



新教材

XINJIAOCAI WANQUANJIEDU

完全解读

第一次修订

配人教版·新课标

与最新教材完全同步
重点难点详尽解读

七年级数学「下」

主 编：姜连龙 张旭东 范玉忠

吉林人民出版社



新教材 完全解读

本书特点

- ✓ 本书是一套同步讲解类的辅导书。在编写中，首先落实知识点→连成知识线→形成知识面→结成知识网，对重点、难点详尽解读。
- ✓ 本书将为您排除学习中的障碍。对思维误区、疑难易错题、一题多解题都指出解题方法或技巧，让您从“学会”到“会学”。
- ✓ 本书修订后增加了部分例题、习题的难度，适合于中上等学生使用。

明确学习目标

指出每节课的三维目标，明确重难点，指导学生有的放矢地学习新课。提纲挈领，是提高学习效率的前提。

详细解读教材

采用总结归纳、层层渗透的方式，以每个知识点为讲解元素，结合[释疑解难]、[思维拓展]、[注意]、[说明]、[小结]、[思维误区]、[探究交流]等栏目设计，落实知识点，连成知识线，形成知识面，结成知识网，突出重点，解决难点，抓住关键点，这是吃透教材的核心内容。

讲解经典例题

结合考点，按基本概念、基础应用、综合应用、探索创新、疑难易错五个角度，精选典型例题，透彻地分析解题思路，给出详细解题过程，总结解题方法，这是知识转化为能力的关键。

第二章 一元二次方程



1. 花边有多宽

释疑解难

1. 知识与技能：(1)理解和掌握一元二次方程及其一般形式。(2)会判定一个方程是一元二次方程，并能确定未知数的大致范围。
2. 过程与方法：通过实际问题所列出的方程，得出一元二次方程的定义，从而进一步掌握列方程的方法。

教材解读

精华要义

知识详解

知识点1 整式方程的概念

定义：方程的两边都是关于未知数的整式，这样的方程叫做整式方程。

【说明】这里所说的整式是“关于未知数的整式”，有些含有字母系数的方程，尽管分母中含有字母，但只要分母中不含未知数，这样的方程仍是整式方程。

知识点2 一元二次方程的概念

定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程。

典例剖析

师生互动

基础知识应用题

本节基础知识应用有：(1)一元二次方程的基本概念。(2)一元二次方程分类及判别方法。

【例1】下列关于 x 的方程：(1) $ax^2 + bx + c = 0$ ，(2) $4^2 + 54x + 6 = 0$ ，

(3) $\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}x - \frac{1}{2} = 0$ ，(4) $(m^2 + 3)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$ 。

是关于 x 的一元二次方程的是 (只填序号)。

【分析】所谓关于 x 的方程，就是方程中只有 x 是未知数，而其他字母都看作已知数。(1)不一定是关于 x 的一元二次方程，因为当 $a=0$ 时，它不是一元二次方程。(2)没有未知数 x ，所以(2)不是关于 x 的一元二次方程。(3) x 的最高次数为3，不是一元二次方程。(4) $m^2 + 3 > 0$ ，所以(4)为一元二次方程，所以应填“(4)”。本题考查的是一元二次方程的定义。答案：(4)

综合应用题

【例2】下列方程是关于 x 的一元二次方程的是

A. $ax^2 + bx + c = 0$ B. $4^2 + 54x + 6 = 0$

《完全解读》解读完全

说明

本丛书样张按学科分别设计,通过样张您可了解本书栏目、功能等基本信息,仅供参考,如所购图书与样张有个别区别,以所用图书为准。



新教材完全解读·九年级数学·

$$C. \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}x - \frac{1}{2} = 0$$

$$D. (m^2+3)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$$

【分析】所谓“关于 x 的方程”,就是指方程中只有 x 是未知数,而其他字母都是系数,可看作已知数。A选项不一定是一元二次方程,当 $a=0$ 时,它不是一元二次方程。B选项未知数不是 x 。C选项未知数最高次数为3。D选项符合一元二次方程的一般形式的特点,且二次项系数 $m^2+3 \geq 3$,即 m 取任何实数 m^2+3 都不等于零,所以D是一元二次方程。答案:D

中考展望

直击中考

中考命题总结与展望

本节中,一元二次方程的概念和判定是中考的重点和热点,常以填空题或选择题的形式出现在低档题中。

中考试题预测

例 (2004·武汉)一元二次方程 $3x^2+x-2=0$ 的二次项系数和常数项分别为 ()

- A. 3, 1 B. -1, -2 C. 3, -2 D. -1, 2

【分析】由一般形式 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$,得 $a=3, c=-2$ 。故选C。

课堂小结

本节归纳

1. 本节学习了一元二次方程的概念及它的判断与分类,要会判断一个方程是否是一元二次方程。
2. 在学习过程中要注意对问题的体会、比较和总结。
3. 要注意对照一元一次方程来学习本节内容。
4. 一元一次方程和一元二次方程的比较,详见知识规律小结。

习题选解

课本习题

课本第9~10页

习题5.1

1. (1)不是 (2)是 (3)不是 (4)不是

自我评价

知识巩固

1. 下列方程是一元二次方程的是

A. $(x-1)x = x^2$ B. $\sqrt{x^2+1} = 3x$ C. $2x^2 + \frac{1}{x} + 1 = 0$ D. $x^2 = 1$

2. $(m-1)x^2 + (m+1)x + 3m + 2 = 0$, 当 m _____ 时,原式为一元一次方程,当 m _____ 时,原式为一元二次方程。

总结命题趋势

根据中考要求和考试范围,结合本节考点,回顾往年中考试题特点,总结解题思路,预测命题趋势,让学生提前了解中考信息。

归纳本节要点

总结本节要点,掌握其内在联系,查找遗漏点,消化课堂知识。

选解教材习题

精选有难度的习题,详尽解答,有思路提示和解题过程。

巩固基础知识

与本节知识讲解和例题剖析相对应,题量适当,注重基础,充分落实基础知识和基本技能。



目 录

CONTENTS

第五章 相交线与平行线

.....	(1)
本章视点	(1)
5.1 相交线	(3)
5.1.1 相交线	(3)
新课指南	(3)
教材解读	(3)
典例剖析	(5)
中考展望	(10)
课堂小结	(11)
自我评价	(11)
5.1.2 垂 线	(13)
新课指南	(13)
教材解读	(14)
典例剖析	(15)
课堂小结	(18)
自我评价	(19)
5.2 平行线	(21)
新课指南	(21)
教材解读	(21)
典例剖析	(22)
中考展望	(27)
课堂小结	(28)
自我评价	(28)
5.3 平行线的性质	(30)
新课指南	(30)
教材解读	(30)
典例剖析	(31)
中考展望	(37)
课堂小结	(38)

习题选解	(38)
自我评价	(39)
5.4 平 移	(41)
新课指南	(41)
教材解读	(41)
典例剖析	(43)
中考展望	(48)
课堂小结	(48)
习题选解	(49)
自我评价	(51)
章末总结	(54)
本章综合评价	(60)

第六章 平面直角坐标系

.....	(67)
本章视点	(67)
6.1 平面直角坐标系	(69)
新课指南	(69)
教材解读	(69)
典例剖析	(72)
中考展望	(78)
课堂小结	(79)
习题选解	(79)
自我评价	(79)
6.2 坐标方法的简单应用	(80)
新课指南	(80)
教材解读	(81)
典例剖析	(82)
中考展望	(87)
课堂小结	(88)



习题选解	(88)	典例剖析	(136)
自我评价	(89)	中考展望	(139)
章末总结	(90)	课堂小结	(139)
本章综合评价	(92)	习题选解	(139)
		自我评价	(140)
第七章 三角形		章末总结	(141)
.....	(95)	本章综合评价	(143)
本章视点	(95)		
7.1 与三角形有关的线段	(96)	第八章 二元一次方程组	
新课指南	(96)		(147)
教材解读	(96)	本章视点	(147)
典例剖析	(99)	8.1 二元一次方程组	(149)
中考展望	(106)	新课指南	(149)
课堂小结	(107)	教材解读	(149)
习题选解	(108)	典例剖析	(151)
自我评价	(108)	中考展望	(159)
7.2 与三角形有关的角	(110)	课堂小结	(161)
新课指南	(110)	习题选解	(161)
教材解读	(111)	自我评价	(162)
典例剖析	(113)	8.2 消元	(163)
中考展望	(118)	新课指南	(163)
课堂小结	(120)	教材解读	(163)
习题选解	(120)	典例剖析	(167)
自我评价	(121)	中考展望	(179)
7.3 多边形及其内角和	(124)	课堂小结	(182)
新课指南	(124)	习题选解	(183)
教材解读	(124)	自我评价	(184)
典例剖析	(127)	8.3 再探实际问题与二元一次方	
中考展望	(130)	程组	(186)
课堂小结	(131)	新课指南	(186)
习题选解	(131)	教材解读	(187)
自我评价	(132)	典例剖析	(189)
7.4 课题学习 镶嵌	(134)	中考展望	(199)
新课指南	(134)	课堂小结	(205)
教材解读	(134)	习题选解	(205)



自我评价.....	(210)	本章综合评价	(278)
章末总结	(212)		
本章综合评价	(217)		
第九章 不等式与不等式组		第十章 实 数	
.....	(222)		(281)
本章视点	(222)	本章视点	(281)
9.1 不等式	(224)	10.1 平方根	(282)
新课指南.....	(224)	新课指南	(282)
教材解读.....	(224)	教材解读	(282)
典例剖析.....	(226)	典例剖析	(284)
中考展望.....	(232)	中考展望	(290)
课堂小结.....	(232)	课堂小结	(290)
习题选解.....	(233)	习题选解	(291)
自我评价.....	(234)	自我评价	(291)
9.2 实际问题与一元一次不等式		10.2 立方根	(294)
.....	(236)	新课指南	(294)
新课指南.....	(236)	教材解读	(294)
教材解读.....	(236)	典例剖析	(296)
典例剖析.....	(237)	中考展望	(299)
中考展望.....	(246)	课堂小结	(299)
课堂小结.....	(248)	习题选解	(299)
习题选解.....	(248)	自我评价	(300)
自我评价.....	(251)	10.3 实 数	(303)
9.3 一元一次不等式组	(253)	新课指南	(303)
9.4 课题学习 利用不等关系分		教材解读	(303)
析比赛.....	(253)	典例剖析	(306)
新课指南.....	(253)	中考展望	(309)
教材解读.....	(253)	课堂小结	(312)
典例剖析.....	(255)	习题选解	(312)
中考展望.....	(262)	自我评价	(312)
课堂小结.....	(267)	章末总结	(314)
习题选解.....	(267)	本章综合评价	(317)
自我评价.....	(272)		
章末总结	(274)	期中学习评价	(322)
		期末学习评价	(326)



第五章

相交线与平行线

一、课标要求与内容分析

1. 本章的课标要求:(1)了解对顶角、余角、补角的概念,掌握等角的余角相等,等角的补角相等,对顶角相等;(2)了解垂线、垂线段的概念,掌握垂线段最短的性质,体会点到直线的距离的意义,知道过一点有且仅有一条直线垂直于已知直线,会用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线;(3)知道两直线平行,同位角相等,进一步探索平行线的性质和判定,掌握过直线外一点有且仅有一条直线平行于已知直线,会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线;体会两条平行线之间距离的意义,会度量两条平行线之间的距离;(4)通过具体实例认识平移,探索它的基本性质,理解对应点连线平行且相等的性质,能按要求作出简单平面图形平移后的图形,利用平移进行图案设计,认识和欣赏平移在现实生活中的应用.

2. 本章的主要内容是两条直线的两种位置关系:相交、平行.特别是垂直和平行关系是平面几何所要研究的基本内容之一.在学习知识的同时,本章逐步渗透了说理论述格式.这一章的内容是很重要的基本知识,是关系到几何学习效果的重要阶段,一定要把这部分基础知识学好.





3. 本章内容分为四节:第一节相交线,第二节平行线,第三节平行线的性质,第四节平移.通过相交线有关知识的介绍,引出了对顶角、邻补角的概念及其性质.特别是通过对垂直情况的分析,使我们明白了垂线的意义,垂线的存在性和惟一性.将日常生活实践中接触到的感性知识数学化.本章还介绍了平行线的概念、平行公理、平行线的性质和判定.它是第一部分内容的延伸,也是对平面内两直线位置关系的归纳和综合,使我们对两条直线的有关知识有比较全面系统的了解.

4. 本章的重点是垂线的概念与平行线的性质和判定,难点是图形的平移.

二、学法指导

在本章的学习中,要注意由小学向中学的过渡.对小学学过的几何相关知识课前要认真复习一遍,对于有些难以理解的概念和性质要借助生活实际的经验、认识,建立相应的数学模型,积极开展探究性活动,遇到问题要多观察、多动手、勤思考,培养自己学习几何的兴趣,提高自己发现问题、分析问题、研究和解决问题的能力.学习本章的关键是正确理解并掌握基本概念和推理过程,要善于归纳和总结.



5.1 相交线

5.1.1 相交线

新课指南

- 1. 知识与技能:**了解邻补角和对顶角的概念,掌握邻补角、对顶角的性质,培养学生解决实际问题的能力.
- 2. 过程与方法:**经历观察、推理、交流等过程,进一步发展空间观念和推理能力.
- 3. 情感态度与价值观:**经历猜想、探索、归纳等过程,培养学生研究问题的方法,认识到数学来源于实际生活,又反过来服务于实际生产和生活.
- 4. 重点与难点:**重点是对顶角相等的探索过程,难点是对学生推理能力和表达能力的培养.

教材解读

精华要义

数学与生活

如图 5-1 所示,把两根木条用钉子钉在一起(两端除外),然后转动其中一根木条,观察两根木条所形成的四个角的大小关系.



图 5-1

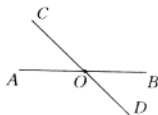


图 5-2

思考讨论 如图 5-2 所示,把两根木条看作两条直线 AB 和 CD ,钉子所在位置看作直线 AB 和 CD 的交点 O ,形成四个角分别为 $\angle AOC$, $\angle COB$, $\angle BOD$, $\angle DOA$,这四个角中,两两相配共组成几对对顶角? 各对顶角存在怎样的位置关系?

知识详解

知识点 1 对顶角的概念

定义 1:如图 5-3 所示,两条直线相交所构成的四个角中,有公共顶点但没有公共边的两个角是对顶角.图中 $\angle 1$ 的两边是 OA 和 OC , $\angle 2$ 的两边是 OB 和 OD ,所以



$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角. 同理 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是对顶角. $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有公共边 OA , 所以 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 不是对顶角.

定义 2: 一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线, 这两个角是对顶角. 如图 5-3 所示, $\angle 1$ 的两边 OA, OC 分别是 $\angle 2$ 的两边 OB, OD 的反向延长线, 所以 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角. 同理 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 也是对顶角.

【注意】 (1) 判断两个角是否是对顶角, 要看这两个角是否是两条直线相交所得到的, 还要看这两个角是不是有公共顶点而没有公共边, 符合这两个条件时, 才能确定这两个角是对顶角. 对顶角是成对的, 是具有特殊位置关系的两个角.

(2) 两条直线相交所构成的四个角中, 共有两对对顶角. 如图 5-3 所示, $\angle 1$ 和 $\angle 2, \angle 3$ 和 $\angle 4$.

知识点 2 邻补角的概念

定义 1: 两条直线相交构成的四个角中, 有公共顶点且有一条公共边的两个角是邻补角. 如图 5-3 所示, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有公共顶点 O , 且有一条公共边 OA , 另两边成一条直线, 所以 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是邻补角.

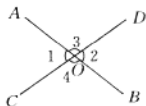


图 5-3

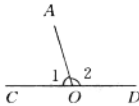


图 5-4

定义 2: 邻补角也可以看成是一条直线与端点在这条直线上的一条射线组成的两个角. 如图 5-4 所示, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是邻补角.

【注意】 (1) 判断两个角是否是邻补角, 关键要看这两个角的两边, 其中一边是公共边, 另外两边互为反向延长线. 如图 5-3 所示, OA 是公共边, OC 和 OD 互为反向延长线.

(2) 邻补角是成对的, 是具有特殊位置关系的两个互补的角.

(3) 两条直线相交所构成的四个角中, 有四对邻补角. 如图 5-3 所示, $\angle 1$ 和 $\angle 3, \angle 3$ 和 $\angle 2, \angle 2$ 和 $\angle 4, \angle 4$ 和 $\angle 1$.

知识点 3 对顶角、邻补角的性质

如图 5-3 所示, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 互补, 且 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是邻补角. 所以得到邻补角的性质: 邻补角互补.

如图 5-3 所示, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 互补, $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 互补, 即 $\angle 3$ 的邻补角是 $\angle 1$ 和 $\angle 2$, 根据“同角的补角相等”, 得出 $\angle 1 = \angle 2$, 这就得到: 对顶角相等.

上面这个结论, 用推理形式可写成:

因为 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互补, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补 (邻补角定义),

所以 $\angle 1 = \angle 2$ (同角的补角相等).



探究交流

② 相等的角是对顶角,这句话对吗?

点拨 这句话不对.对顶角是两条相交直线形成的角,与角的位置有关.而相等的角形形色色,与角的位置无关,如图 5-5 所示, $\angle 1 = \angle 2$,但它们不是对顶角.

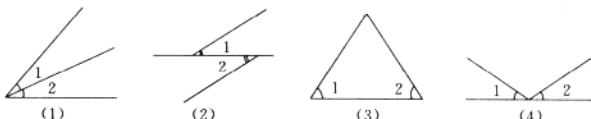


图 5-5

典例剖析

师生互动

基本概念题

有关基本概念的考查包括:(1)理解对顶角、邻补角的概念;(2)会判断一个角是否是对顶角或邻补角.

例 1 如图 5-6 所示, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角的是 ()

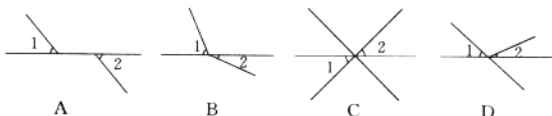


图 5-6

[分析] 判断的依据是对顶角的定义(一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线).

答案:C

例 2 如图 5-7 所示,直线 AB, CD, EF 相交于点 O ,指出 $\angle AOC, \angle EOB$ 的对顶角, $\angle AOC$ 的邻补角. 图中一共有几对对顶角? 几对邻补角?

[分析] 找一个角的对顶角时,可分别反向延长这个角的两边,以延长线为边的角即是原角的对顶角. 找一个角的邻补角时,可先固定一边,反向延长另一边,则由固定边和延长线组成的角即是原角的邻补角. $\angle AOC$ 的邻补角应有两个,因为固定 OA ,反向延长 OC 得到 $\angle AOD$,或固定 OC ,反向延长 OA 得到 $\angle BOC$,它们都是 $\angle AOC$ 的邻补角. 三条直线相交于一点,共有三组不同的

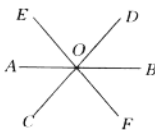


图 5-7



两条直线相交,即 AB 与 CD , AB 与 EF , CD 与 EF , 每两条直线相交,就得到 2 对对顶角,4 对邻补角,故有 3×2 对对顶角, 3×4 对邻补角.

解: $\angle AOC$ 的对顶角是 $\angle BOD$, $\angle EOB$ 的对顶角是 $\angle AOF$; $\angle AOC$ 的邻补角是 $\angle AOD$, $\angle BOC$. 图中共有 6 对对顶角, 12 对邻补角.

基础知识应用题

有关基础应用题的考查包括: (1) 互余、互补的知识的应用; (2) 邻补角的应用; (3) 利用基本概念解决实际问题.

例 3 如图 5-8 所示的矩形台球桌上, $\angle 2 = \angle 3$, 如果 $\angle 2 = 62^\circ$, 那么 $\angle 1$ 等于多少度?

〔分析〕 此题主要是对互余知识的应用, 由于台球桌角为 90° , 因此 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互余, 即 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, 又因为 $\angle 2 = \angle 3$, $\angle 2 = 62^\circ$, 所以 $\angle 3 = 62^\circ$, 所以 $\angle 1 = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$.

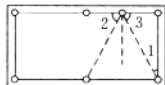


图 5-8

解: 因为 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$,

所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,

又因为 $\angle 2 = 62^\circ$,

所以 $\angle 1 = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$.

例 4 如图 5-9 所示, 点 O 是直线 AB 上一点, OE , OF 分别是 $\angle BOC$, $\angle AOC$ 的角平分线, 求:

(1) $\angle EOF$ 的度数;

(2) 写出 $\angle BOE$ 的余角及补角.

〔分析〕 因为 OE , OF 分别为 $\angle BOC$, $\angle AOC$ 的角平分线,

所以 $\angle COE = \frac{1}{2} \angle BOC$, $\angle FOC = \frac{1}{2} \angle AOC$,

所以 $\angle EOF = \angle COE + \angle FOC$

$$= \frac{1}{2} \angle BOC + \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$= \frac{1}{2} (\angle BOC + \angle AOC).$$

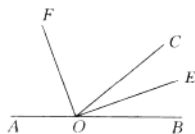


图 5-9

解: (1) 因为 OE , OF 分别是 $\angle BOC$, $\angle AOC$ 的角平分线,

所以 $\angle EOC = \frac{1}{2} \angle BOC$, $\angle FOC = \frac{1}{2} \angle AOC$,

所以 $\angle EOF = \angle EOC + \angle FOC = \frac{1}{2} \angle BOC + \frac{1}{2} \angle AOC$

$$= \frac{1}{2} (\angle BOC + \angle AOC),$$

又因为 $\angle BOC + \angle AOC = 180^\circ$,

所以 $\angle EOF = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$.



(2) $\angle BOE$ 的余角是 $\angle COF$ 和 $\angle AOF$, $\angle BOE$ 的补角是 $\angle AOE$.

综合应用题

主要考查:(1)邻补角、对顶角及角平分线的综合应用;(2)综合运用有关角的意义进行计算.

例 5 如图 5-10 所示,直线 AB 与 CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle AOD$, $\angle AOC = 120^\circ$, 求 $\angle BOD$, $\angle AOE$ 的度数.

〔分析〕 $\angle BOD$ 与 $\angle AOC$ 是对顶角,可得 $\angle BOD$ 的度数.由于 $\angle AOC$ 与 $\angle AOD$ 互为邻补角,可得 $\angle AOD$ 的度数.又由于 OE 平分 $\angle AOD$,可得 $\angle AOE$ 的度数.解题时要注意书写格式.

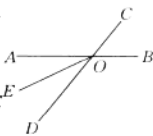


图 5-10

解: 因为 AB 与 CD 相交于点 O (已知),

所以 $\angle BOD = \angle AOC = 120^\circ$ (对顶角相等).

因为 $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$ (邻补角定义),

所以 $\angle AOD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

因为 OE 平分 $\angle AOD$ (已知),

所以 $\angle AOE = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$ (角平分线定义).

例 6 如图 5-11 所示,直线 AB , CD 相交于点 O , $\angle AOC$: $\angle AOD = 2 : 3$, 求 $\angle BOD$ 的度数.

〔分析〕 求 $\angle BOD$ 的度数,通常转化为求 $\angle AOC$ 的度数, $\angle AOC$ 与 $\angle AOD$ 互为邻补角,且比为 $2 : 3$,我们可以设 $\angle AOC = (2x)^\circ$, $\angle AOD = (3x)^\circ$,列方程可求得 $\angle AOC$ 的度数,问题可解.

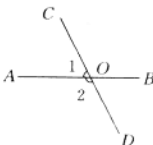


图 5-11

解: 设 $\angle AOC = (2x)^\circ$, 则 $\angle AOD = (3x)^\circ$.

根据邻补角的定义可列方程为

$$2x + 3x = 180, x = 36.$$

所以 $\angle AOC = (2x)^\circ = 72^\circ$, $\angle AOD = (3x)^\circ = 108^\circ$.

所以 $\angle BOD = \angle AOC = 72^\circ$.

探索与创新题

主要考查学生运用所学知识探索几何规律和创新的能力.

例 7 已知 α 的补角是一个锐角,有 3 人在计算 $\frac{2}{5}\alpha$ 时的答案分别为 32° , 87° , 58° , 其中有一个答案是正确的,求 α 的度数.

〔分析〕 本题可采用两种方法,一种是顺序推导法,一种是验算法.

解法 1: 因为 α 的补角是一个锐角,

所以 α 是一个钝角,

即 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,

所以 $36^\circ < \frac{2}{5}\alpha < 72^\circ$,



由已知三个人计算出的答案为 $32^\circ, 87^\circ, 58^\circ$ 可知 $\frac{2}{5}\alpha = 58^\circ$,

所以 $\alpha = 145^\circ$.

解法 2: 由题意可知 α 是一个钝角,

即 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

如果 $\frac{2}{5}\alpha = 32^\circ$, 那么 $\alpha = 80^\circ$, 不满足 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,

所以此人计算不正确.

如果 $\frac{2}{5}\alpha = 87^\circ$, 那么 $\alpha = 217.5^\circ$, 不满足 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,

所以此人计算也不正确.

如果 $\frac{2}{5}\alpha = 58^\circ$, 那么 $\alpha = 145^\circ$, 满足 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,

所以此人计算正确.

所以 $\alpha = 145^\circ$.

小结 在处理数学问题中误选答案问题时,常采用验算法.例如本题的第二种解法,就是利用互补的概念,把 α 的度数定在 $90^\circ \sim 180^\circ$ 之间,进而利用假设方法,求出相应的 α 的度数.

例 8 如图 5-12 所示,观察下列图形,并阅读图形下面的相关文字.



两条直线相交,
最多有 1 个交点



三条直线相交,
最多有 3 个交点



四条直线相交,
最多有 6 个交点

图 5-12

像这样,十条直线相交,最多交点的个数是

()

A. 40

B. 45

C. 50

D. 955

【分析】 本题采用不完全归纳法,探讨出几条直线相交最多的交点个数问题,当两条直线相交时,最多有一个交点,即当 $n=2$ 时, $S=1$;

当三条直线相交时,最多有 3 个交点,即当 $n=3$ 时, $S=3=2+1$;

当四条直线相交时,最多有 6 个交点,即当 $n=4$ 时, $S=6=3+2+1$;

当五条直线相交时,最多有 10 个交点,即当 $n=5$ 时, $S=10=4+3+2+1$;

.....

当 n 条直线相交时,最多有 $S=(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+3+2+1$

$$= \frac{1}{2}[(n-1)+1](n-1) = \frac{1}{2}n(n-1).$$

所以当 $n=10$ 时, $S=\frac{1}{2} \times 10 \times (10-1)=45$ (个).

故正确答案为 B.



学生做一做 (1) 一条直线可以把平面分成两部分, 如图 5-13 所示, 两条直线可以把平面分成几个部分? 三条直线可以把平面分成几个部分? 试画图说明.

图 5-13

(2) 四条直线最多可以把平面分成几个部分? 试画出示意图, 并说明这四条直线的位置关系.

(3) 平面上有 n 条直线, 每两条直线都恰好相交, 且没有三条直线交于一点, 处于这种位置的 n 条直线分一个平面所成的区域最多, 记为 a_n , 试写出 a_n 与 n 之间的关系.

老师评一评 解决本题应在图形的基础上得出答案, 重在考查学生的作图能力, 同时, 本题还是探索规律题, 应掌握从特殊到一般的思考方法.

(1) 两条直线因其相互位置不同, 可以把平面分成 3 个或 4 个部分, 如图 5-14 (1)(2) 所示.

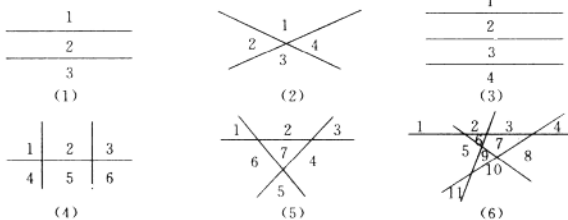


图 5-14

三条直线因其相互位置不同, 可以把平面分成 4 个、6 个或 7 个部分, 如图 5-14 (3)(4)(5) 所示.

(2) 四条直线最多可以把平面分成 11 个部分, 如图 5-14(6) 所示, 此时这四条直线的位置关系是两两相交, 且无三线共点.

(3) 平面上 n 条直线两两相交, 且没有三条直线交于一点, 把平面分成 a_n 个部分.

- ① 当 $n=1$ 时, $a_1=2=1+1$;
- ② 当 $n=2$ 时, $a_2=4=1+1+2$;
- ③ 当 $n=3$ 时, $a_3=7=1+1+2+3$;
- ④ 当 $n=4$ 时, $a_4=11=1+1+2+3+4$;
-

由此可归纳出公式:

$$\begin{aligned}
 a_n &= 1 + (1+2+3+4+\cdots+n) \\
 &= 1 + \frac{n(n+1)}{2} \\
 &= \frac{n^2+n+2}{2}.
 \end{aligned}$$



例 9 如图 5-15 所示,已知三条直线 AB, CD, EF 两两相交于点 P, Q, R , 则图中邻补角共有 _____ 对, 对顶角共有 _____ 对. (平角除外)

〔分析〕 根据对顶角、邻补角的定义.

答案: 12 6

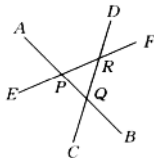


图 5-15

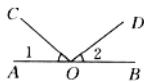


图 5-16

例 10 “若两个角有公共顶点和一条公共边, 且这两个角互补, 则这两个角互为邻补角”, 这句话对吗? 为什么?

解: 这句话是错误的, 如图 5-16 所示, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 + \angle AOD = 180^\circ$,

所以 $\angle 1 + \angle AOD = 180^\circ$,

所以 $\angle 1$ 与 $\angle AOD$ 互补, 且 $\angle 1$ 与 $\angle AOD$ 有公共顶点 O , 公共边 OA ,

但 $\angle 1$ 与 $\angle AOD$ 不互为邻补角.

易错与疑难题

例 11 如果 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 那么 $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 互补, 这种说法对吗?

错解: 此说法正确.

〔分析〕 这种说法是错误的, “互补”是针对两个角说, 不能说三个角互补, 因此犯的错误是概念模糊, 对“互补”概念没有理解好.

正解: 此说法是错误的.

中考展望

点击中考

中考命题总结与展望

这部分内容在中考中常以填空题或选择题的形式出现, 难度不大, 多融于其他知识中考查. 只要正确理解和掌握对顶角、邻补角的概念和性质, 这部分试题的分数是容易得的.

中考试题预测

例 1 (2004·河北) 已知 $\angle \alpha = 68^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的余角等于 _____.

〔分析〕 两角互余, 其和为 90° , 则 $\angle \alpha$ 的余角为 $90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$.

例 2 (2004·青海) 如图 5-17 所示, 直线 AB, CD 相交

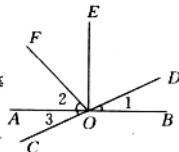


图 5-17



于点 O , $OE \perp AB$ 于点 O , OF 平分 $\angle AOE$, $\angle 1 = 15^\circ 30'$, 则下列结论中不正确的是

()

- A. $\angle 2 = 45^\circ$
 B. $\angle 1 = \angle 3$
 C. $\angle AOD$ 与 $\angle 1$ 互为补角
 D. $\angle 1$ 的余角等于 $75^\circ 30'$

〔分析〕 由图 5-17 可知 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是对顶角, 故 $\angle 1 = \angle 3$, 故 B 正确; 又因为 $OE \perp AB$, OF 平分 $\angle AOE$, 所以 $\angle 2 = 45^\circ$, 故 A 正确; $\angle 1$ 与 $\angle AOD$ 是直线 AB, CD 相交形成的邻补角, 所以 $\angle 1$ 与 $\angle AOD$ 互为补角, 故 C 正确; $\angle 1$ 的余角为 $90^\circ - 15^\circ 30' = 74^\circ 30'$, 故选 D.

例 3 (2005 · 重庆) 已知 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle A$ 的补角等于

()

- A. 50° B. 90° C. 140° D. 180°

〔分析〕 由补角的定义可知: $\angle A$ 的补角 $= 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$, 故正确答案为 C 项.

例 4 (2005 · 江苏) 已知 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 互余, 且 $\angle \alpha - 35^\circ 18'$, 则 $\angle \beta =$ _____.

〔分析〕 由互为余角的定义可知, 互余的两角之和为 90° , 即 $\angle \alpha + \angle \beta = 90^\circ$, 所以 $\angle \beta = 90^\circ - \angle \alpha = 90^\circ - 35^\circ 18' = 54^\circ 42'$.

例 5 (2005 · 黑龙江) 已知 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 互余, 且 $\angle \alpha = 40^\circ$, 则 $\angle \beta$ 的补角是 _____ 度.

〔分析〕 本题综合考查互为余角和补角的知识. 欲求 $\angle \beta$ 的补角, 首先求出 $\angle \beta$, 因为 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 互余, 所以 $\angle \alpha + \angle \beta = 90^\circ$, 又因为 $\angle \alpha = 40^\circ$, 所以 $\angle \beta = 50^\circ$, $\angle \beta$ 的补角是 $180^\circ - \angle \beta = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

课堂小结

本节归纳

1. 本节主要学习了相交线所成的对顶角、邻补角及它们的性质.
2. 要充分理解对顶角、邻补角的概念. 在复杂图形中能够识别对顶角.
3. 要注意结合图形分析题意, 解决问题. 同时, 要灵活使用对顶角的性质.

自我评价

知识巩固

1. 图 5-18 所示的四个图形中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角的有

()

A. 0 个

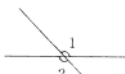
B. 1 个

C. 3 个

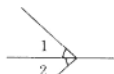
D. 4 个



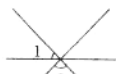
(1)



(2)



(3)



(4)

图 5-18