

小学数学教师培训教材



福建人民出版社

小学数学教师培训教材

福州市教育局初教科编

福建人民出版社

小学数学教师培训教材

福州市教育局初教科

*

福建人民出版社出版

(福州得贵巷27号)

福建省新华书店发行

福建新华印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 8.625印张 189千字

1982年7月第1版

1982年7月第1次印刷

印数: 1—26,300

书号: 7173·491 定价: 0.65元

前 言

为适应四个现代化建设的需要，努力提高小学数学教师业务水平，根据目前我市小学数学教师的实际情况，我们组织力量编写了《小学数学教师培训教材》。本书根据知识系统，将小学数学教材所涉及的有关内容进行综合讲述，供我市小学数学教师自学或师资培训时参考。

在编写过程中，由于时间仓促，水平有限，错误和缺点在所难免，恳请广大教师提出宝贵意见。

福州市教育局初教科

一九八一年九月

目 录

第一章 集合初步.....	(1)
第一节 集合.....	(1)
第二节 对应.....	(13)
第二章 自然数和零.....	(18)
第一节 自然数和零的认识.....	(18)
第二节 四则运算.....	(29)
第三节 数的整除性.....	(50)
第四节 速算法.....	(63)
第五节 九余数验算法.....	(73)
第三章 分数、百分数和小数.....	(78)
第一节 分数、百分数和小数认识.....	(78)
第二节 分数、百分数和小数四则运算.....	(100)
第三节 简单统计图表.....	(113)
第四节 计量单位.....	(120)
第四章 应用题.....	(126)
第一节 整数(小数)应用题.....	(126)
第二节 分数(百分数)应用题.....	(143)
第五章 比和比例.....	(159)
第一节 比.....	(159)
第二节 比例.....	(166)
第三节 成比例的量.....	(175)

第四节 比例应用题	(179)
第六章 简单几何知识	(185)
第一节 平面几何	(185)
一 直线和角	(185)
二 三角形和四边形的认识	(200)
三 四边形和三角形的周长、面积计算	(215)
四 圆	(221)
五 丈量土地	(225)
第二节 立体几何	(230)
一 长方体和正方体	(230)
二 圆柱和圆锥	(234)
第七章 正数和负数	(240)
第一节 正、负数的认识	(240)
第二节 正、负数的四则计算	(245)
第八章 一元一次方程	(251)
第一节 代数式	(251)
第二节 一元一次方程	(254)
附录:	
部分数学名词解释	(260)

第一章 集合初步

集合的概念是近代数学的基础。

十九世纪德国数学家康托尔(1845——1918)作了奠基性的工作,创造性地提出了集合论的理论。

集合论具有巨大的生命力,至今已渗透到数学的各个分支,成为数学各个分支不可缺少的基础,许多重要的现代数学都是建立在集合的基础上。学习集合和学习函数、统计等现代数学思想一样可以扩大知识面,加深对某些内容的理解,有利于进一步学习数学和现代科学技术。

第一节 集 合

一、集合与它的表示法

(一) 集合概念

集合是现代数学最基本的概念之一。它象平面中的点一样,是个不加定义,也不必定义的概念。

把具有某种属性的一些对象看做一个整体便形成一个集合(简称集)。例如:

- (1) 一个学校所有学生可以作为一个集合。
- (2) 一个印刷厂的所有印刷机可以作为一个集合。
- (3) 所有的有理数可以作为一个集合。

(4) 一条直线(或一个平面)上所有的点可以作为一个集合。

(5) 一切三角形的全体可以作为一个集合。

集合是指这一类事物的全体，而不是指其中的个别事物。

例如：“五(1)班学生”这个集合，是指五(1)班全体学生，而不是指其中的某个学生。

集合中所包含的事物是确定好的，即可以确切地判定任何一个事物是属于这个集合，还是不属于这个集合，二者必居其一，且仅居其一。

在数学中，只能把那些界限明确的事物全体作为集合。例如，只能说“比10大自然数的集合”，不能说“大数的集合”^{*}。因为所谓“大数”，究竟是多大的数，界限并不明确。

组成集合的每一个个体都叫做这个集合的元素（简称元）。例如：

(1) 一个学校的每个学生是这个学校集合的元素。

(2) 一个印刷厂的每台印刷机是这个厂印刷机集合的元素。

(3) 5 是整数集合的一个元素。

一个集合的元素的数目称为集合的基数。

集合中的元素个数可以是有限的，也可以是无限的，如所有自然数的集合，它的元素就是无限多个。

元素个数是有限的集合叫做有限集合，元素个数是无限的集合叫做无限集合，只有一个元素的集合称为单元集。

例如：20以内的自然数集合是有限集合。一张纸也可以作为一个集合，称为单元集。把所有自然数看作一个集合，它就是无限集合。

^{*} 近年来有所谓模糊数学，研究皆为“大数的集合”之类的“弗齐集”，超出本书范围。

为了方便，通常用大写的拉丁字母 $A, B, C, D, \dots$ 来表示集合；用小写的拉丁字母 $a, b, c, d, \dots$ 来表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素，我们就说 a 属于 A ，用符号 $\in$ 表示属于，则 $a \in A$ ；如果 b 不是集合 A 的元素，我们就说 b 不属于 A ，记作 $b \notin A$ （或 $b \in \bar{A}$ ）。

例如：集合 A 是所有一位奇数组成的集合，那么 $3 \in A$ ， $2 \notin A$ ， $11 \notin A$ 。

（二）集合的表示法

集合的表示方法通常有两种。

1. 列举法：把集合的元素一一列举出来，写在大括号内（ $\{ \}$ 也叫花括号）用来表示集合，这种方法叫做列举法。例如：

（1） $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 表示 1 到 20 间所有质数所组成的集合。

（2） $\{\text{春、夏、秋、冬}\}$ 表示一年四季这个集合。

（3） $\{\bigcirc \quad \triangle \quad \square\}$ 表示图形的集合，它的元素是圆、三角形和正方形。

2. 描述法：把描述集合中元素的公共属性或表示集合中元素的规律，写在大括号内用来表示集合，这种方法叫做描述法。例如：

（1）由某学校所有的学生组成的集合，可以表示为
 $\{\text{某学校所有的学生}\}$

（2）由所有的直角三角形组成的集合，可以表示为
 $\{\text{直角三角形}\}$

（3）由小于 20 的所有正数组成的集合，可以表示为
 $\{\text{小于 20 的所有正整数}\}$

一个集合的描述法并不是唯一的。例如：集合 $A =$

$\{2, 3\}$ 可以有如下几种描述法:

$A = \{X \mid \text{最小的两个质数}\}$; $A = \{X \mid 6 \text{ 的质因数}\}$;

$A = \{X \mid X^2 - 5X + 6 = 0\}$ 等。

比较这两种表示法, 可以看出, 列举法的好处是可以具体看清集合的元素, 描述法则刻划出了集合元素的共同特征。究竟采用哪一种表示法, 要根据具体问题来确定。

例如: $A = \{X \mid X \text{ 为比 } 8 \text{ 大的有理数}\}$ 的集合是无穷的, 就不能把集合的元素尽列出来, 又不能用列出的元素来反映存在哪些未列出的元素, 所以不能用列举法, 只能用描述法表示。

除了上述的表示法以外, 还可以用一条封闭曲线把一个集合的所有元素圈起来, 直观地表示这个集合, 这种图叫韦恩图(韦恩是英国数学家)。有的译为“文氏图”或“温氏图”, 它的优点是形象直观, 小学数学课本多是采用这样的表示法。

例如:

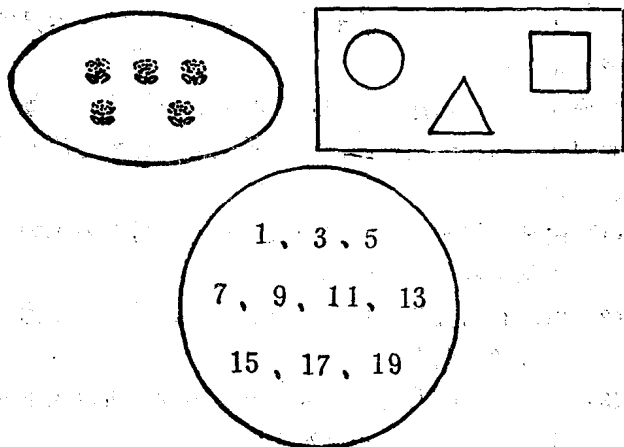


图1-1

二、子集、扩集、全集、空集

(一) 子集、扩集

集合之间一种重要的关系是包含。如自然数集中每一个元素都是整数集的元素，我们就说整数集包含自然数集。

对于两个集合 A 与 B ，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么，集合 A 就叫做集合 B 的子集，而集合 B 就叫做集合 A 的扩集（或称包含集、母集）。表示为：

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A$$

读作：“集合 A 包含于集合 B ”或“集合 B 包含集合 A ”。

例如：

- (1) $\{\text{一个工厂里的工人}\} \supset \{\text{一个工厂里的女工人}\}$
- (2) $\{20\text{以内的质数}\} \subset \{20\text{以内的自然数}\}$
- (3) $\{\text{直角梯形}\} \subset \{\text{梯形}\}$

用韦恩图表示如下：

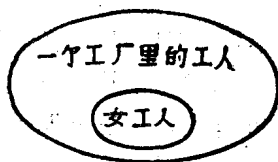


图1-2



图1-3

对于任何一个集合 A ，因为它的任何一个元素都属于集合 A ，所以 $A \subseteq A$

也就是说，任何一个集合是它本身的子集。

如果 B 是 A 的子集，并且 A 中至少有一个元素不属于 B ，那么集合 B 就叫做集合 A 的真子集。集合 A 就叫做集合 B 的真扩集。表示为 $B \subset A$ 或 $A \supset B$ 。

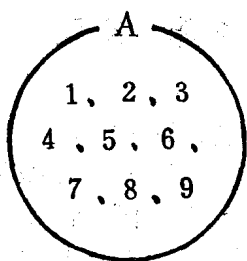


图1·4

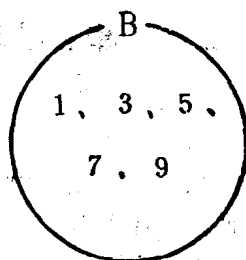


图1·5

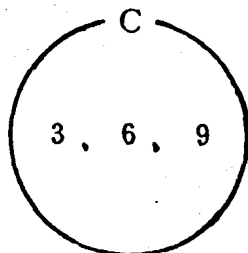


图1·6

图1·4是表示10以内自然数的集合；图1·5是把第一个集合里的奇数作为元素组成的集合；图1·6是要求从第一个集合挑出能被3整除的数做为元素组成的集合。这三个集合之间的关系是：第一个集合A是第二个集合B、第三个集合C的扩集，而且是真扩集。而第二个集合B、第三集合C都是第一个集合A的子集，而且是真子集。

在集合里，我们不考虑元素之间的排列顺序，只要元素完全相同，我们就认为是同一个集合。但一个元素在一个集合里不能重复出现。例如：

$$\begin{aligned} \{a, b, c\} &= \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} \\ &= \{c, a, b\} = \{c, b, a\} \end{aligned}$$

对于两个集合 A 、 B ，如果 $A \subset B$ ，同时 $B \subset A$ ，那么，集合 A 和集合 B 就叫做相等，表示为 $A = B$ ，读作“集合 A 等于集合 B ”。

三个集合 A 、 B 、 C ，如果 $B \subset A$ 、 $C \subset B$ ，那么 $C \subset A$ 。

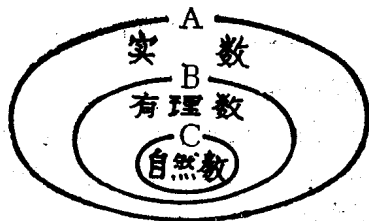


图1·7

$\in$ 与 $\subset$ 的含义不同， $\in$ 所表示的是集合与元素之间的“从属”关系， $\subset$ 所表示的是集合与集合之间的“包含”关系，二者不能混淆。例如：

$3 \in \{3, 6, 9, 12, 15\}$ ，表示 3 是 $\{3, 6, 9, 12, 15\}$ 的一个元素。

$\{3\} \subset \{3, 6, 9, 12, 15\}$ ，表示 $\{3\}$ 是 $\{3, 6, 9, 12, 15\}$ 的一个子集。

(二) 全集、空集

1. 全集：在研究集合与集合之间的关系时。这些集合常常是某一个给定集合的子集。这个给定的集合叫做全集（或称完全集合）。用 I （或 U ）表示。

全集的概念是相对的。全集就是包含所有考虑的一切元素的集合。因此一个集合是不是全集，与在什么范围来考虑有关。例如，如果所考虑的范围是一个班。那么全班学生就构成了全集。如果所考虑的范围是全校（假定这个学校不止一个班），那么全班学生所构成的集合就不能叫做全集了。

2. 空集：不含任何元素的集合叫做空集，用“0”（或 $\emptyset$ ）表示、也可以用 $\{ \}$ 表示。它是一切集合的子集。任何非空集至少有两个子集，一是自身，一是空集。 $\{0\}$ 并不是空集，它是含有元素0的单元集。

三、集合的运算

（一）交集与并集

1. 交集：一般由同时属于A和B的一切元素所组成的集合，即A、B的共同部分，叫做集合A与B的交集，简称A和B的交。可记作 $A \cap B$ （或 $A \cdot B$ ）。如图1·8的阴影部分。

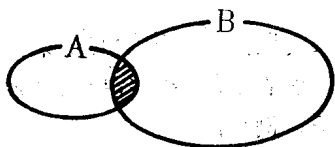


图1·8

$$A \cap B = \{X | X \in A \text{ 且 } X \in B\}$$

例如：

$$(1) \{2, 4, 6, 8, 10\} \cap \{5, 10, 15, 20\} = \{10\}$$

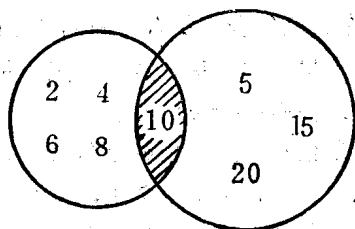


图1·9

$$(2) A = \{\text{全体有理数}\} \quad B = \{\text{全体有限小数}\}$$

$$A \cap B = B$$

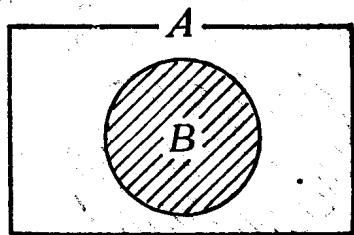


图1·10

$$(3) A = \{\text{全体奇数}\} \quad B = \{\text{全体偶数}\} \quad A \cap B = \emptyset$$

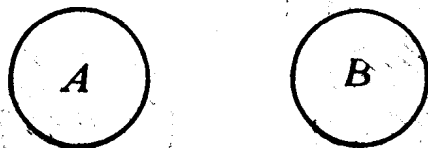


图1·11

任意两集的交集，都是其中任何一集的子集，或者说两集中的任何一集都是他们交集的扩集。

2. 并集：一般由属于 A 或者属于 B 的一切元素所组成的集合，叫做集合 A 与 B 的并集，简称 A 和 B 的并。可记 $A \cup B$ （或 $A + B$ ）。 $A \cup B = \{X | X \in A \text{ 或 } X \in B\}$ 。（如图1·12阴影部分）

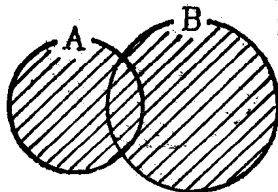


图1·12

例如:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6, 8, 10\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\} \end{aligned}$$

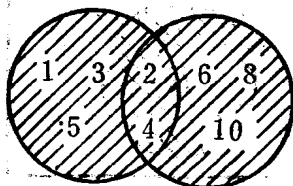


图1-13

$$\begin{aligned} (2) \quad & A = \{\text{全体奇数}\} \quad B = \{\text{全体偶数}\} \\ & A \cup B = \{\text{全体自然数}\} \end{aligned}$$

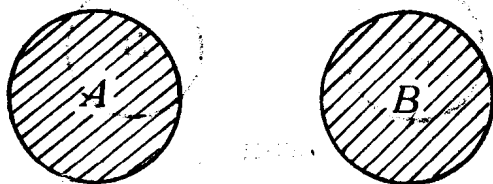


图1-14

$$\begin{aligned} (3) \quad & A = \{\text{全体有理数}\} \quad B = \{\text{全体整数}\} \\ & A \cup B = A \end{aligned}$$

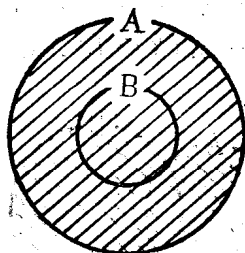


图1-15

从以上可看出: 当集合 A 与 B 都是有限集合时, $A \cup B$ 的

元素的个数 = A 元素的个数 + B 元素的个数 - $A \cap B$ 元素的个数。

任意两集的并集，都是其中任何一集的扩集，也可以说任何集都是它与其它集并集的子集。

我们还可以把两个集之交、并概念推广到几个集之交、并。

例如：
 $A = \{X | X \text{ 为 } 12 \text{ 的约数}\}$
 $B = \{X | X \text{ 为 } 18 \text{ 的约数}\}$
 $C = \{X | X \text{ 为 不大于 } 5 \text{ 的正整数}\}$
 则有 $A \cap B \cap C = \{1, 2, 3\}$

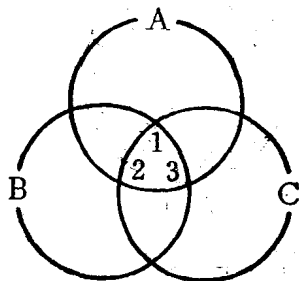


图1-16

$A \cup B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18\}$

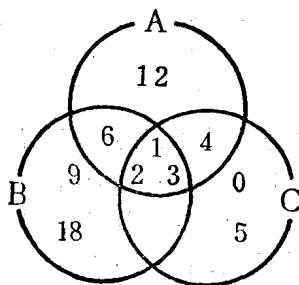


图1-17