重点大学计算机教材

HZ BOOKS

Petri网导论

吴哲辉 著

机械工业出版社
China Machine Press

重点大学计算机教材

Petri网导论

吴哲辉 著

机械工业出版社
China Machine Press

本书是作者在从事Petri网理论课程教学的基础上撰写而成，主要介绍Petri网的基本原理和基本分析方法，以及这些原理和方法在对实际系统进行建模和分析中的应用，同时也包含了一部分作者自己的研究成果。主要内容包括：Petri网的基本概念、基本性质和基本分析方法，各种常见的Petri网的变型模型，通用网论中并发论和同步论的基本内容等。

本书可作为高等院校计算机专业、自动化专业的研究生或高年级本科生教材，也可供相关技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

Petri网导论/吴哲辉著. －北京：机械工业出版社，2006.4
（重点大学计算机教材）
ISBN 7-111-18278-2

Ⅰ.P…　Ⅱ.吴…　Ⅲ.计算机网络－高等学校－教材　Ⅳ.TP393

中国版本图书馆CIP数据核字（2006）第019926号

机械工业出版社（北京市西城区百万庄大街22号　邮政编码　100037）
责任编辑：李伯民
北京牛山世兴印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
2006年4月第1版第1次印刷
787mm × 1092mm 1/16 ·20印张
定价：35.00元

凡购本书，如有倒页、脱页、缺页，由本社发行部调换
本社购书电话：（010）68326294

前　言

Petri网是分布式系统的建模和分析工具。它特别便于描述系统中进程或部件的顺序、并发、冲突以及同步等关系。 同其他系统网模型相比较，对真并发的恰切描述是Petri网的独特优势。

Petri网的概念是1962年由德国科学家Carl Adam Petri在他的博士论文“Kommunikation mit Automaten”（用自动机通信）中首先提出来的。为了使并发这一概念直观化，论文中提出了一种用于描述物理进程和物理系统的组合的网状模型。由此发展起来的一类系统模型，后来被人们称之为Petri网。20世纪70年代初，Petri网的概念和思想方法受到欧美学者的广泛关注。对Petri网的各种性质的研究，以及把Petri网应用于各种实际系统的建模和性质分析的论文和研究报告开始大量涌现。经过40多年的发展，不仅Petri网理论本身已形成一门系统的、独立的学科分支，而且Petri网在计算机科学技术（如操作系统、并行编译、网络协议、软件工程、形式语义、人工智能等），自动化科学技术（如离散事件动态系统、混杂系统等），机械设计与制造（如柔性制造系统），以及其他许多科学技术领域，都得到广泛的应用。Petri网理论的发展必将为信息论奠定坚实的理论基础。

作为一种系统模型，Petri网不仅可以刻画系统的结构，而且可以描述系统的动态行为（如系统的状态变化等）。Petri网既有直观的图形表示，又可以引入许多数学方法对其性质进行分析。对于复杂的系统，Petri网可以对其进行分层描述，逐步求精，便于同面向对象的思想方法相沟通。

应该说，Petri网的基本概念是十分简单的。借助Petri 网的图形表示，对Petri网的基本结构和运行法则，只需半天时间就可以有个基本了解。然而，Petri网理论的内涵又是十分丰富的。对Petri网的各种性质进行分析，除了对Petri网的运行规律要有深刻的理解外，还需要在线性代数、图论、形式语言理论、逻辑学等方面有坚实的基础。至今，对Petri网的若干重要性质普遍适用的判定条件或判定算法尚未得到。即使是对某些Petri网子类给出了相应的判定方法，也大多转化为线性方程组或线性不等式的整数解求解问题，网的局部结构的求解问题，或者合法变迁序列的求解问题。对这些求解问题设计出有效算法也往往不是轻而易举的事。至于通用网论，则是信息科学中的进程理论和方法同近代与现代物理的时空观的有机融合。C.A.Petri提出Petri网这种系统模型，其目标是想用一种兼容物理和计算机科学两者的语言和概念构架来形式描述制约通信进程的所有“自然法则”。这一宏伟计划也尚未完全实现。

可以说，Petri网理论是一种易懂难精的学问。这一点类似于围棋。Petri教授把他提出Petri网概念这件工作戏称为发明了一种借助图形符号和小石子来玩的游戏。我体会也含有这样的一层意思。

科学理论的生命力在于应用。Petri网理论之所以能够得到长足的发展，也是因为它在许多应用领域显示出很强的建模和分析能力。从事Petri应用研究的工作者，除了应是其应

用领域的专家以外，还要求对Petri网的基本概念、基本原理和基本分析方法有较系统的了解。可以见到一些Petri网应用论文，为了描述某些实际系统，往往在原型Petri网的基础上添加上许多个“元”，提出所谓的新型Petri网，而作者并未对“新型Petri网”的分析方法进行讨论，就下结论说这个网系统具有哪些性质。人们无从知道这些结论是怎么得到的。其实，网系统模型越复杂，对其性质的分析就越困难（尽管加入一些新“元”能对实际系统的描述带来一些方便）。当网模型中对一些“元”有很苛刻的限制条件，或者对其中一些“元”不能给出形式化的表述时，即使只想用网模型对实际系统作一些运行仿真研究，也是难以做到的。因此，在从事Petri网的应用研究时，即使只想用Petri网作为实际系统的描述和分析工具（而不准备对Petri网理论本身进行研究），也需要对Petri网的基本原理和基本分析方法进行较系统的学习和了解。

本书主要介绍Petri网的基本原理和基本分析方法，以及这些原理和方法在对实际系统进行建模和分析中的应用。全书共12章，大致可以分为三个部分。第一部分是前6章。这部分以原型Petri网为主要对象，介绍Petri网的基本概念、基本性质和基本分析方法。我以为，作为学习Petri网理论的第一步，学习和掌握这部分内容是必要的。这些内容虽然是针对原型Petri网展开讨论的，但所提出的原理和方法具有普遍意义。有些应用问题可能使用变型Petri网建模更方便。然而，对每一种变型模型，除了其本身添加的一些特定条件外，还是要遵循Petri网的基本规则的。因此，对变型模型的分析方法，就是Petri网的基本分析方法同特定条件相结合的产物。第7章到第10章属于第二部分。这部分介绍几种Petri网的变型模型，包括高级Petri网、增广Petri网和含时间因素的Petri网等。这些变型模型都是在Petri网应用研究中，为了对某些实际系统建模的需要而提出的，并且已得到较普遍的认可。对于这些变型模型，除了介绍其基本概念以外，我们也对其分析方法进行一些讨论，并通过举例说明怎样用这些变型模型对实际系统进行建模和分析。第三部分是第11章和第12章。这两章对通用网论中并发论和同步论的基本内容作一简介。通用网论是Petri教授致力于架构描述制约通信进程的自然法则的主要内容。学习和了解这一部分内容，有助于对网论的思想精髓加深理解。

只要具有离散数学和线性代数的基础知识，就可以读懂本书的大部分章节。书中也有少量内容涉及到形式语言与自动机理论、操作系统以及数字逻辑等方面的知识。

本书可以作为一门研究生课程的教材，用60学时讲授。第1章到第4章，以及第6章是基本内容，这5章至少需要40学时。第5章可以根据情况选取部分内容讲授，第7章到第10章可以只讲授各种系统模型的基本概念，可以让学生根据自己的兴趣和爱好选读应用实例，教师给以指导。第11章和第12章不作为基本教学内容，只是给那些希望学习和研究通用网论的学生提供一个入门导引。

本书的内容中也包含了一部分作者自己的研究成果。自1987年以来，作者在Petri网领域的研究工作一直得到国家自然科学基金的资助。正是连续近20年不断的研究工作，使我加深了对Petri网基本原理的理解。借本书出版之际，谨向国家自然科学基金委员会致以衷心的感谢。在作者长期承担国家自然科学基金项目的过程中，项目课题组成员团结协作、共同研究，许多成果都是同他们合作研究得到的。这些成员中，主要有王培良教授、许安国教授和蒋昌俊教授等。在此向他们表示衷心的感谢。

本书是在作者从事Petri网理论课程教学的基础上写成的。书中大部分题材都在作者编写的讲义中采用过。教学的对象主要是硕士研究生。在教学过程中，不少研究生指出了讲义中存在的一些不妥之处。一些研究生在课程学习之后，对某些问题展开了研究工作，他们的一些研究成果也被收入本书中。方欢、孙琳、徐誉尹和吴振寰等，为本书稿的打印和排版付出了艰辛的劳动。在此也一并向他们表示感谢。

在此要感谢机械工业出版社华章分社。该分社温莉芳总编的真诚约稿和热情支持，使我鼓起了撰写本书的勇气，并使本书得以付梓。

由于水平有限，书中可能会有一些错误和不妥之处，敬请专家和读者指正。

吴哲辉

作者简介

吴哲辉　1941年3月生于广东省连州市，1965年毕业于中山大学数学力学系。1981年到1983年在美国芝加哥伊利诺伊大学作访问学者，学习计算机科学理论，从那时起开始从事Petri网理论及应用的研究工作。现任山东科技大学教授、博士生导师，中国计算机学会Petri网专委会主任。

从1987年开始，他主持承担过关于Petri网理论和应用研究的6项国家自然科学基金项目，在《中国科学》、《科学通报》、《计算机学报》、《软件学报》、《Journal of The Franklin Institute》、《International Journal of Mathematics and Computer Science》等国内外学术刊物发表学术论文100余篇，获得过原国家教委、煤炭部和山东省的4项省部级科技奖。先后被评为国家级有突出贡献的中青年专家、山东省专业技术拔尖人才、全国模范教师等。

下面照片是2003年 C.A. Petri 博士（中）到北京讲学时，作者（右）同北京大学袁崇义教授（左）合影。

目　录

第 1 章　网与网系统

1.1　网与子网

Petri 网是用于描述分布式系统的一种模型。它既能描述系统的结构，又能模拟系统的运行。描述系统结构的部分称为网（net）。从形式上看，一个网就是一个没有孤立结点的有向二分图。

定义 1.1　满足下列条件的三元组 $N=(S,T;F)$ 称作一个网：

1）$S\cup T\neq\emptyset$　(1.1)

2）$S\cap T=\emptyset$　(1.2)

3）$F\subseteq(S\times T)\cup(T\times S)$　(1.3)

4）$\mathrm{dom}(F)\cup\mathrm{cod}(F)=S\cup T$　(1.4)

其中

$$\mathrm{dom}(F)=\{x\in S\cup T\,|\,\exists y\in S\cup T:(x,y)\in F\}\tag{1.5}$$

$$\mathrm{cod}(F)=\{x\in S\cup T\,|\,\exists y\in S\cup T:(y,x)\in F\}\tag{1.6}$$

□

(1.2) 式指出，S 和 T 是两个不相交的集合（一般情况下可假定它们为有限集），它们是网 N 的基本元素集。S 的元素称为 S- 元或库所（place），也称为位置，T 的元素称为 T- 元或变迁（transition），F 是网 N 的流关系（flow relation）。用图形来表示一个网时，把一个 S- 元画成一个小圆圈，一个 T- 元画成一个小矩形。对 $x,y\in S\cup T$，若 $(x,y)\in F$，则从 x 到 y 画一条有向边。(1.3) 式指出，有向边只存在于小圆圈和小矩形之间，任意两个小圆圈之间或任意两个小矩形之间都没有有向边相连接。(1.4) 式指出，一个网中不应有孤立结点。

定义 1.2　设 $N=(S,T;F)$ 为一个网。对于 $x\in S\cup T$，记

$$^\bullet x=\{y\,|\,y\in S\cup T\wedge(y,x)\in F\}\tag{1.7}$$

$$x^\bullet=\{y\,|\,y\in S\cup T\wedge(x,y)\in F\}\tag{1.8}$$

称 $^\bullet x$ 为 x 的前集或输入集，$x^\bullet$ 为 x 后集或输出集。称 $^\bullet x\cup x^\bullet$ 为元素 x 的外延。　□

显然，一个库所的外延是变迁集 T 的一个子集，一个变迁的外延是库所集 S 的一个子集。对 $\forall x\in S\cup T$，x 的外延 $^\bullet x\cup x^\bullet$ 都不可能是空集（否则 x 就是一个孤立结点）。

例 1.1 图 1.1 是一个网 $N_1=(S,T;F)$ 的图形表示，其中

$$S=\{s_1,s_2,s_3,s_4\}$$
$$T=\{t_1,t_2,t_3,t_4\}$$
$$F=\{(s_1,t_2),(s_2,t_1),(s_2,t_4),(s_3,t_3),(s_3,t_4),\\(s_4,t_3),(t_1,s_1),(t_2,s_2),(t_2,s_3),(t_3,s_1),(t_4,s_4)\}$$

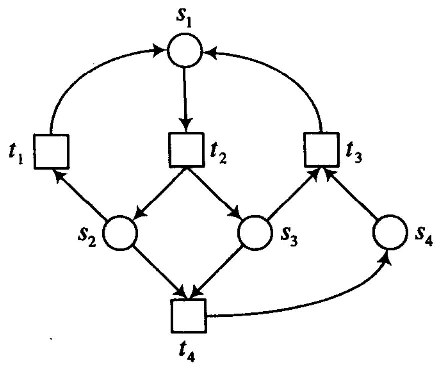


图 1.1 网 N_1

对于库所 s_1，它的前集和后集分别为

$$^\bullet s_1=\{t_1,t_3\},\quad s_1^\bullet=\{t_2\}$$

而变迁 t_2 的前集和后集分别为

$$^\bullet t_2=\{s_1\},\quad t_2^\bullet=\{s_2,s_3\}$$

易知，在一个网 $N=(S,T;F)$ 中，对任意 $t\in T$ 和任意 $s\in S$，

$$t\in {}^\bullet s \text{ 当且仅当 } s\in t^\bullet$$
$$t\in s^\bullet \text{ 当且仅当 } s\in {}^\bullet t$$

从图 1.1 可以看出，在网 N_1 中对任意 $x\in S\cup T$ 都有 $^\bullet x\neq\emptyset$ 且 $x^\bullet\neq\emptyset$。

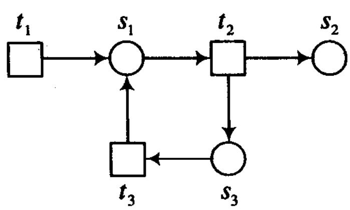


图 1.2 网 N_2

图 1.2 是另一个网 N_2 的图形表示。从图形表示可以看出，在网 N_2 中

$$^\bullet t_1=\emptyset,\quad s_2^\bullet=\emptyset$$

定义 1.3 设 $N=(S,T;F)$ 是一个网。

1）若 $\forall x\in S\cup T$，

$$^\bullet x\cap x^\bullet=\emptyset \tag{1.9}$$

则称 N 为一个纯网（pure net）。

2）若 $\forall x, y \in S \cup T$，

$$({}^\bullet x = {}^\bullet y) \wedge (x^\bullet = y^\bullet) \rightarrow x = y \tag{1.10}$$

则称 N 为一个简单网（simple net）。

3）若 $\forall s \in S$，

$$|{}^\bullet s| = |s^\bullet| = 1 \tag{1.11}$$

则称 N 为一个 T- 图（T-graph）。

4）若 $\forall t \in T$，

$$|{}^\bullet t| = |t^\bullet| = 1 \tag{1.12}$$

则称 N 为一个 S- 图（S-graph）。

5）若 $\forall t_1, t_2 \in T(t_1 \neq t_2)$，

$${}^\bullet t_1 \cap {}^\bullet t_2 \neq \emptyset \rightarrow |{}^\bullet t_1| = |{}^\bullet t_2| = 1 \tag{1.13}$$

则称 N 为一个自由选择网（free-choice net）。

6）若 $\forall t_1, t_2 \in T(t_1 \neq t_2)$，

$${}^\bullet t_1 \cap {}^\bullet t_2 \neq \emptyset \rightarrow {}^\bullet t_1 = {}^\bullet t_2 \tag{1.14}$$

则称 N 为一个扩充的自由选择网（extended free-choice net）。 □

例 1.2 容易验证，图 1.1 所示的网 N_1 和图 1.2 所示的网 N_2 都既是纯网，又是简单网。因为它们的每个基本元素（库所或者变迁）都满足 (1.9) 式，每两个不同的基本元素都没有相同的外延（即 (1.10) 式中逻辑蕴含运算符“→”左边的条件只有当 x 和 y 是同一元素时才成立）。

图 1.3 的网 N_3 不是纯网，因为库所 s_1 和 s_3 以及变迁 t_1 和 t_3 都不满足 (1.9) 式。

在网 N_3 中，s_1 和 t_1 互以对方为前集元素和后集元素（输入和输出），我们说它们形成一个自环。同样，s_3 和 t_3 也形成一个自环。可见，纯网就是不含自环的网。

图 1.4 的网 N_4 不是简单网，因为在 N_4 中，t_2 和 t_3 是两个不同的变迁（$t_2 \neq t_3$），但它们有相同的前集和相同的后集（${}^\bullet t_2 = {}^\bullet t_3 \wedge t_2^\bullet = t_3^\bullet$），从而 N_4 不满足 (1.10) 式。

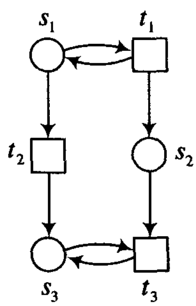


图 1.3 网 N_3

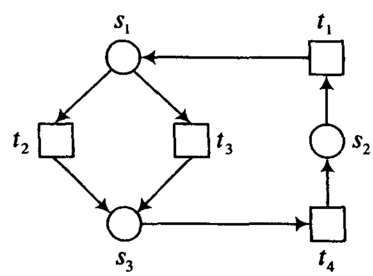


图 1.4 网 N_4

图 1.4 的网 N_4 是一个 S- 图，因为对 N_4 的每一个变迁 t_i（$i \in \{1,2,3,4\}$），都有 $|{}^\bullet t_i| = |t_i^\bullet| = 1$。但 N_4 不是 T- 图，因为库所 s_1 和 s_3 不满足 (1.11) 式的条件。

从图形表示中可以看出，网 N_1，N_2 和 N_3 都既不是 S– 图也不是 T– 图。

图 1.3 的网 N_3 和图 1.4 的网 N_4 都是自由选择网。在网 N_3 中，只有一对变迁 t_1 和 t_2 使得 $^\bullet t_1 \cap {^\bullet t_2} \neq \emptyset$，而它们都只以一个库所 s_1 为前集元素（$|^\bullet t_2| = |^\bullet t_3| = 1$）。同样的情况出现在网 N_4 中的变迁对 t_2 和 t_3。

图 1.1 所示的网 N_1 不是自由选择网。因为在 N_1 中，$^\bullet t_1 \cap {^\bullet t_4} \neq \emptyset$，但 $|^\bullet t_4| = 2$。此外 $^\bullet t_3 \cap {^\bullet t_4} \neq \emptyset$，而 $|^\bullet t_3| = 2$ 且 $|^\bullet t_4| = 2$。

在图 1.2 的网 N_2 中，对任意 t_i, t_j（$i, j \in \{1,2,3\}$ 且 $i \neq j$）都有 $^\bullet t_i \cap {^\bullet t_j} = \emptyset$。也就是说，在 (1.13) 式的逻辑蕴含式中，蕴含运算符“→”左边的逻辑值对网 N_2 来说恒为假，根据逻辑蕴含式的取值，(1.13) 式的值对网 N_2 来说恒为真。因此，N_2 也属于自由选择网的范畴。

在图 1.5 的网 N_5 中，$^\bullet t_1 \cap {^\bullet t_2} \neq \emptyset$，而 $|^\bullet t_1| = 2$ 且 $|^\bullet t_2| = 2$，因此网 N_5 不是自由选择网。但我们注意到

$$^\bullet t_1 = {^\bullet t_2} = \{s_1, s_2\}$$

即 N_5 满足 (1.14) 式，从而 N_5 是一个扩充的自由选择网。

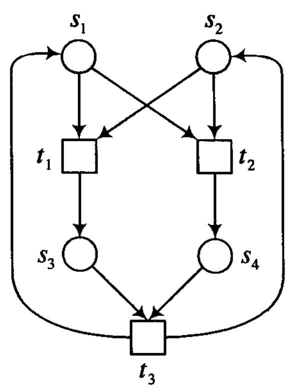


图 1.5 网 N_5

显然，自由选择网是扩充的自由选择网的一种特殊情形。

定义 1.4 设 $N = (S, T; F)$ 为一个网。

1）$N^{\mathrm{d}} = (T, S; F)$ 称为网 N 的对偶网（dual net）；

2）$N^{-1} = (S, T; F^{-1})$ 称为网 N 的逆网（inversed net），其中

$$F^{-1} = \{(x,y) \mid (y,x) \in F\} \qquad \square$$

把一个网中的全体库所改换为变迁，全体变迁改换为库所就得到这个网的对偶网。一个网的逆网就是把网中的全体有向边的方向倒置所得到的网。

定义 1.5 设 $N = (S, T; F)$ 为一个网。如果

$$\begin{aligned} & S_1 \subseteq S, \quad T_1 \subseteq T \\ & F_1 = ((S_1 \times T_1) \cup (T_1 \times S_1)) \cap F \end{aligned} \tag{1.15}$$

则称 $N_1=(S_1,T_1;F_1)$ 为网 N 的一个子网（subnet）。 □

子网的概念同图论中子图的概念是有区别的。对于一个网 $N=(S,T;F)$，库所子集 S_1 和变迁子集 T_1 一旦给出，子网 $N_1=(S_1,T_1;F_1)$ 的有向边集 F_1 就完全确定（见(1.15)式），而不能随意取舍。换句话说，一个网的子网是由其结点子集（库所子集和变迁子集）完全确定的。因此，又称 N_1 为由 S_1 和 T_1 确定的子网。下面再介绍具体的几种子网，对它们只需给出库所子集或变迁子集中的一个。

定义 1.6　设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，$S_1\subseteq S$。

1）$N_{\text{os}}(S_1)=(S_1,T_1;F_1)$ 称为网 N 关于库所子集 S_1 的外延子网（outface subnet），当且仅当

$$\begin{aligned}T_1&={}^\bullet S_1\cup S_1^\bullet=\bigcup_{s\in S_1}({}^\bullet s\cup s^\bullet)\\F_1&=((S_1\times T_1)\cup(T_1\times S_1))\cap F\end{aligned}\tag{1.16}$$

2）$N_{\text{is}}(S_1)=(S_1,T_2;F_2)$ 称为网 N 关于库所子集 S_1 的内连子网（inner-link subnet），当且仅当

$$\begin{aligned}T_2&={}^\bullet S_1\cap S_1^\bullet=(\bigcup_{s\in S_1}{}^\bullet s)\cap(\bigcup_{s\in S_1}s^\bullet)\\F_2&=((S_1\times T_2)\cup(T_2\times S_1))\cap F\end{aligned}\tag{1.17}$$

□

定义 1.7　设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，$T_1\subseteq T$。

1）$N_{\text{os}}(T_1)=(S_1,T_1;F_1)$ 称为网 N 关于变迁子集 T_1 的外延子网，当且仅当

$$\begin{aligned}S_1&={}^\bullet T_1\cup T_1^\bullet=\bigcup_{t\in T_1}({}^\bullet t\cup t^\bullet)\\F_1&=((S_1\times T_1)\cup(T_1\times S_1))\cap F\end{aligned}\tag{1.18}$$

2）$N_{\text{is}}(T_1)=(S_2,T_1;F_2)$ 称为网 N 关于变迁子集 T_1 的内连子网，当且仅当

$$\begin{aligned}S_2&={}^\bullet T_1\cap T_1^\bullet=(\bigcup_{t\in T_1}{}^\bullet t)\cap(\bigcup_{t\in T_1}t^\bullet)\\F_2&=((S_2\times T_1)\cup(T_1\times S_1))\cap F\end{aligned}\tag{1.19}$$

□

例 1.3　对于图 1.2 的网 N_2，它的对偶网 N_2^{d} 和逆网 N_2^{-1} 分别如图 1.6a) 和图 1.6b) 所示。

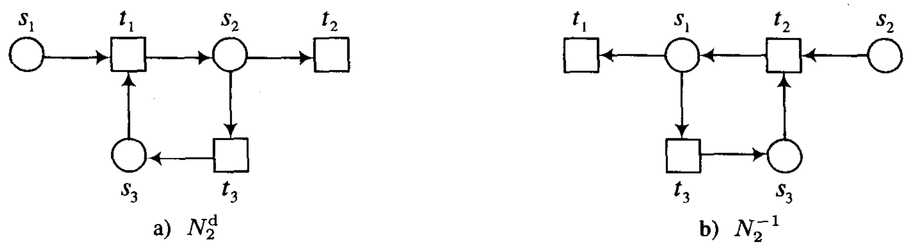


图 1.6　网 N_2 的对偶网 N_2^{d} 和逆网 N_2^{-1}

N_2 关于库所子集 $S_1=\{s_1,s_3\}$ 的外延子网 $N_{2\text{os}}(S_1)$ 和内连子网 $N_{2\text{is}}(S_1)$ 分别如图 1.7a) 和图 1.7b) 所示。

a) $N_{2os}(S_1)$ b) $N_{2is}(S_1)$

图 1.7 网 N_2 关于库所子集 $S_1=\{s_1,s_3\}$ 的外延子网 $N_{2os}(S_1)$ 和内连子网 $N_{2is}(S_1)$

N_2 关于变迁子集 $T_1=\{t_2,t_3\}$ 的外延子网 $N_{2os}(T_1)$ 和内连子网 $N_{2is}(T_1)$ 分别如图 1.8a) 和图 1.8b) 所示。

a) $N_{2os}(T_1)$ b) $N_{2is}(T_1)$

图 1.8 网 N_2 关于变迁子集 $T_1=\{t_2,t_3\}$ 的外延子网 $N_{2os}(T_1)$ 和内连子网 $N_{2is}(T_1)$

1.2 标识网与网系统

上节所定义的网只是 Petri 网的结构部分。作为一个 Petri 网，还有另一个要素：标识。用 Petri 网作为一个实际系统的模型时，网的部分描述系统的结构（因此，又称为 Petri 网模型的基网），而标识部分则反映系统的状态。

定义 1.8 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网。映射

$$M : S \to \{0,1,2,\cdots\} \tag{1.20}$$

称为网 N 的一个标识（marking）。二元组 (N,M)（也即四元组 $(S,T;F,M)$）称为一个标识网（marked net）。 □

用图形来表示一个标识网 $(S,T;F,M)$ 时，对 $s\in S$，若 $M(s)=k$，则在表示库所 s 的小圆圈内加上 k 个小黑点（当数值 k 很大时，也可以直接写上数字 k），并说库所 s 中有 k 个标志（token）或标记。

定义 1.9 一个网系统（net system）是一个标识网 $\Sigma=(S, T; F, M)$，并具有下面的变迁发生规则（transition firing rule）：

1）对于变迁 $t\in T$，如果

$$\forall s\in S : s\in {}^{\bullet}t \to M(s)\geqslant 1 \tag{1.21}$$

则说变迁 t 在标识 M 有发生权（enabled），记为 $M[t>$。

2）若 $M[t>$，则在标识 M 下，变迁 t 可以发生（fire），从标识 M 发生变迁 t 得到一个新的标识 M'（记为 $M[t>M'$），对 $\forall s \in S$，

$$M'(s) = \begin{cases} M(s)-1, 若\ s \in {}^{\bullet}t - t^{\bullet} \\ M(s)+1, 若\ s \in t^{\bullet} - {}^{\bullet}t \\ M(s), 其他 \end{cases} \tag{1.22}$$

□

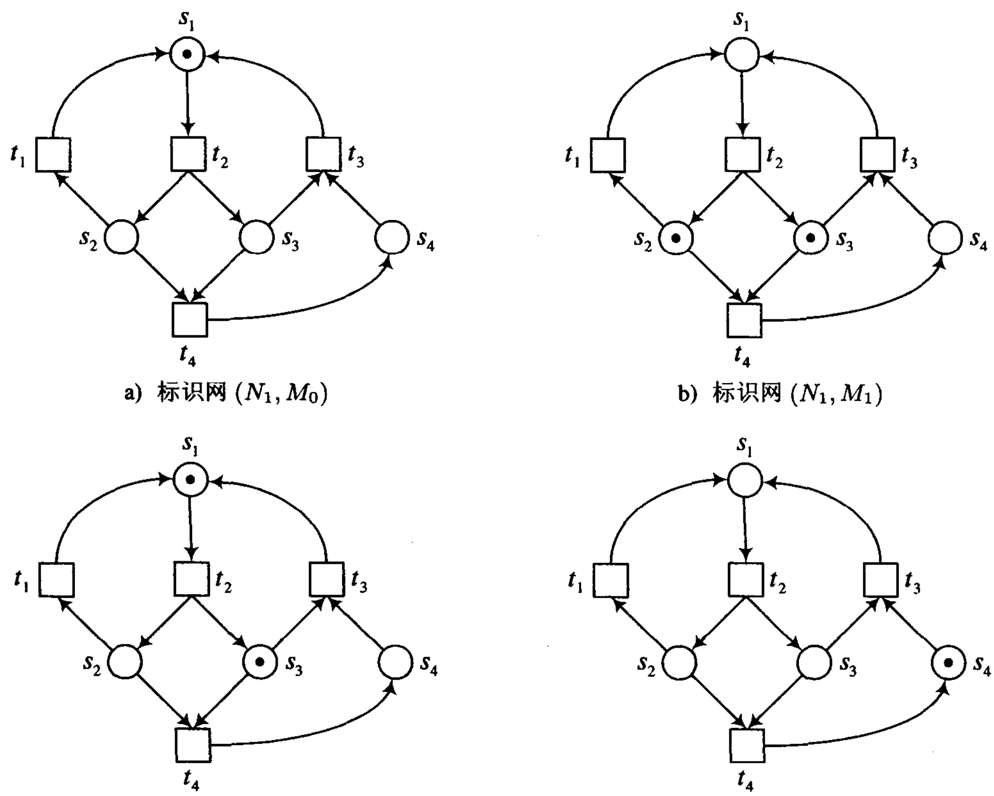
一个网系统有一个初始标识（initial marking），记为 M_0。它描述了被模拟系统的初始状态。在初始标识 M_0 下，可能有若干个变迁有发生权，其中（随意）一个变迁发生，就得到一个新的标识 M_1（不同的变迁发生，所得到的新标识一般也不相同）。在 M_1 下又可能有若干个变迁有发生权，其中（随意）一个发生，又得到一个新的标识 M_2。……这样继续下去，变迁的接连发生和标识的不断变化，就是网系统的运行。

一个网系统 $\Sigma=(N,M_0)$ 的全部可能的运行情况由它的基网 N 和初始标识 M_0 完全确定。因此，给出了基网 N 和初始标识 M_0，就确定了一个网系统。

例 1.4 对于图 1.1 的网 $N_1=(S,T;F)$，如果赋予一个初始标识

$$M_0:\ M_0(s_1)=1,\ M_0(s_2)=M_0(s_3)=M_0(s_4)=0$$

就得到一个标识网 (N_1,M_0)，如图 1.9a) 所示。加上定义 1.9 所述的变迁发生规



a) 标识网 (N_1,M_0)　b) 标识网 (N_1,M_1)

c) 标识网 (N_1,M_2)　d) 标识图 (N_1,M_3)

图 1.9 网系统 (N_1,M_0) 及其运行过程中产生的一些标识

则，(N_1, M_0) 就构成一个网系统。在网系统 $\Sigma = (N_1, M_0)$ 中，只有变迁 t_2 在 M_0 有发生权。若 t_2 在 M_0 发生，就得到一个新的标识 M_1，(N_1, M_1) 如图 1.9b) 所示。在标识 M_1 下，t_1 和 t_4 都有发生权。若变迁 t_1 发生，得到一个新的标识 M_2；如果是 t_4 在 M_1 发生，得到另一个标识 M_3。(N_1, M_2) 和 (N_1, M_3) 分别如图 1.9c) 和图 1.9d) 所示。在标识 M_2 下 t_2 又可以发生，网系统还可以继续运行下去。容易看出，当网系统运行到标识 M_3 时，网中的任一个变迁在 M_3 都没有发生权。这时，网系统的运行停止。

对于网的标识、变迁发生规则以及网系统的运行，有一些特殊情况值得注意和思考。

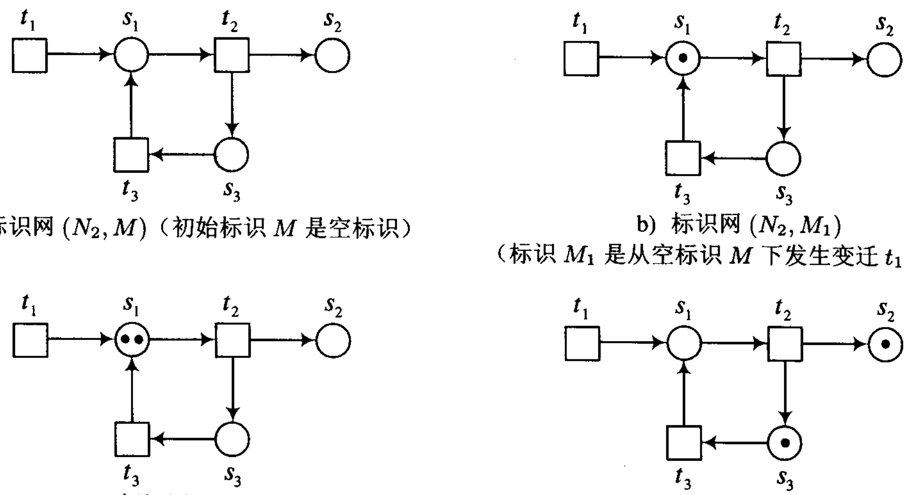
对于一个网 $N = (S, T; F)$，映射

$$M : \forall s \in S, M(s) = 0 \tag{1.23}$$

是否可以作为网 N 的一个标识呢?

根据定义 1.8，这样的一个映射也是网 N 的一个标识，称它为空标识（empty marking）。然而，对于有些网（结构）来说，空标识可能没有实际意义。譬如，对图 1.1 的网 N_1，如果以空标识作为它的初始标识，那么每一个变迁在初始标识下都没有发生权。这个网系统从一开始就不能运行。

对于另一些网，以空标识作为初始标识是可行的。例如，对于图 1.2 的网 N_2，如果以空标识 M 作为它的初始标识，就得到图 1.10a) 的标识网 (N_2, M)。显然，从图形上看，图 1.10a) 同图 1.2 完全一样，但它们的含义是不同的。图 1.2 只给出了一个网 N_2，图 1.10a) 却是一个带空标识 M 的标识网。



a) 标识网 (N_2, M)（初始标识 M 是空标识）

b) 标识网 (N_2, M_1)（标识 M_1 是从空标识 M 下发生变迁 t_1 得到）

c) 标识网 (N_2, M_2)（M_2 是在标识 M_1 下发生变迁 t_1 得到）

d) 标识图 (N_2, M_3)（M_3 是在标识 M_1 下发生变迁 t_2 得到）

图 1.10 带空初始标识 M 的网系统 (N_2, M) 及其运行情况

在标识网 (N_2, M) 中，虽然 M 是一个空标识，即 N_2 的每个库所中都没有标志，但这个网是可以运行的。因为在 N_2 中，${}^\bullet t_1 = \emptyset$，根据变迁发生规则，$t_1$ 在标识 M 下有发生权（逻辑蕴含式 (1.21) 式的值为真）。t_1 在标识 M 发生，产生标识 M_1。标识网