

普通高等教育规划教材

电路分析原理

下册

姚仲兴 姚维 编著

 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育规划教材

电路分析原理

下册

姚仲兴 姚维 编著

机械工业出版社

作者积 40 余年电路分析课程的教学经验, 参照《高等学校工科本科电路课程教学基本要求》编著成本书。

全书分上、下两册。上册十章内容是: 电路的基本概念和定律, 电阻电路及其一般分析法, 线性网络的几个定理及等效网络, 动态电路元件及其强制响应, 正弦稳态电路(含互感及三相)与傅里叶分析。下册七章内容是: 一阶、二阶电路的时域分析, s 域与状态变量分析, 矩阵分析, 双口网络及非线性电阻电路分析。

本教材系统性、逻辑性强, 内容新颖, 风格独特, 言简意赅, 通俗易懂。

本书可作为高等理、工、农、医院校及各类成人高校电类相关专业的本科教材, 也可供有关科技人员参考。本教材很适宜自学。

图书在版编目(CIP)数据

电路分析原理/姚仲兴, 姚维编著. —北京: 机械工业出版社, 2005.3

普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-16209-9

I. 电… II. ①姚…②姚… III. 电路分析-高等学校-教材 IV. TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 015075 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 韩雪清 版式设计: 霍永明 责任校对: 程俊巧

封面设计: 陈 沛 责任印制: 洪汉军

北京京丰印刷厂印刷

2005 年 8 月第 1 版·第 1 次印刷

1000mm × 1400mm B5 · 11.25 印张 · 439 千字

定价: 28.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线电话(010) 68326294

封面无防伪标均为盗版

前 言

作者参阅了国内外的同类教材，结合自身 40 余年来从事电路分析课程的教学经验，参照《高等学校工科本科电路课程教学基本要求》编著成本书。

本教材主要介绍在电类相关专业中有关电路分析方面的基本概念、基本原理与基本分析计算方法，为学习电类专业课打下一定的电路理论与实验基础。

本教材有如下特点：①既介绍经典的电路原理，又介绍近代的电路理论，并渗透了作者的研究成果。②以讲稿形式成书，条理清晰，层次分明，教师便于组织教学，学生容易自学。③内容编排由浅入深，难点分散，循序渐进。④凡遇抽象概念，先举实例，后作一般论述（即先建立感性认识，后作理性飞跃）。⑤凡易出差错及尚需深入理解之处，安插思考题，以免差错并予以启发。⑥在算式推导省略部位加注，便于阅读。⑦理论联系实际。⑧例题、习题都经精心设计，概念综合，难易搭配（基本题占 1/2，中等难度题占 1/3，难题占 1/6）；既介绍基本分析法，还介绍多种解题技巧；数据简单（作者以支路号赋予元件参数值，如 $u_{S1} = 1V$ ， $i_{S2} = 2A$ ， $R_3 = 3\Omega$ ， $L_4 = 4H$ ， $C_5 = 5F$ ，…，并使计算结果也是一组良好的数字），教师便于举例，学生免去了枯燥乏味的繁琐的数据运算，可激发解题兴趣。⑨每章后的小结给出了本章重点，便于复习。⑩书末附有习题答案供参考。

考虑到阅读的连贯性，有些可属附录性质的内容，如复数及其运算，三角函数组的正交性质，线性函数等，作者将它们安排在正文中。

打有“*”号的正文作为加深、加宽的参考内容，打有“*”号的例题与习题，难度较大，分析的技巧性较高。

在使用本教材时，如能在每章结束后安排一次课堂练习，将打有“*”号的习题在课堂上练习，并进行讲评，将会收到良好的效果。

本教材系统性与逻辑性强，内容新颖，风格独特，言简意赅，通俗易懂，很适宜于自学。

本书有配套参考书《电路解析与精品题集》，姚维，姚仲兴编著。北京：机械工业出版社，2005。该书着重介绍电路的分析方法与解题技巧，并提供大量的、内容覆盖全部大纲的、概念综合的、形式多样的、难度相当高的、分析方法灵活巧妙的例题与习题（全书有 179 个典型例题，1001 个习题）。通过例题的演示与对习题的分析、求解，能使读者学到的电路理论概念清晰，融会贯通，解题思路敏捷，视野开阔。该书特别适宜于要报考研究生的学生与有关教师参考。

IV

参加本书资料收集、整理等工作的还有章玮博士、黄小柳高工，以及章生根、赵梅芳、陶敏恩、陆渭琴。

由于编著者水平有限，谬误与不妥之处实难避免，敬请广大读者批评指正。

编著者
于浙江大学

目 录

前言

第十一章 一阶电路的时域分析	1
第一节 引言	1
第二节 电流与电压初始值的确定	4
第三节 RC 电路的零输入响应	10
第四节 RL 电路的零输入响应	21
* 第五节 零输入响应是初始值的线性函数	31
第六节 RC 电路的零状态响应	33
第七节 RL 电路的零状态响应	42
第八节 RC 与 RL 电路的全响应	51
* 第九节 零状态响应是激励的线性函数	55
第十节 三要素法	60
第十一节 单位阶跃响应	68
* 第十二节 线性定常零状态网络的定常特性	71
第十三节 阶跃响应	72
第十四节 正弦函数激励下的响应	75
第十五节 冲激响应	78
* 第十六节 脉冲系列响应	88
* 第十七节 任意波形激励下的响应——卷积	91
* 第十八节 一阶奇异电路	99
习题	108
第十二章 二阶电路的时域分析	129
第一节 RLC 串联电路的零输入响应	129
第二节 GCL 并联电路的零输入响应	139
习题	142
第十三章 线性定常电路的 s 域分析	144
第一节 拉普拉斯变换	144
第二节 一些常用函数的拉普拉斯变换	147
第三节 拉普拉斯反变换	150
第四节 拉普拉斯变换的基本性质	157
第五节 电路基本定律的 s 域形式	167
第六节 线性定常电路的 s 域分析	174

第七节 s 域中的网络函数	179
习题	181
第十四章 状态变量分析	189
第一节 概述	189
第二节 线性定常常态网络状态方程的直观编写	192
*第三节 线性定常常态网络状态方程的复频域 (s 域) 解	200
习题	207
第十五章 线性网络的矩阵分析	210
第一节 关联矩阵与节点分析	210
第二节 基本割集矩阵与割集分析	226
第三节 网孔矩阵与网孔分析	233
第四节 基本回路矩阵与回路分析	240
第五节 特勒根定理	245
习题	253
第十六章 双口网络分析	259
第一节 引言	259
第二节 用 Y 参数与 Z 参数描述双口网络	260
第三节 用 H 参数与 G 参数描述双口网络	272
第四节 用 T 参数与 T' 参数描述双口网络	277
第五节 双口网络六组参数间的相互关系	281
第六节 双口网络的级联	282
第七节 有载双口网络	284
第八节 回转器	287
第九节 运算放大器	295
习题	303
第十七章 简单非线性电阻电路分析	312
第一节 概述	312
第二节 含有一个非线性电阻器的直流电阻电路	317
第三节 非线性电阻器的串联与并联	321
第四节 小信号分析法	325
习题	329
习题答案	334
参考文献	354

第十一章 一阶电路的时域分析

内 容 提 要

本章介绍 RC 、 RL 电路的零输入、零状态及全响应，阶跃与冲激等响应，还要介绍一阶电路在任意波形激励下的响应——卷积，最后，介绍一阶奇异电路的分析。在一阶电路分析中，三要素法是一个有效的方法。

在静态电路中，响应与激励同时出现，同时消失，即电路从一个稳态到另一个稳态是在瞬间完成的。在含有动态元件的线性定常电路中，在正弦函数激励下，电路进入稳态后，响应是与激励同频率的正弦时间函数。

大家知道，由于惯性的缘故，火车从静止状态起动，到某一匀速状态，中间有一个加速过程；反之，当火车有了一定速度以后，在关掉发动机的情况下，要经过一个减速过程才会停下来。在电路中也有类似现象存在。在含有动态元件的电路中，一般情况下当电路从一个状态向另一个状态转变时，也要经过一个过程。在本章及紧接着的后面三章中，我们的任务是要分析电路是怎样实现状态转变的。

第一节 引 言

本节介绍有关暂态电路分析中的一些基本概念，并通过一个实例的讨论，指出暂态电路时域分析的一般步骤。

一、暂态过程、暂态、暂态电路

由于某种原因，使电路从一个状态变为另一个状态的过程，称为**暂态过程**，或称**过渡过程**。在这段时间内，称电路处于**暂态**，处于暂态的电路称为**暂态电路**。

暂态过程中的电流、电压，称为**暂态电流与暂态电压**。

二、电路中出现暂态过程的原因

1. 外因

电路中由于开关的换接、或是电路参数的突然变化等，迫使电路的工作状态

发生改变,是电路出现暂态过程的外部因素。今后,统称这些外部因素为换路。

2. 内因

外因是使电路出现暂态过程的条件,出现暂态过程的内因是动态元件中的储能不能突变。下面不妨以含有电容器的电路为例来论证这个问题。如果说,电容器 C 在时刻 t 时的储能 $w_C(t)$ 能突变,则有 $dw_C(t)/dt = p_C(t) = \pm \infty$,即在该时刻电容器将吸收(或放出)无限大的功率。在任一时刻 t ,电路中的功率是平衡的。这样,电路中就要有相应产生(或吸收)无限大功率的元件,而在工程电路中还没有这种元件,这表明,在这样的电路中,动态元件中的储能是不能突变的,它只能渐变,从而引起暂态过程。

三、一阶电路与一阶时域分析

如果换路后的电路方程可化为单一网络变量的一阶微分方程,则称这种电路为一阶电路。

在时域中分析一阶电路,称为一阶时域分析。在时域中分析暂态过程的方法,也叫作经典法。

下面举例说明暂态电路时域分析的一般步骤。至于电路在暂态过程中出现的现象,在后面几节中再作讨论。

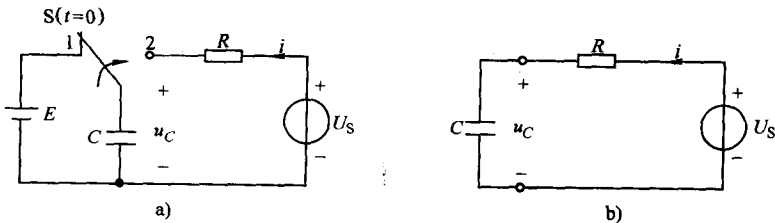


图 11-1 RC 充电电路 (设 $U_S > E$)

a) $t = 0_-$ 时,开关在位置 1 b) $t \geq 0$ 时的电路, $u_C(0) = E$

在图 11-1a 电路中,开关 S 在位置 1,电容器 C 被充电,在 $t = 0_-$ 时,有 $u_C(0_-) = E$ 。在 $t = 0$,开关从 1 移至 2(电路中开关的动作是瞬间完成的),换路后的电路如图 b 所示(注意,图中 R 、 C 、 U_S 应理解为等效参数)。如设 $U_S > E$,则换路后电容器被继续充电,充电电流设为 i ,最后被充到 $u_C = U_S$ 。在充电过程中,电容电压 u_C 怎样改变? u_C 的变化规律可通过下面几个步骤来确定。

1. 在换路后的电路中建立单网络变量的微分方程

图 b 电路的 KVL 方程为

$$Ri + u_C = U_S \quad t \geq 0$$

注意,上式必须加 $t \geq 0$ 的限制。因为该方程是在换路后的电路中建立的,

亦即该方程是定义在 $t \geq 0$ 的时域中的。需要指出，如果电路中有冲激函数存在，这时我们就要研究电路在 $t = 0$ 这一瞬间的性状；如无冲激存在，则式中的 0 均指 0_+ 。

现在是讨论 u_C ，式中 i 应转换为以 u_C 表示，在图 b 电路中有 $i = Cdu_C/dt$ ，将 i 代入上式后，得

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_S \quad t \geq 0 \quad (11-1)$$

式 (11-1) 是关于 u_C 的一阶常系数线性非齐次常微分方程。高等数学中指出，非齐次方程的解由两部分组成：一个称为特解，或叫作特别 (particular) 积分；另一个是齐次 (homogeneous) 方程的解，即通解，通解也叫作补函数。

2. 求解非齐次方程的特解

非齐次方程的特解即是电路的强制响应 (如果强制响应就是稳态响应的话，则特解也就是新的稳态响应)，这个解与激励源有关 (对于直流电源激励的电路，这个解用分析直流电路的方法求得；对于正弦函数激励的电路，这个解用正弦稳态分析的方法，即用相量分析求得；对于指数函数、斜坡函数与冲激函数等激励的电路，虽然在这种电路中没有稳态解，但我们可用比较系数法求得其特解)。

在图 11-1b 电路中，强制响应就是新的稳态响应。下一节的分析将指出，从换路开始到新的稳态被建立，理论上说需要经过无限长的时间。这样，在新的稳态时 (充电结束， u_C 为定值， C 相当于开路)，电容电压为 $u_C(\infty) = U_S$ ，即特解为

$$u_{CP} = u_C(\infty) = U_S$$

式中下标 P 表示“特别”的意思。

3. 求解齐次方程的通解

式 (11-1) 的齐次方程为

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad (11-2)$$

上式的特征方程为

$$RCs + 1 = 0$$

特征方程的根为

$$s = -1/(RC) \quad (11-3)$$

(s 值与激励源无关，也即在换路后的电路中，令激励源置零后由电路等效参数 R 、 C 给出 s 值。) 式中单位：电阻为欧[姆](Ω)，电容为法[拉](F)， s 的单位为 $1/s$ 。

$$\left[\frac{1}{RC} \rightarrow \frac{1}{\text{欧} \cdot \text{法}} = \frac{1}{\text{欧} \cdot \text{安秒/伏}} = \frac{1}{\text{秒}} \left(\frac{1}{s} \right) \right]$$

齐次方程的通解为

$$u_{Ch} = Ae^{st} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

式中 A 为积分常数, 其值由电路初始条件确定。下标 h 表示“齐次”之意。

4. 写出全解

非齐次方程的全解等于特解加通解, 即

$$u_C = u_{CP} + u_{Ch} = U_S + Ae^{-\frac{t}{RC}} \quad t \geq 0 \quad (11-4)$$

5. 确定积分常数 A

在式 (11-4) 中, 令 $t = 0_+$, 有

$$u_C(0_+) = U_S + A$$

于是有

$$A = u_C(0_+) - U_S$$

如果 $u_C(0_+)$ 能够确定, 则常数 A 就确定了。 $u_C(0_+)$ 称为确定电路微分方程式 (11-1), 亦即确定响应 u_C 有定解的初始条件。将 A 值代入式 (11-4) 后, 得

$$\underbrace{u_C}_{\text{全解}} = \underbrace{U_S}_{\text{特解}} + \underbrace{[u_C(0_+) - U_S]e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{通解}} \quad t \geq 0 \quad (11-5)$$

式 (11-5) 指出, 暂态电压 u_C 按指数规律变化, 这个变化规律只决定 s 值, 而与激励源及电路的初始条件都无关 [激励 U_S 与初始条件 $u_C(0_+)$ 只影响通解的初值, 而不影响其变化规律]。于是人们将特征方程的根 s 称作电路的固有频率, 或自然频率 (因 s 与角频率 ω 的单位相同); 将通解称为电路的固有响应, 或自然响应; 将特解称为强制响应或稳态响应。

以上给出的确定暂态电压 u_C 的五个步骤, 对于一阶、二阶及任意阶电路的时域分析, 都是普遍适用的。

要使微分方程有定解, 需要给出电路的初始条件。如设换路发生在 $t = 0$, 所求响应为 $y(t)$, 则一阶电路的初始条件为 $y(0_+)$; 二阶电路的初始条件为 $y(0_+)$ 及 $y'(0_+)$; n 阶电路的初始条件为 $y(0_+), y'(0_+), \dots, y^{(n-1)}(0_+)$ 。这些初始条件如何给出? 下一节将讨论这个问题 (注意, 初始条件也就是相应的初始值)。

第二节 电流与电压初始值的确定

在高等数学中, 在解微分方程时, 初始条件往往是给定的, 而在电路分析中的初始条件通常是要我们自己去确定的。

一、 $u_C(0_+)$ 与 $i_L(0_+)$ 值的确定

在第五章第三节与第五章第七节中, 我们分别讨论了电容电压与电感电流的连续变化与跳变。若在 $(0_-, 0_+)$ 内, 流经电容器 C 的电流 i_C 为有界函数, 则在该区间内电容电压是连续变化的, 即有 [式 (5-28)]

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) \quad (11-6)$$

如果 i_C 中含有冲激函数 $K\delta(t)$ (K 为任一常数), 则电容电压要发生跳变, 即[式(5-29)]

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) + \frac{K}{C} \quad (11-7)$$

若在 $(0_-, 0_+)$ 内, 电感器 L 的端电压 u_L 为有界函数, 则在该区间内电感电流是连续变化的, 即[式(5-55)]

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \quad (11-8)$$

如果 u_L 中含有冲激函数 $K\delta(t)$, 则电感电流要发生跳变, 即[式(5-56)]

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) + \frac{K}{L} \quad (11-9)$$

注意, 式(11-6)与式(11-8), 式(11-7)与式(11-9)是对偶的。

在电路理论中, 将式(11-6)、式(11-8)称为换路条件, 或换路定则。

需要指出, 在今后的电路分析中, 如不加以说明, 就认为换路条件是成立的。如果要判断换路条件是否成立, 可以应用反证法, 即先设 i_C 和(或) u_L 中含有冲激函数, 然后分析电流、电压是否满足 KCL 和 KVL 的约束。如能满足约束, 表明 u_C 与 i_L 要跳变; 不能满足约束, 则 u_C 与 i_L 连续变化。

二、其余网络变量 0_+ 值的确定

除了 u_C 与 i_L 外, 其余元件上的电流、电压没有像式(11-6) ~ 式(11-9)那样的约束条件。那么, 这些网络变量的 0_+ 值如何确定? 确定的一般步骤是:

1. 画出 $t=0_-$ 时的等效电路, 确定 $u_C(0_-)$ 与 $i_L(0_-)$ 值

对于直流电源激励的电路, 若在 $t=0_-$ 时电路处于稳态, 则电感器 L 用短接线替代, 电容器 C 用开路替代, 并用分析直流电路的方法, 确定 $u_C(0_-)$ 与 $i_L(0_-)$ 值; 对于正弦函数激励的电路, 如在 $t=0_-$ 时电路处于稳态, 则可画出换路前的频域电路, 确定相量 \dot{U}_C 与 \dot{I}_L , 随后写出时域式 $u_C(t)$ 、 $i_L(t)$, 式中令 $t=0_-$, 即得 $u_C(0_-)$ 与 $i_L(0_-)$ 值。

2. 画出 $t=0_+$ 时的等效电路

在 0_+ 等效电路中, 电容器用电压为 $u_C(0_+)$ 的电压源替代[$u_C(0_+)$ 由式(11-6)或式(11-7)确定], 电感器用电流为 $i_L(0_+)$ 的电流源替代[$i_L(0_+)$ 由式(11-8)或式(11-9)给出], 激励源以其 0_+ 时的值用直流电源替代, 其余电路元件保留。

3. 在 0_+ 等效电路中, 确定各网络变量的 0_+ 值

在 0_+ 等效电路中, 激励源都是恒定值, 其余均为电阻元件与受控电源等, 这样, 用分析直流电路的方法, 可以很容易地确定各网络变量的 0_+ 值。

三、 $\frac{du_C}{dt}\Big|_{0_+}$ 与 $\frac{di_L}{dt}\Big|_{0_+}$ 值的确定

当电容器、电感器上的电流、电压有关联参考方向时,有

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} \quad u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

于是有 $\frac{du_C}{dt}\Big|_{0_+} = \frac{1}{C} i_C(0_+)$ $\frac{di_L}{dt}\Big|_{0_+} = \frac{1}{L} u_L(0_+)$

式中 $i_C(0_+)$ 与 $u_L(0_+)$ 可以在 0_+ 等效电路中确定【思考 在 0_- 等效电路中,除了 $u_C(0_-)$ 与 $i_L(0_-)$ 外,其余网络变量的 0_- 值,对于确定 0_+ 时的网络变量及其导数值有无贡献?】。

四、其余网络变量一阶、二阶导数 0_+ 值的确定

其余网络变量一阶、二阶导数的 0_+ 值,可在 $t \geq 0$ 的电路中确定。

例 11-1[⊖] 在图 11-2a 电路中, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $L = 4 \text{ H}$, $C = 5 \text{ F}$, $U_S = 6 \text{ V}$, 开关 S 打开前电路处于稳态, $t = 0$ 开关打开, 试求 i_L 、 ψ 、 u_C 、 q 、 i_C 、 i 、 u_L 及 di_L/dt 、 du_C/dt 、 di_C/dt 、 d^2i_L/dt^2 在 0_+ 时的值。

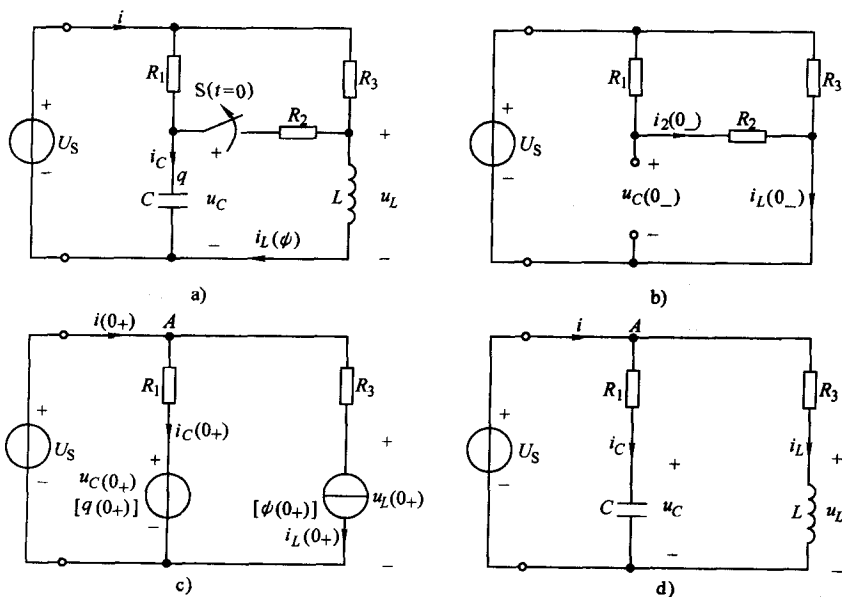


图 11-2 初始值计算示意图

a) 计算初始值的电路 b) 0_- 等效电路 c) 0_+ 等效电路 d) $t \geq 0$ 时的电路

⊖ 本书述及的方程(不论是量方程还是数值方程)及计算式中,如无特殊说明,时间均以 s 为单位。

解 (1) 画出 0_- 等效电路, 确定 $i_L(0_-)$ 与 $u_C(0_-)$

图 a 电路在 $t = 0_-$ 时为稳态, 将 L 短接、 C 断开后的等效电路如图 b 所示, 图中

$$i_L(0_-) = \frac{U_S}{(R_1 + R_2) // R_3} = \frac{6}{(1+2) \times 3 / (1+2+3)} \text{ A} = 4 \text{ A}$$

$$u_C(0_-) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S \quad (\text{分压})$$

$$= \frac{2}{1+2} \times 6 \text{ V} = 4 \text{ V}$$

(2) 画出 0_+ 等效电路

电感器用电流为 $i_L(0_+)$ 的电流源、电容器用电压为 $u_C(0_+)$ 的电压源替代后的 0_+ 等效电路如图 c 所示。图中 $i_L(0_+)$ 与 $u_C(0_+)$ 如何确定? 下面来分析开关 S 打开瞬间 i_L 与 u_C 的变化。开关打开后的电路如图 d 所示(注意, 该电路也适用于 $t = 0$ 的瞬间, 因为现在要分析在 $t = 0$ 时, 电路中有无冲激函数), 如设在 $(0_-, 0_+)$ 内, i_C 中含有冲激函数, 且有

$$i_C = K\delta(t) + i_C^{(1)}$$

式中 K 为任一常数, $i_C^{(1)}$ 为有界函数, 则在图 d 左边网孔中应用 KVL, 并代入上式 i_C 后, 有

$$R_1[K\delta(t) + i_C^{(1)}] + u_C = U_S \quad (1)$$

式中 $U_S = 6 \text{ V}$, $i_C^{(1)}$ 与 u_C 为有界函数(当 i_C 中含有冲激函数时, u_C 值是有界的), 这样式(1)成立的条件是 $K = 0$, 即 i_C 中没有冲激函数。

用类似的分析可以证实, u_L 中也没有冲激函数。这样一来, 在 $(0_-, 0_+)$ 内, i_L 与 u_C 是连续变化的, 于是有

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 4 \text{ A}$$

$$\psi(0_+) = Li_L(0_+) = (4 \times 4) \text{ Wb} = 16 \text{ Wb}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 4 \text{ V}$$

$$q(0_+) = Cu_C(0_+) = (5 \times 4) \text{ C} = 20 \text{ C}$$

(3) 确定 i_C 、 i 、 u_L 及 di_L/dt 、 du_C/dt 的 0_+ 值

在图 c 左网孔中应用 KVL 有

$$i_C(0_+) = \frac{[U_S - u_C(0_+)]}{R_1} = \frac{(6-4)}{1} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

在 A 点应用 KCL 得

$$i(0_+) = i_C(0_+) + i_L(0_+) = (2+4) \text{ A} = 6 \text{ A}$$

在外围回路中, 应用 KVL 有

$$u_L(0_+) = -R_3 i_L(0_+) + U_S = (-3 \times 4 + 6) \text{ V} = -6 \text{ V}$$

在图 d 中,电容器、电感器上电流、电压有关联参考方向,这样有

$$\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0_+} = \frac{1}{L} u_L(0_+) = \frac{-6}{4} \text{ A/s} = -1.5 \text{ A/s} \quad (2)$$

$$\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{0_+} = \frac{1}{C} i_C(0_+) = \frac{2}{5} \text{ V/s} = 0.4 \text{ V/s} \quad (3)$$

(4) 确定 di_C/dt 、 d^2i_L/dt^2 的 0_+ 值

在图 d 左边网孔中,应用 KVL 有

$$R_1 i_C + u_C = U_S$$

对 t 求导一次,得

$$R_1 \frac{di_C}{dt} + \frac{du_C}{dt} = \frac{dU_S}{dt} = 0$$

令 $t = 0_+$, 代入给定数据及式(3)后,有

$$\left. \frac{di_C}{dt} \right|_{0_+} = -0.4 \text{ A/s}$$

在图 d 外围回路中,应用 KVL 有

$$R_3 i_L + L \frac{di_L}{dt} = U_S$$

对 t 求导一次,得

$$R_3 \frac{di_L}{dt} + L \frac{d^2i_L}{dt^2} = \frac{dU_S}{dt} = 0$$

令 $t = 0_+$, 代入给定数据及式(2)后,得

$$\left. \frac{d^2i_L}{dt^2} \right|_{0_+} = \frac{4.5}{4} \text{ A/s}^2 = 1.125 \text{ A/s}^2$$

用类似的方法还可以确定其他网络变量二阶及二阶以上导数在 0_+ 时的值。

例 11-2 在图 11-3a 电路中, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $C = 1/(2\sqrt{3}) \text{ F}$, $u_S = 12\sin(2t + \theta) \text{ V}$, 开关 S 闭合前电路为稳态。当 $\theta = -30^\circ$ 时, 开关闭合, 试计算 u_C 、 i_1 、 i_2 与 i_C 的 0_+ 值。

解 (1) 画出 $t < 0$ 频域电路, 确定 $u_C(0_-)$ 值

图 a 电路在开关 S 闭合前为稳态, $t < 0$ 时的频域电路如图 b 所示, 图中

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \times \frac{1}{2\sqrt{3}}} \Omega = \sqrt{3} \Omega$$

电压振幅相量为

$$\dot{U}_{Sm} = 12 \angle -30^\circ \text{ V}$$

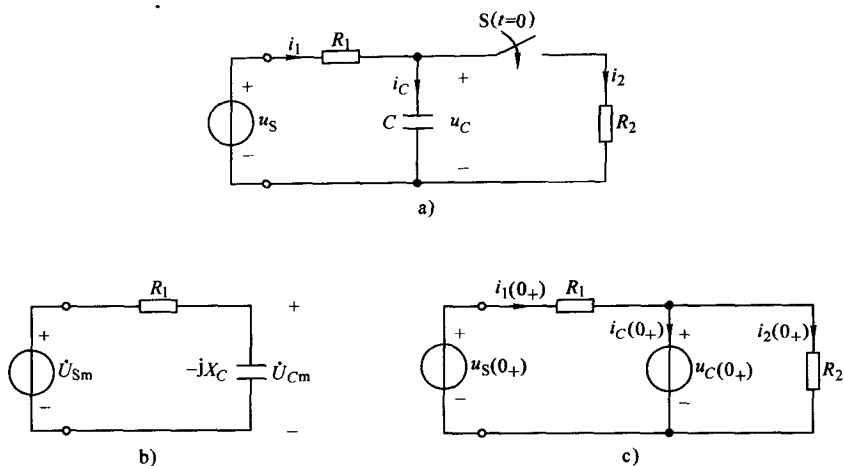


图 11-3 正弦函数激励电路的初始值计算

a) 正弦函数激励的电路 b) $t < 0$ 频域电路 c) 0_+ 等效电路

电容电压的振幅相量为

$$\begin{aligned}\dot{U}_{Cm} &= \frac{-jX_C}{R - jX_C} \times \dot{U}_{Sm} \quad (\text{分压}) \\ &= \frac{-j\sqrt{3}}{1 - j\sqrt{3}} \times 12 \angle -30^\circ \text{ V} = 6\sqrt{3} \angle -60^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

时域电压为

$$u_C = 6\sqrt{3} \sin(2t - 60^\circ) \text{ V}$$

 $t = 0_-$ 时的 u_C 值为

$$u_C(0_-) = 6\sqrt{3} \sin(-60^\circ) \text{ V} = -9 \text{ V}$$

(2) 画出 0_+ 等效电路, 计算 u_C 、 i_1 、 i_2 与 i_C 的 0_+ 值图 a 电路换路后的 0_+ 等效电路如图 c 所示, 图中

$$u_S(0_+) = 12 \sin(2t - 30^\circ) \Big|_{0_+} \text{ V} = 12 \sin(-30^\circ) \text{ V} = -6 \text{ V}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = -9 \text{ V}$$

$$i_1(0_+) = \frac{u_S(0_+) - u_C(0_+)}{R_1} = \frac{-6 - (-9)}{1} \text{ A} = 3 \text{ A}$$

$$i_2(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{R_2} = \frac{-9}{2} \text{ A} = -4.5 \text{ A}$$

$$i_C(0_+) = i_1(0_+) - i_2(0_+) = [3 - (-4.5)] \text{ A} = 7.5 \text{ A}$$

第三节 RC 电路的零输入响应

电容器充电后如何对 R 放电？本节来讨论所谓 RC 电路的零输入响应。

一、什么是零输入响应

在换路后的电路中没有外施激励, 仅由电容器上的初始电压和(或)电感器中的初始电流引起的响应, 称为零输入响应。

在图 11-4a 中, 在 $t=0_-$ 时, 有 $u_C(0_-) = U_0$ 。 $t=0$ 开关 S 从位置 1 换接到 2, 网络 N_0 为一电阻性网络, 分析暂态电压 u_C 与电流 i 。

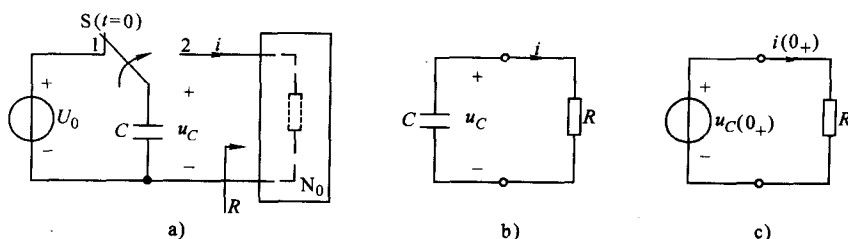


图 11-4 RC 电路零输入响应的例子

a) $u_C(0_-) = U_0$ 的电路 b) $t \geq 0$ 时等效电路, $u_C(0) = U_0$ c) 0_+ 等效电路

二、电容电压 u_C 与电流 i

图 11-4a 电路换路后的等效电路如图 b 所示, 图中 R 是网络 N_0 的输入电阻。

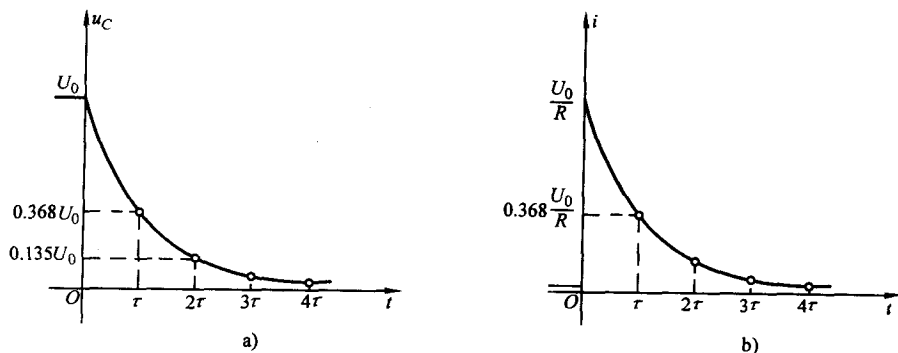


图 11-5 零输入响应 u_C 与 i 的波形(注意参考方向)

a) u_C 波形 b) i 波形