



天线入门

人民邮电出版社



內 容 提 要

本书是根据S.UDA和Y.MUSHIAKE 1954年所著“YAGI-UDA ANTENNA”英文版翻譯的。书中对八木天綫进行了理論分析，并且介紹了实用的設計方法，书中还列出了許多計算图表。本书对于从事雷达、电视和超短波天綫的研究人員，設計人員來說，有一定的参考价值。

八 木 天 綫

著 者: (日本) S.Uda, Y.Mushiake

譯 者: 張 善 謀 王 裕 昆

出版者: 人 民 郵 電 出 版 社

北京東四六條13號

(北京市書刊出版業營業許可証出字第〇四八號)

印刷者: 郵 電 部 北 京 郵 票 厂

发行者: 新 華 書 店

开本 787×1092 1/32

1961年4月北京第一版

印張 6 6/32 頁數 99

1961年4月北京第一次印刷

印刷字數 142,000 字

印數 1—3,000 册

統一書號: 15045·总1205—无316

定价: (11) 0.97 元

譯 者 序

八木天綫（波道式天綫）是一种适用于超短波范围的定向天綫，它在通信、雷达、电视和导航等方面用得很多。

书中对八木天綫进行了理論分析，研究了天綫元粗細、天綫元間的距离对天綫特性的影响，从实用的观点上提出簡易可行的設計这种天綫的具体步驟和方法，列出了由实际測量所获得的数据、曲綫和計算图表（限于三元八木天綫），对于研究和設計超短波无綫电的人員來說，有一定的参考价值。

本书只对三元八木天綫的設計举有实例，而对比較更复杂些的多元八木天綫却講得不詳細，只簡單地提一下，这是資本主义国家书籍的特点。但是，作者从实用的观点上研究簡化設計的方法，是值得注意的。

目 录

第 一 章 引 論	(1)
第 二 章 基本理論	(2)
2.1 在具有不連續介質的无限区域內的互易定理	(2)
2.2 天綫系統在饋电点处的通用方程式	(6)
第 三 章 綫狀天綫的分析	(9)
3.1 任意截面形狀的柱形天綫理論	(9)
3.2 柱形天綫等效半徑的理論表示式	(12)
3.3 各种柱形天綫的等效半徑	(15)
3.3.1 角形天綫的等效半徑 (截面为 L 形)	(15)
3.3.2 兩平行导体的等效半徑	(18)
3.3.3 三平行导体的等效半徑	(19)
3.4 偶极天綫的接收电压和輸入阻抗的数值	(20)
附录3.1 函数 α_1 、 α_2 、 β_1 和 γ_1 的表示式	(26)
第 四 章 兩平行天綫輸入阻抗的理論計算	(28)
4.1 引言	(28)
4.2 計算的理論	(28)
4.3 阻抗的近似式	(37)
4.4 数据計算的結果	(41)
4.5 应用例題	(43)
附录4.1 f_n 、 g_n 等函数的表示式	(46)
附录4.2 函数 $\alpha(l)$ 、 $\beta(l)$ 和 δ_0 的表示式	(47)
附录4.3 函数 γ_0 的表示式	(48)
第 五 章 粗細不一致的天綫理論	(49)
5.1 引言	(49)
5.2 理論上的研究	(49)
5.3 电流分佈和輸入阻抗的近似式	(58)

5.4	數字計算例子	(62)
第 六 章 八木天綫的通用理論 (64)		
6.1	天綫元的有效長度	(64)
6.2	八木天綫元的自阻抗和互阻抗	(68)
6.3	八木天綫輸入阻抗的通用公式	(70)
6.4	八木天綫輻射特性的通用公式	(71)
附录6.1	兩半波偶極天綫間的互阻抗	(74)
第 七 章 八木天綫設計中的一般問題 (76)		
7.1	天綫系統設計中的一些問題	(76)
7.2	激勵元(饋電元)的設計	(77)
7.3	反射器及引向器的設計	(80)
第 八 章 兩元天綫的設計 (82)		
8.1	兩元天綫的輸入阻抗和輻射特性的理論計算	(82)
8.2	兩元天綫特性的測量	(92)
8.3	兩元天綫的設計	(96)
附录8.1	兩元天綫的輸入阻抗	(99)
附录8.2	兩元天綫的功率增益	(105)
第 九 章 三元八木天綫的設計 (110)		
9.1	三元八木天綫特性的理論計算	(110)
9.2	三元八木天綫的實驗研究	(116)
9.3	三元八木天綫的設計	(121)
附录9.1	三元八木天綫的輸入阻抗	(123)
附录9.2	三元八木天綫的阻抗圖	(127)
附录9.3	三元八木天綫的設計計算圖	(129)
第 十 章 折合天綫及其變態用作八木天綫的激勵元 (131)		
10.1	引言	(131)
10.2	T型匹配天綫的普遍理論	(131)
10.3	T型匹配天綫輸入阻抗的計算	(137)
10.4	T型匹配天綫輸入阻抗的測量	(140)

10.5	同軸綫T型匹配天綫	(146)
10.6	雙H型天綫的分析	(148)
10.7	雙H型天綫的設計理論	(149)
10.8	雙H型天綫的頻率特性	(152)
10.9	折合天綫和它在八木天綫中的應用	(155)
附录10.1	T型匹配天綫輸入阻抗的理論值	(156)
第十一章 天綫与饋綫連接的“工作增益”		(159)
11.1	引言	(159)
11.2	天綫与饋綫連接時的工作增益的定義	(160)
11.3	發射天綫工作增益和接收天綫工作增益的互易性	(161)
11.4	天綫的工作增益和一般增益之間的关系	(162)
第十二章 八木天綫的实例		(166)
12.1	三元八木天綫	(166)
12.2	四元和五元八木天綫	(172)
12.3	重迭式八木天綫	(173)
12.4	垂直八木天綫	(175)
第十三章 由測量輻射图形決定綫形陣		
列天綫增益的方法		(177)
13.1	引言	(177)
13.2	一般天綫增益和輻射图形之間的关系	(178)
13.3	关于几种天綫效率的理論性探討	(179)
13.4	綫形陣列天綫的增益和輻射图形之間的关系	(184)
13.5	由輻射图形計算綫形陣列天綫增益的各种公式	(187)
13.6	公式 F_m 的一些注意点	(188)
13.7	由輻射图形求天綫增益的作图法	(190)
附录13.1	銅綫的电阻	(191)
附录13.2	$\Phi(\alpha)$ 的計算	(192)
附录13.3	$\Phi(x)$ 的积分	(193)

第一章 引 論

八木天綫是現今广泛采用的一种結構簡單而增益又高的超短波天綫，它是日本神戶大学的八木和宇田在1926年发明的。在发明后的十五年内，日本本国很少有人注意。然而，当这种天綫于第二次世界大战期間作为一个重要部件使用到雷达上以后，它的重要性才为人們所承認。其后，在日本有許多学者对这种天綫进行了理論研究和实验，然而他們的工作不是限于理論上的探討，不能直接用到实际設計上去，就是只对某些特殊問題作了实验报告；对于天綫元粗細、天綫元与天綫元間距离以及其它天綫元参数的影响等都还没有进行有系統的研究。可以这样說，通用的設計步驟并未确立。

1944年作者开始八木天綫的研究工作，目的是要确立这种天綫的設計步驟，首先是測定半波振子的各种特性。在这个工作中就已发现，一般的天綫理論并不能做为設計八木天綫的基础，需要进行更严格的探討。

通常天綫的理論，大多是对电流分佈先作出某种假定。这种方法所导致的結論是：即使天綫是由理想导体制成的，而在天綫的表面上仍有电場的切綫分量存在。但是这种理論却又与实验結果相当吻合，謝昆諾夫曾經指出这是“輻射之謎”。哈侖的分析方法可以完全避免这个缺点，然而还只限于单根振子的问题，而不能直接用于多元天綫系統。

作者对滿足边界条件的天綫常数下了定义，将哈侖的方法引伸一步，用来分析多元天綫，結果得出更普遍的理論，并且計算出了各种情况的天綫常数的数据。

虽然这个理論比較严整，但太复杂了，以致不能用于多元

天綫的实际問題上去。为了克服这种困难，引用了天綫元有效长度的观念。这样，整理設計数据的工作就大大地方便了。在本书中作者收集了许多实验和計算数据，并将其結果列于书中的計算图表里，还给出了許多有用的設計公式。

应用这种方法，作者所設計的許多电视接收天綫，已經在日本实际使用了。

第二章 基本理論

2.1 在具有不連續介質的无限区域內的互易定理

为了确定互易定理是否适用于象八木天綫这样复杂的天綫，作者研究了在不連續介質无限区域內的互易定理，并导出了証明这个定理的新的精确而簡便的方法，現在将它敘述于下。

为了简单起見，我們只討論綫性的、并且是各向同性的介質①，其电参数为 ϵ 、 μ 和 σ 。令 $\mathbf{E}_1$ 、 $\mathbf{H}_1$ 为在連續介質中加入电流源 $\mathbf{J}_{01}$ 所产生的电磁場， $\mathbf{E}_2$ 、 $\mathbf{H}_2$ 为 $\mathbf{J}_{02}$ 所产生的場，則它們分別滿足麦克斯威尔的場方程式如下：

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}_1 + j\omega\mu\mathbf{H}_1 &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{H}_1 - (j\omega\epsilon + \sigma)\mathbf{E}_1 &= \mathbf{J}_{01}. \end{aligned} \right\} \quad (1) \textcircled{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}_2 + j\omega\mu\mathbf{H}_2 &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{H}_2 - (j\omega\epsilon + \sigma)\mathbf{E}_2 &= \mathbf{J}_{02}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

一方面，由向量函数的数学公式得：

- ① 在不是各向同性但介質常数渐变的介質中，也可以得到同样的結果。
- ② 我們只考慮那些是時間 t 和角速度 ω 的簡諧函数的分量。

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2) &= \mathbf{H}_2 \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \nabla \times \mathbf{H}_2, \\ \nabla \cdot (\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) &= \mathbf{H}_1 \cdot \nabla \times \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_2 \cdot \nabla \times \mathbf{H}_1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

为了消去 $\nabla \times \mathbf{E}_i$ 等, 将 (1)、(2) 两式代入式 (3), 并分别取式 (3) 两式中两边之差得:

$$\nabla \cdot (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2) - \nabla \cdot (\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) = -\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_{02} + \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_{01}. \quad (4)$$

若取此方程式在連續介質区域 V_1 内的体积分, 并用高斯定理将公式左边变为面积分, 我們得到下式:

$$\int_{S_1} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n} ds = - \int_{V_1} (\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_{02} - \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_{01}) dv. \quad (5)$$

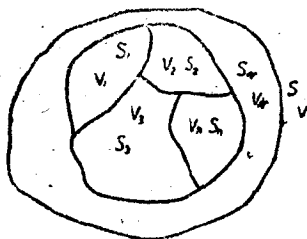


图 2.1. 不連續介質区域

显然, 这个方程式只适用于連續介質的区域 V_1 之内, 而不能用于具有不連續介質的区域。但是, 通过下面的方法, 我們可以証明同样形式的方程式也能适用于具有不連續介質的区域。

假定区域 V 包含 V_1 、 V_2 ... V_n 等几个部分区域, 如图2.1所示, 則方程式 (5) 适用于部分区域 V_r 和其界面 S_r , 即

$$\begin{aligned} & \int_{S_r} (\mathbf{E}_{1r} \times \mathbf{H}_{2r} - \mathbf{E}_{2r} \times \mathbf{H}_{1r}) \cdot \mathbf{n}_r ds \\ &= - \int_{V_r} (\mathbf{E}_{1r} \cdot \mathbf{J}_{02r} - \mathbf{E}_{2r} \cdot \mathbf{J}_{01r}) dv. \end{aligned} \quad (6)$$

另一方面, 按向量公式, 我們知道有下列关系存在,

$$(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{n} = \{\mathbf{n} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{n})\} \cdot (\mathbf{H} \times \mathbf{n}). \quad (7)$$

另外, 由場的向量的性質, 对不連續面的边界条件可以写成下式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_{1r} \times \mathbf{n}_r + \mathbf{E}_{2r} \times \mathbf{n}_r &= 0, \\ \mathbf{H}_{1r} \times \mathbf{n}_r + \mathbf{H}_{2r} \times \mathbf{n}_r &= \mathbf{K}_{12r} \end{aligned} \right\} \quad i=1, 2) \quad (8)$$

式中 $K_{i,r}$ 为表面电流密度，它只存在于理想导体的界面。因此， $\mathbf{E} \times \mathbf{n}$ 在界面的两侧必须为零，于是，由方程式 (7) 得：

$$(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (9)$$

然而， $K_{i,r}$ 只在理想导体的边界上存在，因此由方程式 (7) 和 (8)，在界面上可以得到下列关系：

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{E}_{1r} \times \mathbf{H}_{2r}) \cdot \mathbf{n}_r &= -(\mathbf{E}_{1s} \times \mathbf{H}_{2s}) \cdot \mathbf{n}_s, \\ (\mathbf{E}_{2r} \times \mathbf{H}_{1r}) \cdot \mathbf{n}_r &= -(\mathbf{E}_{2s} \times \mathbf{H}_{1s}) \cdot \mathbf{n}_s. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

因此，在区域 V_r 和 V_s 的交界面上得到：

$$\begin{aligned} \int_{S_r} (\mathbf{E}_{1r} \times \mathbf{H}_{2r} - \mathbf{E}_{2r} \times \mathbf{H}_{1r}) \cdot \mathbf{n}_r ds \\ + \int_{S_s} (\mathbf{E}_{1s} \times \mathbf{H}_{2s} - \mathbf{E}_{2s} \times \mathbf{H}_{1s}) \cdot \mathbf{n}_s ds = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

利用这个关系以及类似关系，我们能够很容易地导出下式：

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^n \int_{S_r} (\mathbf{E}_{1r} \times \mathbf{H}_{2r} - \mathbf{E}_{2r} \times \mathbf{H}_{1r}) \cdot \mathbf{n}_r ds \\ = \int_S (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n} ds. \end{aligned} \quad (12)$$

此外，各部分区域体积积分的总和，显然是和整个区域的体积积分的值相等。因此，若取 n 个象方程式 (6) 那样方程式的和，并利用方程式 (12)，我们最后可以得到

$$\int (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n} ds = - \int (\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_{02} - \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_{01}) dv \quad (13)$$

这个方程式和方程式 (5) 具有同样的形式，但是它们之间是有差别的，即方程式 (5) 是在连续介质区域的关系，而方程式 (13) 却显示出包含着不连续介质的区域的关系；换句话说，方程式 (13) 对于例如包含有引向器及反射器的区域也能适用。

其次，让我们研究当把区域 V 扩展到无限区域的情况，也就是当图 2.1 中的 S 面扩展到无限远处去的情况。根据 M. Ito 导出的结果，在离开分布在一个有限区域内的辐射源有足够远的

距离的一点上的感应电磁场，可以用下式给出：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_i &= \frac{e^{-j k R}}{R} \mathbf{D}_i + O\left(\frac{1}{R^2}\right), \\ \mathbf{H}_i &= \frac{e^{-j k R}}{R} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \mathbf{R}_0 \times \mathbf{D}_i + O\left(\frac{1}{R^2}\right). \end{aligned} \right\} (i=1,2) \quad (14)$$

式中 R 为坐标原点到观察点的距离， $\mathbf{R}_0$ 为表示 R 方向的单位向量；向量函数 $\mathbf{D}_1$ 和 $\mathbf{D}_2$ 垂直于 $\mathbf{R}_0$ ，它们和 R 无关，而决定于源的分佈情况。把式(14)代入式(13)，式(13)左边的面积分便转化成下式：

$$\begin{aligned} \int_S &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \int_S \frac{e^{-j 2 k R}}{R^2} \{ \mathbf{D}_1 \times (\mathbf{n} \times \mathbf{D}_2) - \mathbf{D}_2 \times (\mathbf{n} \times \mathbf{D}_1) \} \cdot \mathbf{n} ds \\ &\quad + \int_S O\left(\frac{1}{R^3}\right) ds \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} e^{-j 2 k R} \int (\mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{D}_1) \frac{ds}{R^2} + O\left(\frac{1}{R}\right) = O\left(\frac{1}{R}\right). \end{aligned} \quad (15)$$

因此，当 $R \rightarrow \infty$ 时，面积分变为零，结果，在无限区域的情形下，(13)式简化为：

$$\int (\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_{02} - \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_{01}) dv = 0. \quad (16)$$

这个方程式表示出具有不连续介质的无限区域内两个电磁场之间的互易关系。

方程式(16)和卡森或巴兰亭所导出的方程式是一样的，但是上面所讨论的方法在以下的两点上比其他作者所描述的方法更确切更简洁，即介质的不连续面用式(12)计入，而对无限区域则引用式(14)来解决。对这两点在 H. Nukiyama 的报告中只作了简单的假定，而缺乏理论上的分析。

利用我们的方法，如果引用式(12)的关系，同样可以把坡印亭定理扩展，应用到不连续介质区域中去。

2.2 天綫系統在饋电点处的通用方程式

現在我們研究如图 2.2 所示具有獨立饋电点的天綫系統，并导出表示其饋电点处电气特性的通用方程式。

图中，当天綫 #1 的饋电点处加有电压 v_{11} ，而其余各饋电点均为开路，同时天綫 #1 饋电点处的电流为 i_1 ，而在天綫 #2、#3……# n 开路饋电点处所感

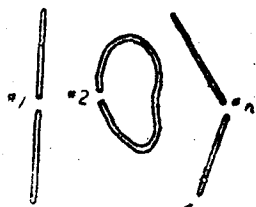


图 2.2 一般天綫系統

应电压分别为 v_{21} 、 v_{31} …… v_{n1} 时，我們令这时所得的滿足麦克斯威尔方程式和边界条件的电磁場的解为解[1]。同样地，当天綫 # s 的饋电点处加有电压 v_{ss} ，而其余天綫均为开路，同时天綫 # s 的輸入电流为 i_s ，而在天綫 # r 的开路饋电点的感应电压为 v_{rs} 时，我們令所得的解为解[s]。这样，用同一方法便能确定 n 个解。

由于麦克斯威尔方程式是綫性的，这些解的任何綫性組合同样也能滿足麦克斯威尔方程式和除了外加电压以外的边界条件。因此，所得綫性組合式也是一个解。

为了求得电压 V_r ($r=1, 2, \dots, n$) 加于天綫 # r 饋电点时的解，我們定义常数 a_s 为：

$$V_r = \sum_{s=1}^n v_{rs} a_s \quad (17)$$

如果取 n 个解[s]各自乘以 a_s 的和，其結果也是一个解，并且根据式(17)，它能滿足在天綫 # r 的饋电点分别加有等于 V_r 的电压的条件。換句話說，对上述情况，显然解的和本身也是一个解。此时，輸入电流 I_r 按定义一定可以由下式决定：

① 由于饋电点是彼此无关的，可以认为 $|V_{rs}| \neq 0$ 。

$$I_r = a_r i_r. \quad (18)$$

从式(17)和式(18)中消去常数 a_r , 得

$$V_r = \sum_{i=1}^n \frac{v_{rs}}{i_s} I_i. \quad (19)$$

此外, 在电压 v_{rs} 和电流 i_s 之間存在有比例关系, 因此, 可以写成下面的形式:

$$Z_{rs} = \frac{v_{rs}}{i_s}. \quad (20)$$

把这个关系代入(19)式, 得:

$$V_r = \sum_{i=1}^n Z_{ri} I_i. \quad (21)$$

这是发射天綫系統的基本方程式。

但是, 对接收天綫系統, 还必須把另外一个解[0]加于上述 n 个解[s]的和中去。解[0]表示在入射波的場中, 天綫系統在所有饋电点均为开路时的場。用 V_{0r} 表示天綫# r 在饋电点处的开路电压。讓我們取这样定义的 $(n+1)$ 个解之和, 其結果也應該是一个解。因而得到接收天綫系統的通用方程式:

$$V_r = V_{0r} + \sum_{i=1}^n Z_{ri} I_i. \quad (22)$$

式中 Z_{rr} 为与式(20)中的相同的常数, Z_{rs} ($r = s = 1, 2 \dots n$)叫做天綫系統的自阻抗, 而 Z_{rs} ($r \neq s$)叫做互阻抗。

其次, 我們来研究 Z_{rs} 和 Z_{sr} ($r \neq s$)之間的关系。在前节所講的互易定理方程式(16)中, 設 $\mathbf{E}_1$ 和 $\mathbf{J}_{01}$ 为解[r]的值, 而 $\mathbf{E}_2$ 和 $\mathbf{J}_{02}$ 为解[s]的值。那么, $\mathbf{J}_{01}$ 只分佈在# s 的饋电点上。因此, 对无限区域的积分就簡化为对这两部分的积分, 并且只有分別对应于 V_{rs} 和 V_{sr} 的場 $\mathbf{E}_1$ 和 $\mathbf{E}_2$ 在式(16)的体积分中能起作用。現在, 我們先假定饋电点有一定的大小, 然后, 再考慮饋电点的大小

无限缩小，但保持总电流不变的极限情况，那么方程式(16)中的体积分可计算如下：

$$\left. \begin{aligned} \int \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_{02} dv &= -v_{rs} i_r, \\ \int \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_{01} dv &= -v_{rs} i_r. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

将此方程式代入式(16)，得

$$v_{rs} i_s = v_{rs} i_r. \quad (24)$$

这样，由方程式(20)的定义，便得到：

$$Z_{sr} = Z_{rs}, \quad (s \neq r). \quad (25)$$

换句话说，互阻抗的对称性已经被证实了。

从上面的讨论可见，天线的输入阻抗无论它是用在发射系统或是接收系统都是一样的，因此它们与馈电点的电压无关。这表明，一个具有 n 个馈电点的一般辐射系统相当于具有 n 个独立的闭合回路的集总参数网络。所以，一般网络理论及其关系式可以直接在辐射系统中应用。例如，只要引入的或改变的是集总参数的电路元件，我们便可以把戴维宁定理扩展应用到辐射系统。

至此，所谓天线系统的辐射阻抗已经由假定的天线电流分佈用感应电势的方法计算出来了，然而，天线系统用于发射和接收时其电流分布并非永远相同，所以，同一天线系统用来发射和用来接收，其辐射阻抗的值是不同的^①。换句话说，只用一般感应电势的方法不能单值地定义天线系统的辐射阻抗。因此，必须注意，只有当如上所定义的 Z_{rr} 的值作为天线系统的阻抗来处理时，有关网络电特性的戴维宁定理及其它定理才能适用于辐射系统。

① 金早已指出过同样的事实。

第三章 縫狀天綫的分析

3.1 任意截面形狀的縫狀天綫理論

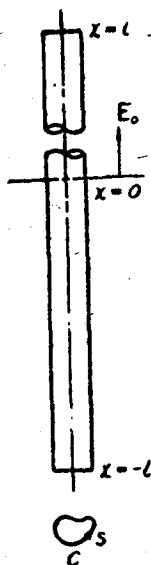


图 3.1 任意截面形狀
的柱形天綫

实用的甚高频 (V.H.F) 和超高频 (U.H.F) 天綫，常用非圓形截面的导体作为天綫导体，但是关于这种型式天綫的理論，特别是关于它的等效半径的理論，似乎还没有很大的发展。这里我们将应用哈倫的理論来研究一个具有任意截面形狀的柱形天綫。

讓我們研究一个如图 3.1 所示的天綫，其中 x 为沿天綫长度的座标， s 为沿截面周綫 C 的座标。为了簡便起見，設所加电磁場 E_0 是沿 x 的方向极化的，且天綫是由足够細的理想导体所制成。如果将粗細对总长 $2l$ 的比数里的誤差略去，就可以不考虑終端面的效应；因而天綫上的电流可以认为就是随着場 E_0 沿柱面流动的电流 $K(x, s)$ 。于是得出流经 x 处截面的总电流 $I(x)$ 如下：

$$I(x) = \oint_C K(x, s) ds. \quad (1)$$

此时赫茲向量只有 x 分量。設 $\Phi(x, s)$ 为它在柱面上的值，則 $\Phi(x, s)$ 依下式决定于电流 $K(x, s)$ ：

$$\Phi(x, s) = \frac{1}{j 4 \pi \omega \epsilon} \int_{-l}^l dx_1 \oint_C K(x_1, s_1) \frac{e^{-j k r}}{r} ds_1. \quad (2)$$

式中

$$r = \sqrt{(x - x_1)^2 + d^2(s, s_1)}, \quad (8)$$

而 (s, s_1) 为闭合曲线 C 上 s 和 s_1 两点之间的距离。

此外，电磁场可由赫兹向量求得，而这电场在柱面的切线分量必须为零。用由式(2)所定义的函数 $\Phi(x, s)$ ，我们可以将这些边界条件表示为：

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + k^2 \Phi + E_0 = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial s} = 0. \quad (5)$$

将式(4)和(5)分别对 s 及 x 微分得：

$$\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^2 \partial s} + k^2 \frac{\partial \Phi}{\partial s} + \frac{\partial E_0}{\partial s} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3 \partial s} = 0. \quad (7)$$

如令 $\frac{\partial E_0}{\partial s} = 0$ ，则由此两方程式得出：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial s} = 0. \quad (8)$$

这个方程式表示，在天线导体的截面周线上，赫兹向量的值为一常数。所以， Φ 一定只是 x 的函数而与 s 无关。由于这个理由，我们今后将用 $\Phi(x)$ 表示这个函数。

另外方程式(2)可以变化为：

$$\begin{aligned} i4\pi\omega\epsilon\Phi(x) = & \int_{-l}^l \oint_C \frac{K(x, s_1)}{r} dx_1 ds_1 \\ & + \int_{-l}^l \oint_C \frac{K(x_1, s_1)e^{-i\beta r} - K(x, s_1)}{r} dx_1 ds_1. \end{aligned} \quad (9)$$

当 $r=0$ 时，上式中第二项内被积式的分子为零，而第一项内被

积式的分子則不为零，因此第二項积分的值可以认为是比其它各項都小的量。此外，第二項积分中的函数 r 能用 $|x-x_1|$ 来代替，这除了在 $x=x_1$ 附近以外是没有显著誤差的。因此，当我们略去天綫导体粗細对其长度比的数量級的誤差后，第二項积分就容易近似地表示为

$$\oint_c \frac{K(x_1, s_1) e^{-jkr} - K(x, s_1)}{r} ds_1 = \frac{I(x_1) e^{-jkh|x-x_1|} - I(x)}{|x-x_1|}. \quad (10)$$

式中

$$I(x) = \oint_c K(x, s) ds. \quad (11)$$

另一方面，除在天綫导体两端附近外， $\frac{1}{r}$ 的积分可由下式近似地表示：

$$\begin{aligned} \int_{-l}^l \frac{dx_1}{r} &= \log(x_1 + \sqrt{x_1^2 + d^2}) \Big|_{0,0}^{l+x, l-x} \\ &\simeq \log \frac{4(l^2 - x^2)}{d^2}, \\ &= \log \frac{l^2 - x^2}{l^2} + 2 \log \frac{2l}{d}. \end{aligned} \quad (12)$$

这里略去了 ρ/l 級的誤差。近似式在靠近天綫两端虽不能应用，但函数 $I(x) \log \{(l^2 - x^2)/l^2\}$ 和 $I(x)$ 在天綫两端同时为零，因此式(9)右边的第一項在天綫的任一点上可以近似地用下列的形式来表示，利用式(12)，得

$$\begin{aligned} \int_{-l}^l \oint_c \frac{K(x_1, s_1)}{r} dx_1 ds_1 &\simeq I(x) \log \frac{l^2 - x^2}{l^2} \\ &+ 2 \oint_c K(x, s_1) \log \frac{2l}{d} ds_1. \end{aligned} \quad (13)$$