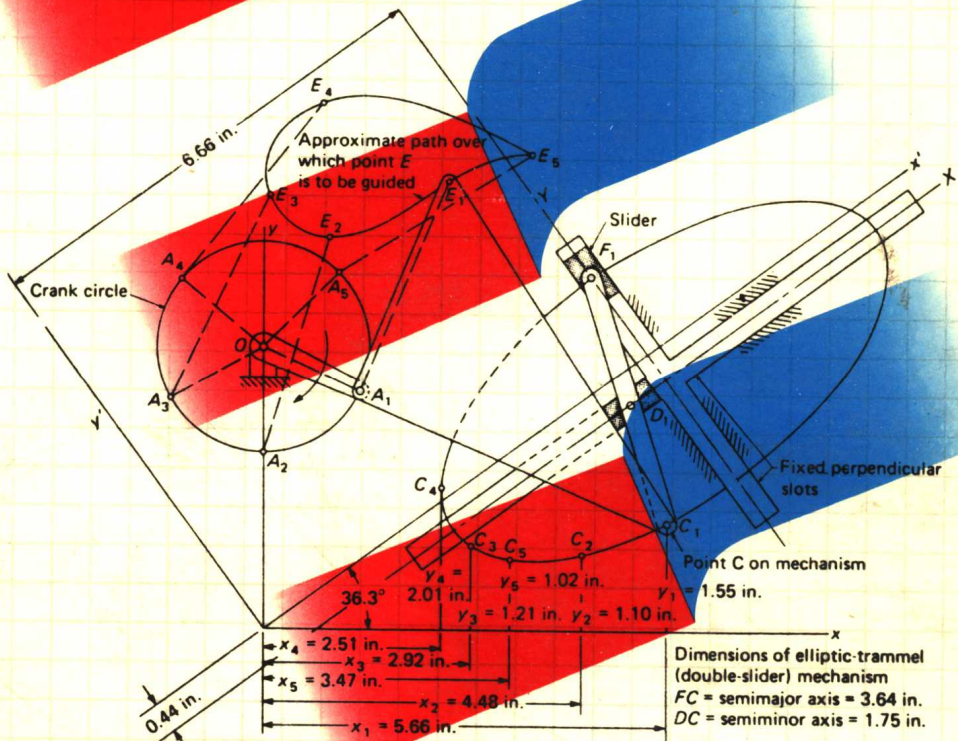


計算機

應用數值方法

張世富、管傑雄 譯 第三版

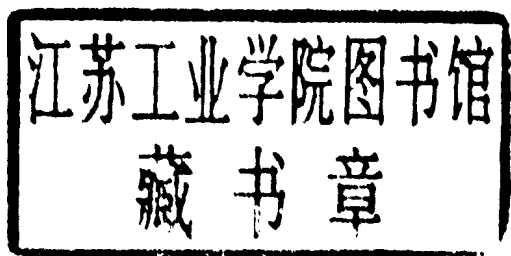


計算機

應用數值方法

張世富、管傑雄 譯

第三版



儒林圖書公司 印行

版權所有
翻印必究

計算機應用數值方法

譯 者：張世富、管傑雄

發行人：楊 鏡 秋

出版者：儒林圖書有限公司

地 址：台北市重慶南路一段 111 號

電 話：3118971-3 3144000

郵政劃撥：0106792-1 號

吉豐印刷廠有限公司承印

板橋市三民路二段正隆巷 46 弄 7 號

行政院新聞局局版台業字第 1492 號

中華民國七十五年六月初版

定價新台幣 360 元正

前 言

本書的前面幾個版本，由於內容簡潔，且極具實用價值，因而佳評如潮，廣受讀者喜愛。現在的第三版，不僅繼續秉持了這些優點，並且更加發揚光大。作者們利用基本的數學觀念和圖形說明，來闡釋各種數值方法的精妙之處。尤其是範例和習題的部分，更可謂精采絕倫，不僅反映了各專業領域的實際狀況，而且還囊括了所有工程上的應用準則。全書並提供了許多流程圖和電腦程式，以促進學生們使用電腦來解決工程問題的能力。

此外，作者還把有關數值方法的各種最新發展資料，都納入第三版的內容之中：

- 第1章，「數位計算機的原理和FORTRAN IV」，現在又增列了有關FORTRAN 77的部分。
- 第2章，「代數方程式和超越方程式的根」，爲了適應電腦的計算方式，第三版增添了貝斯棟方法，以求多項式的解。
- 第3章，「聯立代數方程式的解」，增加了有關三層對角線聯立方程組的解法。而固有值也改用漢特林鬆弛法和傑克比法來求解。
- 第4章，「曲線合配」，則加入了三次雲規合配法，以擴大應用範圍。

還有許多爲了說明實際計算過程而新設的習題，也只需要用到小型計算器，就可以圓滿達成任務了！

除此之外，「解答手冊」的內容，也跟著擴充了不少。

著者原序

由於第二版很成功，而且受到廣大讀者的喜愛，所以第三版的內容在重點和安排上，皆無巨大的改變。大部分修訂的地方，都是希望藉着內容上的修訂或加重份量，以增加讀者對該題材的了解。許多地方也以現在比較常用而且有效的方法來代替。這本書中所有的習題，不僅做了修改，而且還增添些新的內容，以說明課文中所提到的計算流程，其中有些習題甚至用了隨身攜帶的口袋型計算器即可！而且基本上，除了第九章所討論的 IBM 「連續系統模擬程式」（CSMP, Continuous System Modeling Program）之外，所有各章後面所附的習題，都可以用現代的個人微電腦和 FORTRAN 程式來解決。作者本身也一直成功地使用一套微電腦系統（包括 64 K 的 RAM, CP/M 作業系統和 200 K 的磁碟記憶容量）和 Microsoft FORTRAN-80 程式語言，來解決書中大部分的習題。

第二章中，葛拉弗（Graeffe）的方根法（root squaring method）已經被刪除掉了。因為在數位計算機上，如果用這種方法來解多項式的根，將會非常的繁瑣。我們保留了比較適合電腦運算的貝斯棟法（Bairstow method），其可同時找出多項式的實數根和複數根。

第三章增加了一些內容，以討論如何解代數方程式的「三層對角線系統」（Tridiagonal System）。關於求「固有值」（eigenvalue）的部分，也做了修改。我們仍然利用「多項式法」（polynomial method）來求固有值，但並不用來求所對應的「固有向量」（eigenvector）。因為在求固有值和固有向量時，有些問題會牽涉到二階以上的矩陣，此時有更佳的方法。對於最高和最低的固有值，以及所對應到的固有向量，我們仍然以「冪次法」（Power Method）迭代來求值，但對於中間值的部分，就完全被修改了。

取而代之的是一種比較簡單，且易明瞭的括去方法（Sweeping Method）—漢特林（Hotelling）的鬆弛法（Deflation Method）。最後我們亦將傑克比（Jacobi）的方法，應用於大小適中的矩陣上，並把它寫成程式來討論，因為這種方法將會得到所有的固有值和固有向量，而且每一個的準確度都一樣。

第四章的內容專門討論「曲線合配」（Curve fitting）的問題，這一章我們做了部分的修訂，目的是為了使讀者更了解利用實驗數據來做曲線合配時，「最小平方值合配法」（least-square fit）的確是一條很好的途徑。而其中必須解聯立方程組的部分，我們增添了帶有連加符號（Summation）的矩陣方程式以方便式子。另外，牽涉到指數函數的曲線合配也做了修改，以顯示下列二者間的差異：

- (1) 使實驗數據值和所假設的函數曲線之間的差距為最小。
- (2) 使實驗數據值和所假設的函數曲線之間的差距，取了自然對數之後為最小。

最後，我們還增加了「雲規合配」（Spline fit）的方法，以擴展曲線合配的使用範圍。

我們曾經考慮過把附錄C中有關內插多項式（interpolating polynomial）的題材寫成獨立的一章，以接在討論數值積分和微分之後。但最後我們仍決定把它置於附錄之中，因為有些人在推導數值積分和微分的公式時，並不使用這種比較一般化的內插多項式。現在我們把這一部分放在附錄C之中，以供讀者參考。

如第二版一樣，第三版的內容，在安排和重點上，都可以適用於不同層次的課程，以做為教材用。前五章所需用到的數學，只是簡單的微分、積分和矩陣代數，為了方便缺乏這項基礎的讀者，在附錄B中，我們複習了矩陣代數的基本觀念和運算方法。而第五章以後的內容，基本上就需要微分方程的基礎。

在第三版我們仍然提出了一個觀念，即學習數值方法的最有效途徑，就

是把理論上所學習到的知識，和實際以電腦解決問題的經驗相結合。而這些問題都有一個共同的特性，就是能夠讓學生一看到結果，就能判斷是否正確，如果是錯誤的，則可能是數學模型上或者是程式設計上的差錯！而學生也可以因此而得到分析、解釋結果的經驗，進而對於各種不同的參數在特定的系統上將會產生何種影響，能夠獲得一種獨特的「感覺」(feel)。所以全書自始至終，在理論的討論之後，都會設計FORTRAN的程式來解決各種典型工程上的問題，以做為補充之用。

第一章我們討論了FORTRAN IV和FORTRAN 77的組成要素，這一章可以做為參考用，也可以做為複習用。對於尚未熟悉FORTRAN程式語言的讀者而言，可以當做是介紹性的課程。第二章包括一些最常用的方法，以求代數方程式和超越方程式(transcendental equation)的根。此外，此章還以大量的篇幅詳細地討論，解多項式實數根和複數根的貝斯棟法及綜合除法(Synthetic division)。第三章則包括了在解聯立線性代數方程組時一些最常見的方法，同時也討論了如何解決非線性方程式和固有值問題的途徑。第四章以「最小平方值合配」和「雲規合配」兩種方法來對實驗數據做「曲線合配」。第五章到第七章的部分介紹了一些常用的方法，其都是用來解決數值微分、積分等問題或是常微分方程中的初值問題和邊界值問題。第八章則介紹一些數值方法，來解偏微分方程。到了最後一章即第九章，我們介紹「連續系統模擬程式」(CSMP)，並附上一些例子，以顯示高階程式語言在使用上是如何的簡單而且有效！

附錄A、B、C三部分包括一些補充性的教材，可以幫助讀者了解全書的內容。附錄A是有關英國系統和SI系統的單位換算。前曾述及，附錄B專門複習矩陣代數的基本觀念和運算方法。附錄C則對內插多項式的原理和應用有相當廣泛的討論。這對喜歡使用內插多項式來推導結果的讀者們，將會有所幫助。

最後，作者希望在此，對那些提供寶貴意見以做修訂參考的朋友，表示由衷的感激。特別是以下諸位教授J. L. Barlow, S. I. Chou, R. E. Ekstrom, M. K. Householder, K. K. Meade, J. E. Panarelli, W. J. Remil-

Iard, V. C. Rideout, C. S. Rudisill, N. S. Salamon, T. E. Shoup, 和 R. C. Umholtz. 同時，我們也非常感謝我們每個人的妻子—Jane, Eunice 和 Joan, 因為在這段出書期間，她們表現出無比的耐心和體諒。我們還要在此特別推崇Harper & Row 所有工作人員，在此書計劃和執行階段，表現出他們優異的專業工作能力！

M. L. J.

G. M. S.

J. C. W.

目 錄

前 言	VII
著者原序	IX
第一章 數位計算機的原理和FORTRAN IV、FORTRAN 77	1
1 - 1 簡 介	1
1 - 2 數位計算機的組成部份	6
1 - 3 如何準備好一份程式	8
1 - 4 大型電腦的作業系統	12
1 - 5 RORTRAN	13
1 - 6 FORTRAN的組成要素	14
1 - 7 常 數	14
1 - 8 變 數	17
1 - 9 陣 列	18
1 - 10 註 標	19
1 - 11 算術運算式	20
1 - 12 邏輯運算式	21
1 - 13 字元運算式 (只適用於FORTRAN 77)	23
1 - 14 FORTRAN 所提供的數學函數副程式	24
1 - 15 FORTRAN 的敘述	27
1 - 16 算術指定敘述	28
1 - 17 邏輯指定敘述	29
1 - 18 控制敘述	29
1 - 19 輸入和輸出敘述	38

1 - 20	不可執行的 FORTRAN 敘述	43
1 - 21	FORMAT 敘述	44
1 - 22	資料啓始敘述	63
1 - 23	規定敘述	67
1 - 24	副程式	79
1 - 25	COMMON 敘述	90
1 - 26	可調整的維數 (指在執行時間內調整)	96
1 - 27	把副程式的名稱當做其他副程式的引數——EXTERNAL 敘述和 INTRINSIC敘述	97
1 - 28	FORTRAN 的原始程式	99
第二章 代數與超越方程式的解		103
2 - 1	簡介	103
2 - 2	漸增搜尋法	104
2 - 3	二分法	108
2 - 4	假位法 (線性內插法)	112
2 - 5	割線法	114
2 - 6	牛頓—雷福森法 (牛頓切線法)	115
2 - 7	牛頓二階法	128
2 - 8	多項式方程式的根	131
2 - 9	貝斯棟法	134
習 題		152
第三章 聯立代數方程式的解		175
3 - 1	簡介	175
3 - 2	高斯消去法	178
3 - 3	高斯—喬登消去法	196
3 - 4	克拉斯基法	210

3 - 5	誤差方程式的應用.....	218
3 - 6	反矩陣法.....	224
3 - 7	高斯—希頓法.....	233
3 - 8	齊次代數方程式—固有值問題.....	238
3 - 9	求解固有值問題的方法—一般性的描述.....	250
3 - 10	多項式法—固有值問題.....	252
3 - 11	迭代法—固有值問題.....	260
3 - 12	處理中間的固有值及固有向量的迭代法——漢特林鬆弛法.....	266
3 - 13	傑可比法.....	295
3 - 14	非線性聯立方程式.....	318
習題	321
第四章	曲線合配	347
4 - 1	簡介.....	347
4 - 2	最小平方值法.....	349
4 - 3	利用線性函數形式來做最小平方值合配的時矩陣表示法.....	358
4 - 4	最小平方值加權法.....	364
4 - 5	利用指數函數來做曲線合配.....	366
4 - 6	利用傅利葉級數來做曲線合配.....	383
4 - 7	用最小平方值法來解線性函數的電腦程式.....	391
4 - 8	曲線合配和三次雲規內插法.....	495
習題	406
第五章	數值積分和數值微分	429
5 - 1	簡介.....	429
5 - 2	利用梯形法則來求積分.....	430
5 - 3	蘭柏格積分法(註1).....	437
5 - 4	利用辛普森法則來積分.....	443

5 - 5	瑕積分	457
5 - 6	數值微分	461
習 題	472
第六章	常態微分方程式的數值積分：初值問題	487
6 - 1	簡介	487
6 - 2	直接數值積分法	488
6 - 3	尤拉法 (尤拉-柯奇法)	490
6 - 4	修正尤拉法	504
6 - 5	蘭吉-庫它法	526
6 - 6	利用蘭吉-庫它法來解常態微分聯立方程組	541
6 - 7	麥尼法	552
6 - 8	漢明法	574
6 - 9	微分方程式數值解所包含的誤差	594
6 - 10	如何選擇數值積分法	597
習 題	599
第七章	常微分方程式：邊界值問題	633
7 - 1	簡介	633
7 - 2	嘗試錯誤法	633
7 - 3	聯立方程式法	650
7 - 4	固有值問題	655
習 題	673
第八章	偏微分方程式簡介	689
8 - 1	簡介	689
8 - 2	橢圓型偏微分方程式	690
8 - 3	拋物線型偏微分方程式	706

8 - 4	雙曲線型偏微分方程式	716
習 題	727

第九章 數位計算機模擬簡介—CSMP

(連續系統模擬程式)的應用

741

9 - 1	簡介	741
9 - 2	CSMP 程式的一般性質	743
9 - 3	CSMP 的敘述	747
9 - 4	結構敘述	747
9 - 5	CSMP 的函數	750
9 - 6	資料敘述	756
9 - 7	模型結構	761
9 - 8	控制敘述	763
9 - 9	CSMP 的範例—執行回合的控制	781
9 - 10	CSMP 程式與 FORTRAN 副程式連用	795
習 題	800

附錄 A. 國際單位系統

821

A - 1	一些 SI 單位系統和物理量的名詞	821
A - 2	一般美國使用的單位和 SI 單位系統的換算表	822
A - 3	字首	823

附錄 B. 矩陣代數

825

B - 1	乘法	825
B - 2	反矩陣 (參見 3 - 6 節)	827
B - 3	轉置矩陣	828

B - 4	對稱矩陣的正交原理	829
B - 5	$AX = \lambda BX$ 這種型的正交原理	830
B - 6	用冪次法來求最大固有值和所對應的固有向量時，有關其 收斂性的證明	831
附錄 C. 內插多項式和其在數值積分、微分上的應用		837
C - 1	內插法簡介	837
C - 2	定義	839
C - 3	多項式逼近法和內插	847
C - 4	其它的一些內插公式	858
C - 5	反內插	863
C - 6	利用多項式逼近法來推導數值積分的公式	866
C - 7	利用多項式逼近法來推導數值微分的公式	873
中英名詞對照表		877

第一章

數位計算機的原理和

FORTRAN IV、FORTRAN 77

1-1 簡 介

原始人利用手指、小石頭和樹枝來數物品，並且能夠做一些簡單的算術。他們把這些小東西聯想成實際生活中的物品，例如綿羊、山羊或牛隻……等等。如此的一堆石頭或樹枝就構成了人類最早且最原始的數位計算機。而差不多在三千年前所發明的算盤，則更是人類在數位運算上的一大進步。

1642年，法國的宗教哲學家、科學家，同時也是數學家的布拉茲·帕斯卡（Blaise Pascal），發明了一套機器，可以做加法，而且在原理上和今天所看到的計算機已經非常相近了。現在，這部機器正放在法國博物館內供人參觀。1671年，德國的哲學家也是數學家的萊布尼茲（Gottfried Wilhelm Von Leibniz），開始獨立設計機械式的計算機，一直到1694年才宣告完成，但已比前面所說的加法器進步多了！

早在18世紀，就已經有人想到自動化的機械計算器，但是卻缺乏有關製造上的知識與技術。有位法國的紡織機設計師約瑟·傑克得（Joseph Jacquard），在1804年成功地設計出一部自動設計圖案的紡織機，對後來計算

2 計算機應用數值方法

機的發展有相當的貢獻。此部紡織機的操作程序完全由打孔的卡片 (punched cards) 來控制，而且設計很複雜的圖案時，就跟其他紡織機在設計簡單圖案時一樣容易。

約至1833年，英國的數學家查理士·鮑比基 (Charles Babbage) 經過仔細構思，在紙上設計出第一部數位計算機，他本人稱之為「分析引擎」 (analytical engine)，而這項設計已經包含了現代計算機的一些特性。他利用傑克得當初控制紡織機的一些方法，來控制算術運算的程序。同樣地，他也是使用打孔的卡片，事先安排一道一道運算的過程，而這些運算全部都是由機械完成的，所產生的數值則用齒輪的位置來表示。但是很遺憾的，由於技術上和經費上的困難，這部自動計算機一直無法建造成功，而苦難的鮑比基也於1871年壯志未酬的去世了。生前他並沒有留下任何的實際模型，而且也沒有幾個人曾經認真地考慮這項計劃。

但到了1937年，這項計劃終於復甦了，哈佛大學的豪弗·艾肯 (Howard Aiken) 開始設計一部叫做「Mark I」的「自動流程控制計算器」 (Automatic Sequence-Controlled Calculator)，在原理上很類似當初鮑比基所設計的紙上計算機，最後，由於 IBM 公司的支援，終於在1944年完成。「Mark I」這部計算器可以藉由打孔的卡片，來控制事先擬定的操作程序，而它的零件主要都是屬於機械性或電機機械性，比較特別的是，它還擁有了可以儲存 72 個 24 位數的記憶容量。

就在艾肯利用電機機械的零件來設計「Mark I」之後不久，愛荷華州立大學的約翰·愛坦納索夫 (John V. Atanasoff) 博士也設計出一套方法，可以利用電子零件來製造計算機，譬如說，他利用真空管來做資料儲存和算術邏輯運算。靠着當時他的助理研究生克棣夫·貝利 (Clifford Berry) 的支援、與非常寬裕的經費，終於在1939年完成了此計算機，他們稱之為愛坦納索夫—貝利計算機或簡稱為「A B C」 (Atanasoff _ Berry Computer)。雖然這部機器並不是一般用途的計算機，但是聯線之後，也可以用來解決聯立方程組的問題。同時，它也已經包含了一些二進位運算上非常重要的概念。

而在當時，有個人名叫莫希利（John W. Mauchly），在一次科學性的會議上遇見了愛坦納索夫，隨後在1941年六月，又拜訪了愛坦納索夫在愛荷華州Ames的家中。之後，莫希利在九月加入了賓州大學的摩爾（Moore）電機學校，和艾科特（J. P. Eckert）一起合作設計電子計算機。他們很順利地在1943年獲得了Army Ordnance基金的補助，也在1946年成功地建造出一部計算機，叫做「電子數值積分器和計算器（Electronic Numerical Integrator & Calculator, ENIAC）。於是，暴發了一場風波，爭論着到底是誰發明了第一部電子計算機，雙方還因此而上了法庭，雖然莫希利當時宣稱，他從拜訪愛坦納索夫家中所獲得的知識，對他日後的設計並沒有什麼幫助，但是最後法庭仍然判決ENIAC的專利是無效的。

ENIAC這部機器並沒有使用二進位運算的觀念，而且它是藉著與外界連線的一個插座板來控制操作程序。正當ENIAC還在建造時，普林斯頓高等研究中心的紐曼（John Von Neumann）博士開始和賓州大學的這個電腦設計小組接洽，打算設計第二部電子計算機。於是1945年，紐曼寫了一份報告，說明他對這部計算機的要求，其中包含了二進位運算和一項很重要的概念一把程式儲存在機器的內部。雖然這個觀念實際上是由整個小組成員，包括紐曼、艾科特和莫希利一起討論出來的，但是因為這份報告是由紐曼所執筆，所以後人往往把這種「內部儲存程式」觀念的發明，全部歸功於紐曼。而至於他們所完成的計算機——「電子離散變數自動計算機」（Electronic Discrete Variable Automatic Computer, EDVAC）也於1952年順利運轉。此外劍橋大學也早在1949年即建造了另一部原理相類似的計算機，稱為「電子延遲儲存自動計算機」（Electronic Delay Storage Automatic Computer, EDSAC）。

在1950年代早期，由於弗瑞斯特（Jay Forrester）博士發明了磁蕊（magnetic core）記憶體，使得計算機的速度和可靠性大為提高，此後從1960年到1970年中期這段時間，磁蕊記憶一直是計算機最重要的主記憶元件。

在1950年代早期，數位計算機建造的速度並不快，因為當時大家認為整個國家所需要的計算量，只需要幾個大型的計算機就夠了。然而，這種需要