物体的平衡条件

作用在物体上的各力对转动轴力矩的代数和等于零.

四、一般物体的平衡条件

1. 平面力系的平衡需列三个独立方程：

$$① \begin{cases} \sum F_x=0 \\ \sum F_y=0 \\ \sum F_z=0 \end{cases} \quad ② \begin{cases} \sum F_x=0 \\ \sum M_{Ai}=0 \\ \sum M_{Bi}=0 \end{cases} \quad ③ \begin{cases} \sum M_{Ai}=0 \\ \sum M_{Bi}=0 \\ \sum M_{Ci}=0 \end{cases}$$

以上任一组均可，但第②组中直线 AB 不能与 x 轴垂直，第③组中 A，B，C 三点不能在一条直线上.

2. 空间力系的平衡条件　一般可列出六个独立的平衡方程，即所有力在任意轴上投影的代数和为零（三个方程），所有力对任意轴力矩的代数和为零（三个方程）.

五、物体平衡的种类

1. 重心是物体各部分所受重力的合力的作用点，求物体重心的常见方法有

（1）补偿法　将物体残缺部分补全而成匀质规则的整体，利用整体各部分的重力对整体几何中心的力矩的代数和为零而求解.

（2）分割法　将物体分割为重心易求部分，而后利用方法①求解.

（3）解析法　设物体由 N 部分组成，各部分的质量和位置矢量分别为 $m_1 m_2 \cdots m_N$ 和 $\boldsymbol{r}_1 \boldsymbol{r}_2 \cdots \boldsymbol{r}_N$，物体的重心的位置矢量为 $\boldsymbol{r}$，则

$$\boldsymbol{r}=\frac{m_1\boldsymbol{r}_1+m_2\boldsymbol{r}_2+\cdots+m_N\boldsymbol{r}_N}{m_1+m_2+\cdots+m_N}$$

（4）悬挂法两次悬挂悬线延长线的交点即重心的位置.

2. 物体平衡的种类　依稍微偏离平衡位置后，重心位置的变化（升高、降低或不变）分为稳定平衡、不稳定平衡与随遇平衡.

3. 稳度是物体稳定的程度，一般说来，物体的平衡被破坏所需能量越多，则物体平衡的稳度高，物体的重心越低，稳度越高.

六、液体中的平衡

1. 静止液体中的压强与液体的密度和深度成正比，即 $P=\rho gh$.

有多层不同液体内的压强应分层计算，然后叠加即可.

2. 浮力

阿基米德原理。浸入液（气）体里的物体受到向上的浮力，其大小等于它排开液（气）体受到的重力．

浮力的来源。物体上、下表面所受液体的压力之差．

浮心。浮力的作用点．

浮在液面的物体的重心低于浮心，则物体的平衡是稳定平衡，否则是不稳定平衡．

七、力偶　力偶矩

两个大小相等、方向相反而不在一直线上的平行力为力偶，力偶中的一个力与力偶臂（两力作用线之间的垂直距离）的乘积叫做力偶矩，在同一平面的诸力偶的合力偶矩等于诸力偶矩的代数和．

〔典型例题解析〕

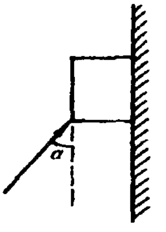


图 1—1

〔**例 1**〕 一个小物体与竖直墙面之间的摩擦因数 $\mu=0.25$，当作用力与竖直方向成的角度 $\alpha=53^\circ$ 时 F 至少为 10N 才能维持物体静止，如图 1—1 所示，问：

（1）在 α 不变的情况下，需要多大的力才能使物体沿墙面做匀速运动？

（2）在 μ 已确定的情况下，要使物体向上做匀速运动，α 有什么限制？

〔**解析**〕本题中物体的静止和向上匀速运动都属于平衡状态，前一状态是由于用最小的力维持物体静止，因此物体受到的是向上的最大静摩擦力，通过 $\Sigma F=0$ 可以求出物体所受的重力 G. 后一种情况当 μ 已确定后，要使物体向上运动，α 有一个上限，当 α 大于某一个值时，将产生摩擦自锁现象；即摩擦力随着 F 同步增大，不论 F 多大，也不能使物体向上运动．

（1）物体静止，由图 1—2 可知

$\sum F_x=0 \quad N=F\sin\alpha$

$\sum F_y=0 \quad \mu N+F\cos\alpha=G$

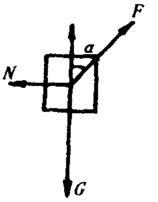


图 1—2

解得：$G=8\text{N}$

要使物体向上匀速运动，由图 1—3 和平衡条件可知

$\sum F_x=0 \quad N=F\sin\alpha$

$\sum F_y=0 \quad F\cos\alpha=\mu N+G$

解得：$F=\dfrac{G}{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}$.

将数值代入上式可得

$$F=\frac{8}{\cos53^\circ-0.25\sin53^\circ}=20\text{N}$$

（2）由上面的 F 表达式知：

当 $\cos\alpha-\mu\sin\alpha=0$

即 $\alpha=\operatorname{arccot}\mu$ 时 F 趋向无穷大，物体不

可能向上运动．

〔例 2〕 质量 m 的物体静置于倾角为 θ 的固定斜面上，物体与斜面之间的静摩擦因数为 μ. 试问，至少要用多大的力作用在物体上才能使物体运动？

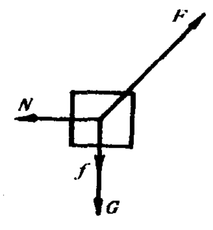


图 1—3

〔解析〕作用力 F 的方向沿斜面向下，是否就是使物体产生运动的最小力的方向呢？若力 F 有一垂直斜面向上的分量，使物体对斜面的正压力减小，从而使两者之间的最大静摩擦力减小，是否可能使所需力 F 的最小值更小呢？为此可任设一个 F 的方向，如图 1—4 所示，设 F 的方向与斜面的夹角为 α，由图示的物体受力情况以及使物体产生运动的条件，得

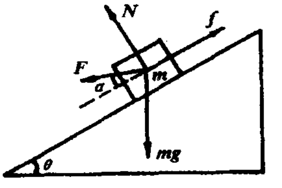


图 1—4

$$F\cos\alpha+mg\sin\theta-f=0$$

$$N+F\sin\alpha=mg\cos\theta$$

将 $f=\mu N$ 代入上面两式得

$$F=\frac{\mu\cos\theta-\sin\theta}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}mg$$

当 α 取某一值时，可使 F 的值达最小，上式可写成

$$F=\frac{\mu\cos\theta-\sin\theta}{\sqrt{1+\mu^2}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\cos\alpha+\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\sin\alpha\right)}mg$$

设 $\sin\beta=\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$， $\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}$， $\tan\beta=\mu$

于是

$$F=\frac{\mu\cos\theta-\sin\theta}{\sqrt{1+\mu^2}\left(\cos\beta\cos\alpha+\sin\beta\sin\alpha\right)}mg$$

$$=\frac{\mu\cos\theta-\sin\theta}{\sqrt{1+\mu^2}\cos\left(\alpha-\beta\right)}mg$$

由上式可知当 $\alpha=\beta=\arctan\mu$ 时，所需的力 F 最小，其值为

$$F=\frac{\mu\cos\theta-\sin\theta}{\sqrt{1+\mu^2}}mg$$

〔例 3〕 用一根细线竖直悬挂一根长为 l 的均匀细木杆，置于水桶内水平面上方，如图 1—5 所示．当水桶缓慢上提时，细木杆逐渐浸入水中，当木杆浸入水中超过一定深度 l'时，木杆开始出现倾斜现象，求 l'. 已知木杆的密度为 ρ，水的密度为 ρ_0.

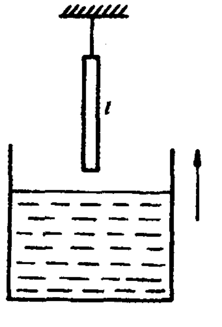


图 1—5

〔解析〕当木杆浸入水中后，受到重力、绳子拉力和水的浮力的作用．浮力的作用点在排开水部分杆的中心处，即在图 1—6 中的 D 点．重力作用在重心 C 处．当有微小的扰动（这随时都会发生）使杆发生微小的倾斜时（即由图中的虚线位置到实线位置），对悬点 A 将出现重力矩和浮力矩，而且方向是相反的．如果浮力矩小于重力矩，那么木杆将自动回到虚线位置，这时的木杆处于稳定平衡，如果浮力矩大于重力矩，则木杆就处于不稳定平衡了，其倾斜程度将继续增大．

设杆的横截面积为 S，密度为 ρ，水的密度为 ρ_0，杆浸没在水中的长度为 l'，重力的力矩为

$$M_G=ls\rho g\cdot\frac{1}{2}\sin\theta$$

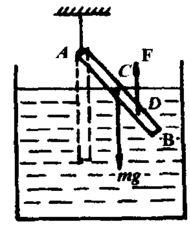


图 1—6

浮力矩为

$$M_F=l's\rho_0 g(l-\frac{l'}{2})\sin\theta$$

临界点为

$$M_G=M_F$$

即

$$ls\rho g\cdot\frac{1}{2}\sin\theta=l's\rho_0 g(l-\frac{l'}{2})\sin\theta$$

可解得

$$l'=l\left(1\pm\sqrt{\frac{\rho_0-\rho}{\rho_0}}\right)$$

因为 $l'<l$，所以取

$$l'=l\left(1-\sqrt{\frac{\rho_0-\rho}{\rho_0}}\right)$$

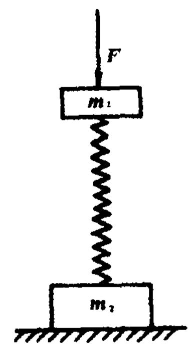


图 1—7

〔例 4〕 用一轻弹簧把两块质量各为 m_1，m_2 两木板连起来，放在水平桌面上，如图 1—7 所示．必须在上面木板上加多大的压力 F，才能使撤去此力后，上板跳起来时恰能把下板稍稍提起？

〔解析〕此题虽然可根据胡克定律和机械能守恒定律建立方程求解，但比较复杂．如果利用弹簧具有对称性的特点来解就非常简捷．

弹簧的对称性具有以下特点：

(1) 弹簧振子的振动对平衡位置两边是对称的．

(2) 当用力 F 压缩（或拉伸）弹簧，它将缩短（或伸长）$x=\frac{F}{k}$. 撤去外力 F 后，弹簧将伸长（或缩短）$x=\frac{F}{k}$. 弹簧的自由端连接有其他物体，弹簧仍具有对称性．

如果用力 F 向上提 m_1，要下板 m_2 刚好离开桌面，可知 $F=(m_1+m_2)g$. 如用 $F=(m_1+m_2)g$ 向下压 m_1，对系统的平衡位置而言，形变是对称的．所以当撤去 F 后，弹簧将向上伸长与用 $F=(m_1+m_2)g$ 提上板 m_1 使弹簧伸长一样，故可把下板稍稍提起，即解出 $F=(m_1+m_2)g$.

〔例 5〕 质量各为 M_1，M_2 的两星体相距 L，一质量为 m 的小星体位于两星体的连线上，求小星体的平衡位置，并分别讨论对小星体沿连线方向的扰动和垂直连线方向的扰动，其平衡的稳定性．

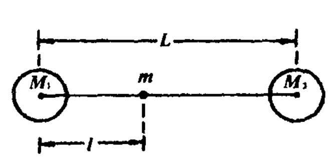


图 1—8

〔解析〕如图 1—8 所示，设小行星的平衡位置离 M_1 的距离为 l，它受 M_1 的万有引力应等于 M_2 的万有引力，故有

$$G\frac{M_1 m}{l^2}=G\frac{M_2 m}{(L-l)^2}$$

即 $$M_1(L-l)^2=M_2l^2$$

$$\frac{l}{L-l}=\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

由此得

$$l=\frac{\sqrt{M_1/M_2}}{1+\sqrt{M_1/M_2}}L$$

当小星体从平衡位置向右移动一小位移 x 时，它所受的合力（以向右为正）为

$$F=Gm\left[\frac{M_2}{(L-l-x)^2}-\frac{M_1}{(l+x)^2}\right]$$

$$=Gm\left[\frac{M_2}{(L-l)^2\ \ (1-\frac{x}{L-l})^2}-\frac{M_1}{l^2\ \ (1+\frac{x}{l})^2}\right]$$

但由于 $M_2/\ (L-l)^2=M_1/l^2=C$，代入上式得

$$F=GmC\left[\frac{1}{(1-\frac{x}{L-l})^2}-\frac{1}{(1+\frac{x}{l})^2}\right]>0$$

不难看出，当 $x<0$（小星体向左偏移）时，$F<0$，可见，当小星体沿连线方向偏离平衡位置时，外力引起一推斥力，将小星体推离平衡位置，所以平衡是不稳定的.

当小星体从平衡位置沿垂直于连线方向有一小位移时，它将同时受 M_1，M_2 两星体的引力作用，两引力大小几乎相等，方向间夹一钝角，故合力指向平衡位置，平衡是稳定的.

〔例 6〕 一架均匀梯子，一端放置在水平地面上，另一端靠在竖直的墙上，梯子与地面及梯子与墙的静摩擦因数分别为 μ_1，μ_2，求梯子能平衡时与地面所成的最小夹角.

〔解析〕当两接触处的静摩擦力都达到最大时，梯子处于极限平衡状态，此时梯子与地面所成的夹角最小. 现如把两接触处的弹力和摩擦力合成为一个力（全反力），则杆仅受三个力的作用，这三个力必共点，如图 1—9 所示.

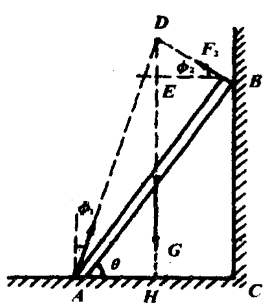


图 1—9

设 A，B 两处全反力的方向与该处法线的方向的夹角分别为 φ_1 和 φ_2，则有

$$\tan\varphi_1=\mu_1 \qquad \tan\varphi_2=\mu_2$$

由几何关系

$$\tan\theta=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{DH}-\overline{DE}}{2\,\overline{AH}}$$

$$=\frac{\overline{DH}}{2\,\overline{AH}}-\frac{\overline{DE}}{2\,\overline{EB}}$$

$$=\frac{1}{2}\cot\varphi_1-\frac{1}{2}\tan\varphi_2$$

$$=\frac{1}{2\mu_1}-\frac{\mu_2}{2}=\frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

即梯子与地面所成的最小角

$$\theta=\arctan\frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

〔**例 7**〕 如图 1—10 所示，两个木块 A 和 B，质量分别是 m_A 和 m_B，紧挨着并排放在水平桌面上，A，B 间的接触面垂直于图中纸面且与水平成 θ 角．A，B 间的接触面是光滑的，但它们与水平桌面间有摩擦，静摩擦因数和动摩擦因数均为 μ. 开始时 A，B 都静止，现施一水平推力 F 于 A，要使 A，B 向右加速运动且 A，B 之间不发生相对滑动，则：

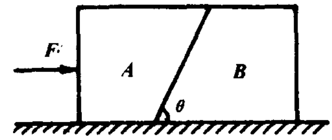


图 1—10

(1) μ 的数值应满足什么条件？

(2) 推力 F 的最大值不能超过多少？（只考虑平动，不考虑转动问题）

〔**解析**〕 (1) 令 N 表示 A，B 之间的相互作用力（垂直于接触面如图 1—11 所示），若 A 相对于 B 发生滑动，则 A 在竖直方向必有加速度，现要使 A 相对于 B 不滑动，则 A 受的力 N 在竖直方向的分力必须小于或等于 A 的重力．所以要使 B 向右加速运动而同时 A 相对于 B 不滑动，必须同时满足下列两式：

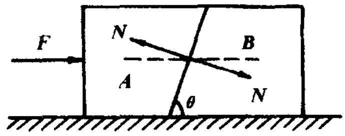


图 1—11

对于木块 B　$N\sin\theta-\mu(m_Bg+N\cos\theta)=m_Ba>0$

对于木块 A　$N\cos\theta\leqslant m_Ag$

由上述两式可得

$$\mu<\frac{m_A}{m_A+m_B}\tan\theta$$

(2) 在满足上式时，又由于 A 的水平方向的加速度和 B 相同，即

$$\frac{F-\mu(m_Ag-N\cos\theta)-N\sin\theta}{m_A}=\frac{N\sin\theta-\mu(m_Bg+N\cos\theta)}{m_B}$$

由以上可得　$F\leqslant\dfrac{m_A}{m_B}(m_A+m_B)g(\tan\theta-\mu)$

〔**例 8**〕 如图 1—12 所示，有一轻质木板 AB 长为 L，A 端用铰链固定在竖直墙面上，另一端用一水平轻绳 BC 拉住．板上依次放着 a，b，c 三个均匀圆柱体，半径均为 r，重均为 G. 木板与墙的夹角为 θ，一切摩擦均不计，求 BC 绳上的张力．

〔**解析**〕此题可以先分析 a，再依次分析 b，c，求出每一个柱体对板的弹力，然后再计算绳上的张力．但这种解法过程繁琐，且易出错，较好的方法是将 a，b，c 三个圆柱体作为一个整体来分析．

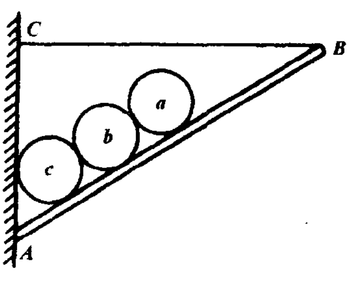


图 1—12

三个圆柱体的整体共受到三个力：重力 $3G$ 过 b 柱心竖直向下；墙的弹力 N_0，过 C 柱心水平向右；木板的弹力 N，垂直于木板斜向上，如图 1—13 所示，因为 $3G$ 和 N_0 相交于 D 点，因此 N 也过 D 点，这样便可求出 N 的大小和位置．

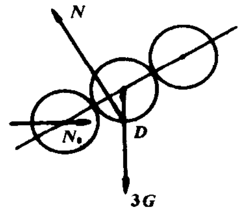


图 1—13

根据几何关系，可以看出 N 对铰链 A 的力臂

$$l=2r\sin^2\theta+r/\sin\theta+r\cot\theta$$

分析圆柱体：根据三力平衡，可求出 $N=3G/\sin\theta$

分析板，根据 $\sum M_A=0$ 有 $l\cdot N=T\cdot L\cdot\cos\theta$

$$3Gr(2\sin^2\theta+1/\sin\theta+\cot\theta)/\sin\theta=T\cdot L\cdot\cos\theta$$

所以 $T=\dfrac{3Gr}{L}(2\tan\theta+\dfrac{1+\cos\theta}{\sin^2\theta\cos\theta})$

〔**例 9**〕 质量均为 m 的两环 A，B 用长为 a 的细线相连套在水平杆上，在细线的中点挂有一质量为 M 的物块 C，如图 1—14 所示．A，B 环与杆间的静摩擦因数为 μ，求平衡情况下两环的最大距离 x．

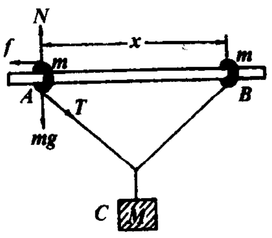


图 1—14

〔**解析**〕设 A，B 相距最远时，线与水平杆间成 α 角．设此时线中张力为 T，当 C 平衡时，有

$$2T\sin\alpha=Mg \quad ①$$

设此时杆对 A 的支持力为 N，摩擦力为 f，当 A 平衡时，有

$$N=mg+T\sin\alpha \quad ②$$

$$f=T\cos\alpha \quad ③$$

在 A，B 相距最远情况下，f 为最大静摩擦力，故有

$$f=\mu N \quad ④$$

由②和④式消去 N 得

$$f=\mu mg+\mu T\sin\alpha$$

③式代入上式得

$$T\cos\alpha=\mu mg+\mu T\sin\alpha$$

整理后得

$$T(\cos\alpha-\mu\sin\alpha)=\mu mg \quad ⑤$$

由①和⑤式消去 T 得

$$\cos\alpha-\mu\sin\alpha=\frac{2\mu m}{M}\sin\alpha$$

或

$$(\frac{2m}{M}+1)\mu\sin\alpha=\cos\alpha$$

由此解得

$$\cot\alpha=\mu(1+\frac{2m}{M})$$

则
$$\cos\alpha=\frac{\mu(1+\frac{2m}{M})}{\sqrt{1+\mu^2(1+\frac{2m}{M})^2}}$$

由 $x=a\cos\alpha$ 得
$$x=\frac{a\mu(1+2m/M)}{\sqrt{1+\mu^2(1+\frac{2m}{M})^2}}$$

〔**例 10**〕 有一半径为 R 的圆柱体水平地横架在空中，有质量为 m_1 与 m_2（$m_1=2m_2$）的两个小木块，用长为 $\frac{\pi}{2}R$ 的细线相连，成为一个系统，木块的大小可以忽略，它与圆柱表面的静摩擦因数 $\mu<1$，细线无质量柔软且不可伸长，系统横跨在圆柱上，m_1 在右边，细线贴在圆柱面上，与圆柱表面无摩擦，横截面如图 1—15 所示．现在使圆柱绕轴线沿顺时针方向极缓慢地旋转，直至某一位置时，柱上系统将要开始滑落．由此位置开始，再极缓慢地沿逆时针方向转动圆柱体，问转过多大角度后，系统开始从左边滑落？（角度可以用反三角函数表示）

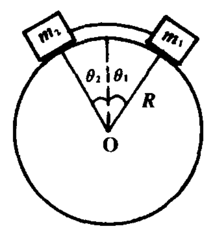


图 1—15

〔**解析**〕（1）先求系统向右将要滑落的位置，因为 $m_1>m_2$，$\mu<1$，因此 m_2 不可能到达圆柱体的最高点，设系统向右开始滑落的位置如图 1—15 所示．
$$m_1g\sin\theta_1=m_2g\sin\theta_2+\mu\ (m_1g\cos\theta_1+m_2g\cos\theta_2)$$
因为 $m_1=2m_2$，　$\theta_1+\theta_2=90^\circ$可得
$$\tan\theta_1=\frac{2\mu+1}{2-\mu},\quad \theta_1=\arctan\frac{2\mu+1}{2-\mu}$$
（2）讨论系统向左开始滑落的位置

因为 $m_2<m_1$，所以向左的滑落位置可能图 1—16 中的三种情况．

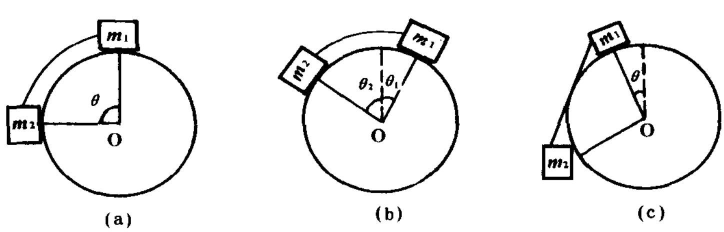


图 1—16

下面分别加以讨论：

（a）当 m_1 处于圆柱体最高点时系统恰好平衡，此时有
$$m_2g=\mu m_1g$$
即当 $\mu=\frac{1}{2}$，$\theta_2=90^\circ$时系统开始向左滑落