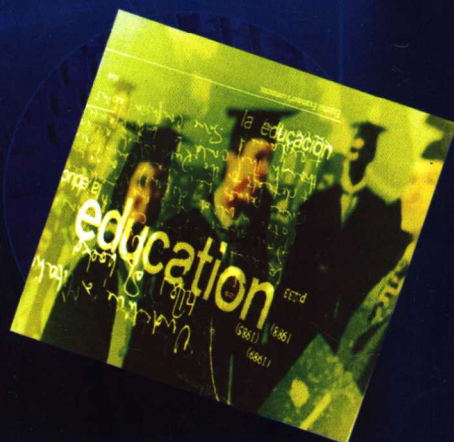
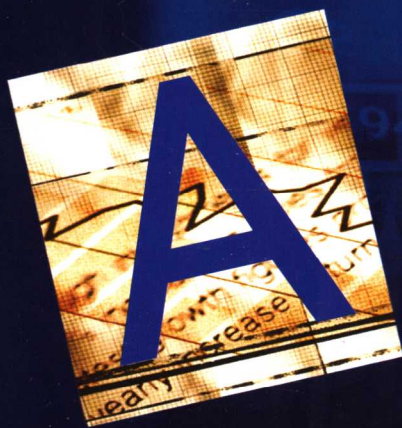


2006年版

中考数学

Z H O N G K A O S H U X U E R E D I A N J I E X I

热点解析



凤凰出版传媒集团



江苏教育出版社

JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

中考数学热点解析

(2006 年版)

本书编写组 编

凤凰出版传媒集团



江苏教育出版社

JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

中考数学热点解析: 2006年版/《中考数学热点解析: 2006年版》编写组编. —3版. —南京: 江苏教育出版社, 2005. 11

ISBN 7-5343-5465-X

I. 中... II. 中... III. 数学课-初中-解题-升学参考资料 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 137861 号

书 名	中考数学热点解析(2006年版)
作 者	本书编写组
责任编辑	宋 强
出版发行	凤凰出版传媒集团 江苏教育出版社(南京市马家街 31 号 210009)
网 址	http://www.1088.com.cn
集团网址	凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
经 销	江苏省新华发行集团有限公司
照 排	南京展望文化发展有限公司
印 刷	丹阳兴华印刷厂
厂 址	丹阳市胡桥镇(邮编: 212313)
电 话	0511-6212151
开 本	787×1092 毫米 1/16
印 张	9.75
字 数	241000
版 次	2006 年 1 月第 3 版 2006 年 2 月第 2 次印刷
印 数	66531-71550 册
书 号	ISBN 7-5343-5465-X/G·5160
定 价	10.00 元
邮购电话	025-85400774, 8008289797
批发电话	025-83260767, 83260768, 83260760
盗版举报	025-83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
欢迎邮购, 提供盗版线索者给予重奖

修 订 说 明

2005年版的《中考数学热点解析》受到广大师生一致好评. 为适应2006年的中考变化, 编写组又对本书做了精心修订, 主要有以下变化:

1. 为兼顾课改实验区学生和非课改实验区学生的需要, 本书专题选取保证覆盖原教学大纲和课程标准中的主体内容, 集中体现两类地区考试中的“热点”. 各地在使用时可根据需要进行适当取舍.

2. 在保留原书的体例、专题的基础上, 对专题做了优化整合, 在选编试题时, 吸收了2005年各地中考数学试卷中的优秀试题, 删除了一些已经过时的陈题.

3. 为适应课改评价的变化, 在修订时吸收了课改评价的基本理念, 精选了课改实验区的优秀中考数学试题.

4. 按新的中考思想, 重新编写了模拟试题.

愿本书助你成功!

编 者

2005年12月

编写说明

在学习数学时,每个学生都希望花最少的精力获得最佳的效果.但学数学必须做题.只有做题,才能提升思维水平.做题太少,经验不丰富,每个题目都要重新思考一番,解题速度就快不起来.而做题太多,同一层次的题目反复训练,不仅浪费大量的时间和精力,而且会形成定势,限制思维的发展.目前资料如山,题目如海,试题花样繁多,令人目眩.学生往往不知道“底线”和“方向”,无边际地“做”“练”“碰”,苦不堪言.一个学生不必要也不可能做完所有的题.因此,做“好题”就显得尤为必要.

为了帮助初中毕业班学生在中考中取得好成绩,由省和 13 个大市教研员组成的中学数学教学评价研究小组,根据全国、省中考评价精神,经过多次认真研讨,从近几年的中考数学试题中选择 200 余道“好题”,并进行了详细解析,一起编入本书.

什么是“好题”?首先,“好题”必须有利于促进知识的运用、思维的发展、创造性潜能的激发;再者,“好题”还要有较强的时代性、新颖性、创造性;第三,“好题”必须有典型性、代表性,能反映注重用素质教育和课程改革的新理念指导教学的实际情况.具体地说,“好题”应体现以下特点:

1. 关注学生的发展,着意体现素质教育的精神

数学的基础知识、基本技能和基本思想方法是发展能力、提高学生数学素养的基础和依托.好的试题,应从有利于学生的发展的角度来考查“双基”,不局限于对知识本身的考查,而是注重创设一个合适的情境,让学生在新情境中活用“双基”.许多试题的设计,都充分注意:

(1) 创设适当的新情境,突出考查数学的基础知识、技能的活用,突出对数学思维的要求.试题创设的新情境富有思考性,学生必须分析情境、活用知识,而不能靠单纯的知识和方法的复现或套代模式来解题.

(2) 突出对基本方法和基本算理的考查,淡化对特殊技巧的要求.试题删繁就简,不堆砌技巧,突出对数学的理解、把握和活用,有助于数学能力的形成,也有助于对数学本质的领悟.

(3) 突出对基本数学素养和一般能力的考查,注重为学生的可持续发展打好基础.试题注重以数学问题为载体,考查学生的基本数学素养和一般能力,促进学生的一般发展.有些试题或设计了阅读材料,让学生通过阅读去获取信息,进而加工、整合,形成解决问题的方案;或设计了问题,让学生分析、说理,考查交流表达的能力;或设计了一些情境,让学生通过概括、归纳来发现规律,等等.

(4) 突出对数学思想方法的考查,以促进能力的发展.试题注重对数学思想方法的考查,学生需灵活运用数学思想方法,才能顺利解决这些问题.否则,或走弯路,或难以入手.

2. 注重改革创新,为学生提供自主探索和自我发展的空间

探索是发现的先导,中考试题应该留给学生探索和发现的空间,这是培养创新意识和实践能力所必需的.近几年的中考试卷中出现了一批鼓励学生探索的优秀试题.这些试题以不同方式为学生提供探索的机会,留出自主发挥的空间.它们既不超纲,又不拘泥于知识点,鼓励学生自主探索,在观察、实验、分析、比较、归纳、猜想中完善认识、加深理解、培养能力、促进发展.许多试题的

设计,都充分注意:

(1) 设计探究性问题,为学生提供自主探索、发现的机会. 试题或者直接提出要探究的问题,或通过变化原问题的情境,让学生在新情境中探究. 由于问题情境新颖,不落俗套,无法套用已有的模式处理,学生必须灵活运用已学知识去分析、探究,创造性地解题.

(2) 编制开放性试题,为学生提供发展、创造的空间. 这些试题涉及面广,灵活而无模式可依,但都基于学生已有的经验进行设计. 因而不同程度的学生都可以根据自己的能力、水平进行探索,都有发挥的空间.

(3) 设置阅读理解题,为学生提供新颖的背景材料,让学生通过阅读自主获取信息,最终解决问题. 会获取信息并能对信息进行加工处理是发现和解决问题的前提,也是培养创新能力和实践能力所必需的. 许多试卷都包含这类试题. 这些试题突出了对信息的研究、整合、转化、选用,使解题的过程成为研究问题、处理问题、解决问题的过程.

(4) 重视对动手操作能力的考核,为学生提供实践和动手的机会. 设置了新颖的问题情境,题目活泼有趣. 要求学生通过测量、折叠、画图等活动,在情境中尝试、感悟、思考、发现,进而解决问题. 体现了新课程标准中“做数学”的基本理念.

3. 注重数学学科的人文教育价值,努力适应时代发展要求

许多试题关注数学本身所具有的教育价值和人文背景,充分显示现代教育思想对初中数学教学的积极影响. 这种特色突出表现在应用性试题的设计上. 许多应用性试题,不注重考查学生能否解决某一类应用问题,而是立意在设计一种问题情境,让学生去研究、探索. 通过解决问题体会如何运用数学知识和方法去寻求解决问题的策略,体会数学在现实生活中的意义和作用,体会数学的社会价值和人文价值. 这些试题的设计,都充分注意:

(1) 应用性试题题型丰富. 试题都设置了问题情境,反映了对发展学生数学应用意识和体现数学的人文教育价值的重视.

(2) 试题的取材面拓展. 应用性问题已远非老面孔,取材面广而新,展现在学生面前的是一个丰富多彩而又亲切真实的实际情境,既体现了生活中有数学,又引导学生关注生活,用数学去解决生活中的问题. 从环境保护到生产经营决策,从有关国计民生的大事到与本地区的社会生活有关的问题,都是取材对象.

(3) 考查的能力更趋全面. 各地的试题都在考查能力上下功夫,试题已普遍不能用传统的类型去分类求解,而是更加关注使解题过程真正成为分析问题、研究问题、解决问题的过程. 体现了这种数学建模和问题解决的思想.

需要说明的是,本书所选的试题仅是近几年中考的“热点”,并不能代表中考的全部. 这些试题对提升思维有一定的帮助,但不是说做了这些题就能应付中考. 为便于使用,将它们大致分为14个专题,可用于第二轮复习,也可用于自学. 为便于检测,评价小组成员还编拟了部分试题,合并为第15专题.

编者

2003年12月

目 录

专题 1	代数应用型问题一——方程类	1
专题 2	代数应用型问题二——不等式、函数等	11
专题 3	几何应用型问题	21
专题 4	阅读理解型问题一——合情推理型	29
专题 5	阅读理解型问题二——方法模拟型	38
专题 6	图表信息型问题	46
专题 7	探索型问题一——开放性问题	54
专题 8	探索型问题二——存在性问题	64
专题 9	操作型问题	73
专题 10	质点运动型问题	81
专题 11	图形变换问题	89
专题 12	统计与概率中的有关问题	96
专题 13	代数综合型问题	104
专题 14	代数与图形相结合型综合问题	112
专题 15	模拟试题	122
参考答案		128

专题1 代数应用型问题一

——方程类



考点透视

用方程或方程组解应用题在历年的中考中屡见不鲜. 近年来, 应用题的取材更加贴近现实生活, 数据也更加真实可靠.

传统的方程应用题语句简短, 数字简单, 类型明显, 数量关系比较明确, 列方程(组)比较容易. 但现代应用题往往涉及日常生活、生产实践、经济活动、社会发展中的有关常识, 因此解这类题时, 首先要耐心地阅读题目, 弄清楚题目中叙述的背景知识, 将题目浓缩、读“短”. 同时要边阅读边思考, 找到关键词语、关键数量, 再借用传统应用题的解决方法(如列表法、图示法等)分析这些数量之间的关系, 设未知数, 找到等量关系, 建立方程(组). 对于求出的未知数的值, 应根据问题的实际意义, 检查它们是否符合题意, 最终确定问题的解.

由于实际问题的复杂性, 近年来的方程应用题开始与不等式联系起来, 在一道题中既要列方程(组), 又要列不等式(组), 这就增加了试题的难度, 需要细心分析数量间的关系, 确定选用的数学模型.



典型例题

例1 某灯具店采购了一批某种型号的节能灯, 共用去 400 元. 在搬运过程中不慎打碎了 5 盏, 该店把余下的灯以每盏比进价多 4 元的价格全部售出, 然后用所得的钱又采购了一批这种节能灯, 且进价与上次相同, 但购买的数量比上次多了 9 盏. 求每盏灯的进价.

(2003 年南京市中考题)

分析1 (1) 简述题目所叙述的事件: 先买灯, 再卖灯, 然后用全部卖灯的钱买灯.

(2) 用列表法将数据之间的关系表示出来(设每盏灯的进价为 x 元).

	进 价 (元/盏)	进货款 (元)	进货盏数	售 价 (元/盏)	售出盏数	售 货 款 (元)
第一次	x	400	$\frac{400}{x}$	$x+4$	$\frac{400}{x}-5$	$(x+4)\left(\frac{400}{x}-5\right)$
第二次	x	?	$\frac{400}{x}+9$	/	/	/

(3) 找等量关系, 列方程. 第一次的售货款 = 第二次的进货款, 即

$$(x+4)\left(\frac{400}{x}-5\right)=x\left(\frac{400}{x}+9\right).$$

分析 2 (1) 简述事件: 先买灯, 再卖灯, 结果用卖灯盈利的钱多买了 9 盏灯.

(2) 设每盏灯的进价为 x 元. 第一次卖了 $(\frac{400}{x} - 5)$ 盏, 每盏盈利 4 元, 共盈利 $4 \times (\frac{400}{x} - 5)$ 元, 但要注意损耗了 5 盏, 还要减去 $5x$ 元, 实际只盈利了 $[4 \times (\frac{400}{x} - 5) - 5x]$ 元. 可用图示法分析数量之间的关系, 如图 1-1.

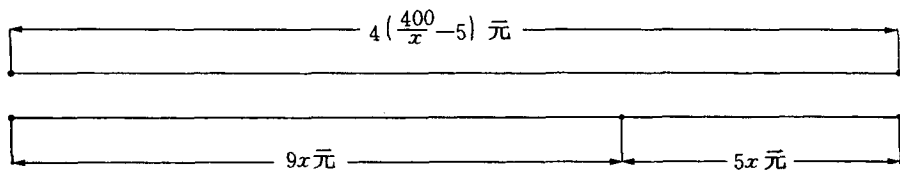


图 1-1

(3) 分析等量关系: 卖灯实际盈利的钱 = 买 9 盏灯的钱, 即

$$4\left(\frac{400}{x} - 5\right) - 5x = 9x.$$

解 设每盏灯的进价为 x 元. 根据题意, 得

$$4\left(\frac{400}{x} - 5\right) - 5x = 9x.$$

解之, 得 $x_1 = 10, x_2 = -\frac{80}{7}$.

经检验, 这两个根都是原方程的根, 但进价不能为负数, 所以 $x = 10$.

答 每盏灯的进价为 10 元.

例 2 某水果批发市场香蕉的价格如下表.

购买香蕉数/千克	不超过 20 千克	20 千克以上但不超过 40 千克	40 千克以上
每千克价格	6 元	5 元	4 元

张强两次共购买香蕉 50 千克 (第二次多于第一次), 共付款 264 元, 请问张强第一次和第二次分别购买香蕉多少千克? (2005 年枣庄市中考题)

分析 由于张强两次共买 50 千克, 且第二次购买量多于第一次, 因此第一次购买量要小于 25 千克, 而小于 25 千克的价格有两种; 第二次购买量在 0~50 千克内, 在这个范围内有三种价格. 因此要分类讨论. 可以根据第一次的购买量分为两类, 再在每一类中根据第二次的购买量再分类.

解 设张强第一次购买香蕉 x 千克, 第二次购买香蕉 y 千克. 由题意得 $0 < x < 25$.

(1) 当 $0 < x \leq 20$ 时,

① 如果 $10 \leq x \leq 20$, 则 $30 \leq y \leq 40$, 由题意得 $\begin{cases} x + y = 50, \\ 6x + 5y = 264. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 14, \\ y = 36. \end{cases}$

② 如果 $0 < x < 10$, 则 $y > 40$, 由题意得 $\begin{cases} x + y = 50, \\ 6x + 4y = 264. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 32, \\ y = 18 \end{cases}$ (不合题意, 舍去).

(2) 当 $20 < x < 25$ 时, $25 < y < 30$, 应付款 $5x + 5y = 5(x + y) = 5 \times 50 = 250 < 264$ (不合

题意,舍去).

由(1)(2)可知,张强第一次购买香蕉 14 千克,第二次购买香蕉 36 千克.

说明 本题的分类涉及两个量,每个量又有不同的分类,所以采用了二次分类.分类时一定要注意分类的标准,所有可能的情况要不重不漏.请同学们思考:如果本题删去“第二次多于第一次”的条件,会有多少种情况?

在本题的第(2)种情况下,运用了整体换元的思想方法,使得解法简捷.如果仍然列方程组,得
$$\begin{cases} x+y=50, \\ 5x+5y=264. \end{cases}$$
 此方程组无解.

例3 学校书法兴趣小组准备到文具店购买 A、B 两种类型的毛笔.文具店的销售办法如下:一次性购买 A 型毛笔不超过 20 枝时,按零售价销售;超过 20 枝时,超过部分每枝售价比零售价低 0.4 元,其余部分仍按零售价销售.一次性购买 B 型毛笔不超过 15 枝时,按零售价销售;超过 15 枝时,超过部分每枝售价比零售价低 0.6 元,其余部分仍按零售价销售.

(1) 全组共有 20 名同学,若每人各买 1 枝 A 型毛笔和 2 枝 B 型毛笔,共支付 145 元;若每人各买 2 枝 A 型毛笔和 1 枝 B 型毛笔,共支付 129 元.这家文具店 A、B 两种类型毛笔的零售价各是多少元?

(2) 为了促销,该文具店对 A 型毛笔除了原来的销售办法外,同时又推出了一种新的销售办法:无论购买多少枝,一律按原零售价(即(1)中所求得的 A 型毛笔的零售价)的 90% 出售.现要购买 A 型毛笔 a 枝($a > 40$),在新的销售办法和原销售办法中,选择哪种办法购买花钱较少?请说明理由.

(2005 年盐城市中考题)

分析 第(1)题可以利用二元一次方程组求解.第(2)题的实质是比较两个代数式的值的大小,可以利用作差法,并注意运用代数式中的字母取值范围($a > 40$)来比较大小.

解 (1) 设 A 型毛笔的零售价为 x 元, B 型毛笔的零售价为 y 元.根据题意得

$$\begin{cases} 20x + 15y + 25(y - 0.6) = 145, \\ 20x + 20(x - 0.4) + 15y + 5(y - 0.6) = 129. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$$

故这家文具店的 A 型毛笔的零售价为 2 元, B 型毛笔的零售价为 3 元.

(2) 设按原来的销售办法购买 A 型毛笔 a 枝需 m 元,按新的销售办法购买 A 型毛笔 a 枝需 n 元,则 $m = 20 \times 2 + (a - 20) \times (2 - 0.4) = 1.6a + 8$, $n = 2a \times 90\% = 1.8a$.

于是 $n - m = 1.8a - (1.6a + 8) = 0.2a - 8$.

因为 $a > 40$, 所以 $0.2a > 8$, 所以 $n - m > 0$.

所以,当 $a > 40$ 时,按新的办法购买 A 型毛笔花钱多,用原来的办法购买花钱少.

例4 某水库共有 6 个相同的泄洪闸.在无上游洪水注入的情况下,打开一个水闸泄洪使水库水位以 a 米/时匀速下降.某汛期上游的洪水在未开泄洪闸的情况下使水库水位以 b 米/时匀速上升,当水库水位超警戒线 h 米时开始泄洪.

(1) 如果打开 n 个水闸泄洪 x 小时,写出表示此时相对于警戒线的水面高度的代数式.

(2) 经考察测算,如果只打开一个泄洪闸,则需 30 个小时水位才能降至警戒线;如果同时打开两个泄洪闸,则需 10 个小时水位才能降至警戒线.请问该水库能否在 3 小时内使水位降至警戒线?

(2003 年连云港市中考题)

分析 事件简述:当洪水注入时水位上升,打开泄洪闸时水位下降.

(1) 当洪水注入时,若打开 n 个泄洪闸,则每小时水位下降 $(na - b)$ 米,或者说每小时水位上升 $(b - na)$ 米.

(2) 根据第(2)题所给的条件可得到两个方程组成的方程组,但方程组中含有 3 个未知数 a 、

b, h , 这时方程的个数少于未知数的个数, 因此不可能求出所有未知数的解, 而只能以其中的一个未知数去表示其他两个未知数或求出三个未知数的比.

解法 1 (1) 此时相对于警戒线的水面高度的代数式为 $(b-na)x+h$.

(2) 根据题意, 得 $\begin{cases} 30(b-a)+h=0, \\ 10(b-2a)+h=0. \end{cases}$ 解之, 得 $a=2b, h=30b$.

设想 6 个水闸全部打开, 则 3 小时后相对于警戒线的水面高度为

$$(b-na)x+h=(b-12b)\times 3+30b=-3b(\text{米}).$$

因为 $b>0$, 所以 $-3b<0$. 所以水库能在 3 小时内使水位降至警戒线.

解法 2 (1) 此时相对于警戒线的水面高度的代数式为 $h-(na-b)x$.

(2) 根据题意, 得 $\begin{cases} h-30(a-b)=0, \\ h-10(2a-b)=0. \end{cases}$ 解之, 得 $a=2b, h=30b$.

若 n ($1\leq n\leq 6, n$ 为整数) 个水闸同时打开, 3 小时后水位不高于警戒线, 则

$$h-(na-b)x=30b-3(2nb-b)=33b-6nb=b(33-6n)\leq 0.$$

因为 $b>0$, 所以 $33-6n\leq 0$, 即 $\frac{33}{6}\leq n\leq 6$.

又因为 n 为整数, 所以 $n=6$.

所以, 当 6 个泄洪闸同时打开时, 水库能在 3 小时内使水位降至警戒线.

例 5 先阅读下面两个图(图 1-2、图 1-3), 再解答提出的问题.

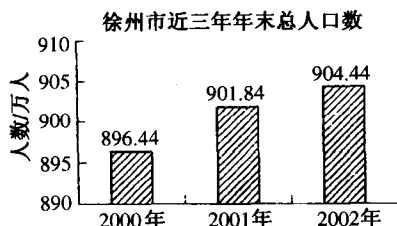


图 1-2

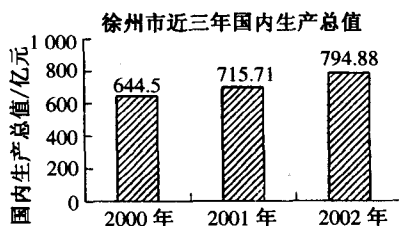


图 1-3

(1) 请计算近三年来徐州市人均国内生产总值, 并填入下表.(精确到 1 元)

年 份	2000 年	2001 年	2002 年
人均国内生产总值/元			

(2) 从 2000 年到 2002 年, 人均国内生产总值平均每年增长的百分率是多少?(精确到 0.1%)
(2003 年徐州市中考题)

分析 (1) 通过图表获取数据, 是近年来中考应用题中常用的形式.

(2) 对于较大(或较小)的数的计算, 可以利用科学记数法. 1 亿可化为 10^8 , 1 万可化为 10^4 .

第(1)小题的第一空, 可以这样计算:

$$\frac{644.5 \times 10^8}{896.44 \times 10^4} \approx 0.71895 \times 10^4 \approx 7189.5 \approx 7190.$$

(3) 在规定了精确度的情况下使用科学计算器计算, 可以不考虑中间计算过程中的精确度,

但最后结果要按规定的精确度给出.

解 (1) 7 190, 7 936, 8 789.

(2) 设人均国内生产总值平均每年增长的百分率为 x .

根据题意, 得 $7\,190(1+x)^2 = 8\,789$.

解之, 得 $x_1 \approx 0.106$, $x_2 \approx -2.106$ (不合题意, 舍去).

答 从 2000 年到 2002 年, 徐州市人均国内生产总值平均每年增长 10.6%.

说明 在第(1)小题的计算中, 有的学生将人均国内生产总值计算为不到 1 元, 有的计算为几十万、几百万元. 除了计算错误外, 也说明同学们平时对家乡的建设成就和自己身边的大事不够关心. 要做好应用题, 除了要有扎实的数学基本功, 还要平时多看报、看书、看新闻联播, 关心社会和科学的发展, 积极参加社会实践活动.

第(2)小题如果先分别算出 2000 年到 2001 年的增长率和 2001 年到 2002 年的增长率, 再将两个增长率的和除以 2, 作为 2000 年到 2002 年的平均增长率. 这样的做法对吗?

请看下面的分析:

假设某工厂第 1 年的产量为 a , 第 1 年到第 2 年的增长率为 m , 第 2 年到第 3 年的增长率为 n ($m \neq n$), 则第 2 年的产量为 $a(1+m)$, 第 3 年的产量为 $a(1+m)(1+n)$.

如果认为第 1 年到第 3 年的平均增长率为 $\frac{m+n}{2}$, 则第 2 年的产量为 $a\left(1+\frac{m+n}{2}\right)$, 第 3 年的产量为 $a\left(1+\frac{m+n}{2}\right)^2$. 那么, 等式 $a\left(1+\frac{m+n}{2}\right)^2 = a(1+m)(1+n)$ 成立吗?

两边同除以 a , 则左边 $= 1 + (m+n) + \left(\frac{m+n}{2}\right)^2$, 右边 $= 1 + mn + m + n$.

左边 - 右边 $= \left(\frac{m+n}{2}\right)^2 - mn = \frac{1}{4}(m^2 + 2mn + n^2 - 4mn) = \frac{1}{4}(m-n)^2$.

所以, 当 $m = n$ 时, 左边 - 右边 $= 0$, 等式成立; 当 $m \neq n$ 时, 左边 - 右边 $\neq 0$, 等式不成立.

因此, 由于 $m \neq n$, 把 $\frac{m+n}{2}$ 当作第 1 年到第 3 年的平均增长率是错误的.

例 6 阅读下列内容:

某商场在促销期间规定, 商场内所有商品按标价的 80% 出售. 同时当顾客在该商场消费满一定金额后, 可按如下方案获得相应金额的奖券:

消费金额 a /元	$200 \leq a < 400$	$400 \leq a < 500$	$500 \leq a < 700$	$700 \leq a < 900$	...
获得奖券的金额/元	30	60	100	130	...

根据上述促销方法, 顾客在商场内购物可以获得双重优惠. 例如, 购买标价为 450 元的商品, 则消费金额为 $450 \times 80\% = 360$ (元), 获得的优惠额为 $450 \times (1 - 80\%) + 30 = 120$ (元). 设购买商品得到的优惠率 $=$ 购买商品获得的优惠额 $\div$ 商品的标价.

在阅读了以上内容后, 你一定学会了一种方法. 请运用你学到的方法解答下列问题:

(1) 购买一件标价为 1 000 元的商品, 顾客得到的优惠率是多少?

(2) 对于标价在 500 元与 800 元之间 (含 500 元和 800 元) 的商品, 顾客购买标价为多少元的

商品可以得到 $\frac{1}{3}$ 的优惠率?

(2004 年常州市中考题)

分析 本题紧密联系实际生活,考查了阅读理解能力,同时考查了分类讨论的思想方法.阅读时首先要分清几个概念:标价、消费金额、优惠额、优惠率;其次,要弄清这几个概念之间的关系,通过给出的例子理解“双重优惠”的办法;最后,要明确所提问题的要求.

第(1)小题的解答有助于理解优惠办法及优惠率;解第(2)小题时,注意不要把“标价”与“消费金额”混淆,可以把“标价”的范围转化为“消费金额”的什么范围,再按“消费金额”分类讨论.

解 (1) 消费金额为 $1\,000 \times 80\% = 800$ (元),优惠额为 $1\,000 \times (1 - 80\%) + 130 = 330$ (元),优惠率为 $330 \div 1\,000 = 33\%$.

(2) 设购买标价为 x 元的商品可以得到 $\frac{1}{3}$ 的优惠率.

购买标价为 500 元与 800 元之间的商品时,消费金额 a 在 400 元与 640 元之间.

① 当 $400 \leq a < 500$ 时, $500 \leq x < 625$,由题意得 $\frac{0.2x + 60}{x} = \frac{1}{3}$. 解之,得 $x = 450$. 但 $450 < 500$,不合题意,故舍去.

② 当 $500 \leq a < 640$ 时, $625 \leq x < 800$,由题意得 $\frac{0.2x + 100}{x} = \frac{1}{3}$. 解之,得 $x = 750$. 而 $625 \leq 750 < 800$,符合题意.

故购买标价为 750 元的商品可以得到 $\frac{1}{3}$ 的优惠率.

说明 在本题中,同学们还可以思考下面几个问题:(1) 要得到 $\frac{1}{3}$ 的优惠率,除了购买标价为 750 元的商品外,还可以购买标价为多少元的商品?(2) 优惠率能不能超过 $\frac{1}{3}$? 比如购买标价为多少元的商品,优惠率为 35%?(3) 获得奖券的金额也可利用商品价格的范围表示:

商品价格 x /元	$250 \leq x < 500$	$500 \leq x < 625$	$625 \leq x < 875$	$875 \leq x < 1\,125$	...
获得奖券的金额/元	30	60	100	130	...

这样就能很快知道优惠额并计算出优惠率. 请你根据此表分别计算标价为 975 元、667 元的商品的优惠率. 你能从计算过程中发现什么吗?

例 7 随着城市人口的不断增加,美化城市、改善人民的居住环境已成为城市建设的一项重要内容. 某城市计划到 2003 年要将该城市的绿地面积在 2001 年的基础上增加 44%, 同时要求该城市到 2003 年人均绿地的占有量在 2001 年的基础上增加 21%. 为保证实现这个目标,这两年该城市人口的平均增长率应控制在多少以内?(精确到 0.1%) (2001 年连云港市中考题改编)

解 设 2001 年该城市总人口为 m , 绿地总面积为 n . 这两年该城市人口的平均增长率至多为 x . 由题意,得

$$\frac{n(1 + 44\%)}{m(1 + x)^2} = \frac{n}{m}(1 + 21\%), \text{ 即 } (1 + x)^2 = \frac{1.44}{1.21}.$$

解之,得 $x_1 \approx 0.0909$, $x_2 \approx -2.0909$ (不合题意,舍去).

因为平均增长率不能超过 0.0909, 所以应取 0.090, 即 9.0%.

答 这两年该城市人口的平均增长率应控制在 9.0% 以内.

说明 (1) 设辅助未知数可以使复杂问题简单化,便于找到等量关系,列出方程. 该题虽然在一个方程中出现了 3 个未知数,但其中两个未知数可以通过约分消掉,实际上仍是解一个一元

二次方程.

(2) 根据实际问题的要求,这里取近似值时不能用四舍五入法,应用去尾法.

例8 某商场根据市场信息,对商场中现有的两台不同型号的空调进行调价销售,其中一台空调调价后售出可获利10%(相对于进价),另一台空调调价后售出则亏本10%(相对于进价).而这两台空调调价后的售价恰好相同,那么商场把这两台空调调价后售出().

- A. 既不获利也不亏本 B. 可获利1% C. 要亏本2% D. 要亏本1%

(2001年无锡市中考题)

解 设一台的进价为 m 元,另一台的进价为 n 元.由题意,得

$$m(1+10\%) = n(1-10\%) \quad ①,$$

解之,得

$$m = \frac{0.9}{1.1}n.$$

$$\frac{\text{调价后两台售价的和}}{\text{两台进价的和}} = \frac{1.1m + 0.9n}{m + n} \quad ②,$$

将 $m = \frac{0.9}{1.1}n$ 代入 ② 式,得 $\frac{1.1 \times \frac{0.9}{1.1}n + 0.9n}{\frac{0.9}{1.1}n + n} = 0.99.$

$$1 - 0.99 = 0.01 = 1\%.$$

所以两台空调调价售出后要亏本1%,故选D.

说明 解有关利润的问题时,需明确以下几个关系: ① 利润 = 售价 - 进价. ② 利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{进价}}$. ③ 售价 = 进价 $\times (1 + \text{利润率})$. ④ 若 $\frac{\text{售价}}{\text{进价}} > 1$, 则盈利; 若 $\frac{\text{售价}}{\text{进价}} < 1$, 则亏本; 若 $\frac{\text{售价}}{\text{进价}} = 1$, 则不盈利也不亏本.

例9 某商品现在的进货价比原来的进货价便宜8%,而售价保持不变,那么它的利润(按进货价而定)可由原来的 $x\%$ 增加到现在的 $(x+10)\%$, 则 $x\%$ 是().

- A. 12% B. 15% C. 30% D. 50%

(2000年荆州市中考题改编)

解 设商品原来的进价为 a 元,则现在的进价为 $(1-8\%)a$ 元,再设售价为 b 元.则

$$\begin{cases} \frac{b-a}{a} = x\% \quad ①, \\ \frac{b-(1-8\%)a}{(1-8\%)a} = (x+10)\% \quad ②. \end{cases}$$

由①得, $b = (1+x\%)a$. 代入②,得

$$(1+x\%)a - (1-8\%)a = (x+10)\% \times (1-8\%)a.$$

解之,得 $x = 15$.

所以选B.

习 题 1

1. 2004年4月,我国铁路第5次大提速.假设K120次空调快速列车的平均速度提速后比提速前提高了44千

米/时,提速前的列车时刻表如下表所示.

行驶区间	车 次	起始时刻	到站时刻	历 时	全程里程
A 地—B 地	K120	2:00	6:00	4 小时	264 千米

请你根据题目提供的信息填写提速后的列车时刻表:

行驶区间	车 次	起始时刻	到站时刻	历 时	全程里程
A 地—B 地	K120	2:00			264 千米

(2004 年北京市海淀区中考题改编)

2. 某银行设立大学生助学贷款,6 年期的贷款年利率为 6%,贷款利息的 50%由国家财政补贴.某大学生预计 6 年后能一次性偿还 2 万元,则他现在可以贷款的数额是_____万元.(精确到 0.1 万元)

(2002 年泰州市中考题)

3. 某市开展“保护母亲河”植树造林活动.该市金桥村有 1 000 亩荒山绿化率达 80%,300 亩良田视为已绿化,河坡地植树绿化率已达 20%,目前金桥村所有土地的绿化率为 60%,则河坡地有_____亩.

(2003 年泰州市中考题)

4. 已知水的密度为 1,冰的密度为 0.9.现将 1 个单位体积的水结成冰后的体积增长率记为 p ,1 个单位体积的冰溶成水后的体积的下降率记为 q ,则 p 、 q 的大小关系为().

A. $p > q$ B. $p = q$ C. $p < q$ D. 不能确定

(2003 年荆门市中考题)

5. 一家商店将某种服装按成本价提高 40%后标价,又以 8 折(即按标价的 80%)优惠卖出,结果每件服装仍可获利 15 元,则这种服装每件的成本价是().

A. 120 元 B. 125 元 C. 135 元 D. 140 元

(2002 年荆州市中考题)

6. 一组学生去春游,预计共需费用 120 元,后来又有 2 人参加进来,全部费用不变,于是每人可少分摊 3 元,原来这组学生人数是().

A. 15 人 B. 10 人 C. 12 人 D. 8 人

(2004 年云南省中考题)

7. 夏季,为了节约用电,常对空调采取调高设定温度和清洗设备两种措施.某宾馆先把甲、乙两种空调的设定温度都调高 1°C ,结果甲种空调比乙种空调每天多节电 27 度;再对乙种空调清洗设备,使得乙种空调每天的总节电量是只将温度调高 1°C 后的节电量的 1.1 倍.措施实施后,这样两种空调每天共节电 405 度.求只将温度调高 1°C 后两种空调每天各节电多少度.

(2005 年北京市中考题)

8. 为了保护生态平衡,绿化环境,国家大力鼓励“退耕还林、还草”,其补偿政策如表 1.丹江口库区某农户积极响应我市为配合国家“南水北调”工程提出的“一江春水送北京”的号召,承包了一片山坡地种树种草,得到国家的补偿如表 2.该农户种树、种草各多少亩?

(2003 年十堰市中考题)

表 1 种树、种草每亩每年补粮补钱情况表

	种 树	种 草
补 粮	150 千克	100 千克
补 钱	200 元	150 元

表 2 该农户收到乡政府下发的年种
树种草亩数及补偿通知单

种树、种草	补 粮	补 钱
30 亩	4 000 千克	5 500 元

9. (1) 据 2001 年中国环境状况公报,我国因水蚀和风蚀造成的水土流失面积达 356 万平方公里,其中风蚀造成的水土流失面积比水蚀造成的水土流失面积多 26 万平方公里. 水蚀与风蚀造成的水土流失面积各多少万平方公里?
- (2) 某省重视治理水土流失问题. 2001 年治理了水土流失面积 400 平方公里,为加大治理力度,计划 2002 年、2003 年每年治理水土流失面积都比前一年增长一个相同的百分数,到 2003 年底,使这三年治理的水土流失面积达到 1 324 平方公里. 求该省 2002 年、2003 年治理水土流失面积每年增长的百分数.
- (2002 年北京市西城区中考题)
10. 为了能有效地使用电力资源,宁波市电业局从 2002 年 1 月起进行居民“峰谷”用电试点. 每天 8:00 至 22:00 用电每千瓦·时 0.56 元(“峰电”价),22:00 至次日 8:00 用电每千瓦·时 0.28 元(“谷电”价),而目前不使用“峰谷”电的居民用电每千瓦·时 0.53 元.
- (1) 一居民家庭当月使用“峰谷”电后,付电费 95.2 元,经测算比不使用“峰谷”电节约 10.8 元,该家庭当月使用“峰电”和“谷电”各多少千瓦·时?
- (2) 当“峰电”用量不超过每月总用电量的百分之几时,使用“峰谷”电合算?(精确到 1%)
- (2002 年宁波市中考题)
11. 据有关部门统计,20 世纪初全世界共有哺乳类和鸟类动物约 13 000 种. 由于环境等因素的影响,到 20 世纪末这两类动物种数共灭绝约 1.9%,其中哺乳类动物灭绝 3.0%,鸟类动物灭绝约 1.5%.
- (1) 20 世纪初哺乳类动物和鸟类动物各有多少种?
- (2) 现在人们越来越意识到保护动物就是保护人类自己. 到本世纪末,如果要把哺乳类动物和鸟类动物的灭绝种数控制在 0.9% 以内,其中哺乳类动物灭绝的种数与鸟类动物灭绝的种数之比约为 6:7. 为实现这个目标,鸟类灭绝不能超过多少种?(本题所求结果均精确到十位)
- (2002 年淮安市中考题)
12. 到 2002 年底,沿海某市共有未被开发的滩涂约 510 万亩. 在海潮的作用下,如果今后 20 年内,滩涂平均每年以 2 万亩的速度向外淤长增加. 为了达到既保护环境,又发展经济的目的,从 2003 年初起,每年开发 0.8 万亩.
- (1) 多少年后,该市未被开发的滩涂总面积可超过 528 万亩?
- (2) 由于环境得到保护,预计该市的滩涂旅游业每年将比上一年增加收入 200 万元;开发的滩涂,从第三年起开始收益,每年每亩可收入 400 元. 从 2002 年算起,要经过多少年,仅这两项收入将使全市的收入比 2002 年多 3 520 万元?
- (2003 年盐城市中考题)
13. 据报道,徐州至连云港铁路的提速改造工程已于 2005 年 4 月 20 日全面开工建设,工程完成后,旅客列车的平均速度将提高到现在的 1.5 倍,运行时间缩短 38 分钟. 徐州站到连云港站之间的行程约为 190 千米,那么现在旅客列车的平均速度是多少?
- (2005 年徐州市中考题)
14. 周末某班组织登山活动,同学们分成甲、乙两组从山下沿着一条道路同时向山顶进发. 设甲、乙两组行进同一段山路所用的时间之比为 2:3.
- (1) 直接写出甲、乙两组行进速度之比.
- (2) 当甲组到达山顶时,乙组行进到山腰 A 处,且 A 处离山顶的路程尚有 1.2 千米. 试求山脚到山顶的路程.

- (3) 在题(2)已知条件的基础上,设乙组从 A 处继续登山,甲组到达山顶后休息片刻,再从原路下山,并且在山腰 B 处与乙组相遇.请你先根据以上情境提出一个相应的问题,再给予解答.(要求:①问题的提出不得再增添其他条件;②问题的解决必须利用上述情境提供的所有已知条件) (2003 年泉州市中考题)

15. 我国年人均用纸量约为 28 公斤,每个初中毕业生离校时大约有 10 公斤废纸.用 1 吨废纸造出的再生好纸能节约的造纸木材相当于 18 棵大树,而平均每亩森林只有 50~80 棵这样的大树.

- (1) 若我市 2005 年初中毕业生中环保意识较强的 5 万人,能把自己离校时的全部废纸送到回收站使之制造成再生好纸,那么最少可使多少亩森林免遭砍伐?
- (2) 宜昌市从 2001 年初开始实施天然林保护工程,到 2003 年初成效显著,森林面积大约由 1 374.094 万亩增加到 1 500.545 万亩.假设我市年用纸量的 15% 可以作为废纸回收,森林面积年均增长率保持不变,请你按宜昌市总人口约为 415 万计算,在 2005 年年初到 2006 年年初这一年度内,我市新增加的森林面积与因回收废纸所能保护的森林面积之和最多能达到多少亩.(精确到 1 亩) (2005 年宜昌市中考题)