ZHONGKAO CHANGYONG TIXING JIETI JINGDIAN 1000LI

中考常用题型解题经典1000例

胡丹

修订版

● 名师精撰
● 权威导向
● 揭示规律
● 应试宝典

数学

大连理工大学出版社
DALIAN LIGONG DAXUE CHUBANSHE

中考常用题型解题经典1000例

数　学

（修订版）

胡　丹

大连理工大学出版社

《中考常用题型解题经典1000例》

编委会

主编　胡坤英

编委　胡　丹　王素兰　金蔚莲　李兰芬

　　　滕　建　王文波　刘　颖

图书在版编目(CIP)数据

中考常用题型解题经典1000例:数学(修订版)/胡丹．一大连:大连理工大学出版社,1998.7

ISBN 7-5611-1292-0

Ⅰ．中… Ⅱ．胡… Ⅲ．①课程-解题-初中-升学参考资料 ②数学课-解题-初中-升学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第13218号

大连理工大学出版社出版发行

(大连市凌水河　邮政编码　116024)

沈阳新华印刷厂印刷

开本:880×1230毫米　1/32　字数:367千字　印张:12.5

1997年6月第1版　1998年7月第2版

1998年7月第3次印刷

责任编辑:于明珍　责任校对:东　敏

封面设计:孙宝福

定价:12.00元

修订版前言

为了适应新编九年义务教育教材的要求，配合应届毕业生的中考综合复习，我们组织辽宁省实验中学等学校有丰富教学经验的教师编写了这套《中考常用题型解题经典 1000 例》丛书，出版后反响很好。为了满足广大读者的要求，我们经过修改再次出版此书。

本套丛书由语文、数学、英语、物理、化学五个分册组成。每一册均按题号的顺序，将知识进行系统的分类。此次修改中，本着以纲为纲、紧扣教材的原则，精心编选了每一道题，力求使书中的每一道题都代表一个或几个知识点，并且所给例题都有准确答案及解析。为了推进素质教育，在强化基础训练的基础上，我们参考近一两年全国各省市的中考试题，增加了很多主观试题，这样既能引导学生牢固掌握基础知识，又能帮助学生提高解决综合问题的能力，并在极短的时间内了解更多的新题型。

全书修改之后，更具有内容全、题型新、知识点准、编选由易到难的特点，为初中毕业生提供了一套全面、完整、系统的复习资料，也是教师教学的好帮手。

数学分册的内容，包括 9 年义务教育教材代数、几何第三册的全部内容。在这次再版的修改中，既重视了基础知识的巩固，又增加了一定数量的观察思考题和实践操作题，目的在于进一步提高学生分析问题、解决问题的能力。

此书是作者多年教学经验与现代教学相结合的结晶，但

由于水平所限，不足之处请广大读者批评指正。

《中考常用题型解题经典1000例》

丛书编委会

1998年7月

目　　录

第一部分　代　数

第一章　一元二次方程

一、基本概念

【1】 什么叫一元二次方程？

答：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2，这样的整式方程叫做一元二次方程。

【2】 写出一元二次方程的一般形式。

答：一元二次方程的一般形式是

$$ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

【3】 一元二次方程的解法有哪几种？

答：一元二次方程的解法有：(1) 直接开平方法；(2) 配方法；(3) 公式法；(4) 因式分解法。

【4】 写出一元二次方程的求根公式。

答：一元二次方程的求根公式是：

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geqslant 0)$$

【5】 写出一元二次方程根的判别式，并说明怎样利用根的判别式判断根的情况。

答：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ 的根的判别式是

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

(1) 当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；

(2) 当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；

(3) 当 $\Delta < 0$ 时，方程没有实数根。

【6】 一元二次方程的根与系数有怎样的关系？

答：一元二次方程的根与系数之间存在下列关系：

如果 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两个根是 x_1, x_2，那么

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

如果方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根是 x_1, x_2，那么

$$x_1+x_2=-p$$

$$x_1\cdot x_2=q$$

这就是说，以两个数 x_1, x_2 为根的一元二次方程（二次项系数为 1）是

$$x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$$

【7】怎样应用公式分解二次三项式？

答：在分解二次三项式 ax^2+bx+c 的因式时，可先用公式求出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根 x_1, x_2，然后写成

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

【8】什么叫无理方程？

答：根号下含有未知数的方程，叫做无理方程。

【9】什么叫有理方程？

答：整式方程和分式方程统称为有理方程。

【10】什么叫二元二次方程？

答：含有两个未知数，并且含有未知数的项的最高次数是 2 的整式方程，这样的方程叫做二元二次方程。

二、基础练习

【11】下列各方程是一元二次方程的是（　　）。

(A) x^2+5x-3　　(B) $x^2+5x-3=x^2$

(C) $x^2+0.2x-0.3x^3=0$　　(D) $x^2=5x+3$

答：选(D)。

【12】下列各一元二次方程是一般形式的是（　　）。

(A) $6x^2=10+5x$　　(B) $5x-6x^2-10=0$

(C) $6x^2-5x-10=0$　　(D) $10+5x+6x^2=0$

答：选(C)。

【13】下列各方程不是一元二次方程的是(　　)。

(A) $4x^2 = 1$　　(B) $\frac{1}{x^2} + 2x - 1 = 0$

(C) $x^2 = 0$　　(D) $x(x+1) = 2x^2 - 3x + 1$

答：选(B)。

【14】下列各方程不是整式方程的是(　　)。

(A) $\frac{1}{2}x = 3$　　(B) $0.3x^2 - 0.2x + 1 = 0$

(C) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x} - 1 = 0$　　(D) $\sqrt{2}x^2 - \sqrt{3}x + 4 = 0$

答：选(C)。

【15】下列各方程中分式方程的个数是(　　)。

① $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x^2-2} = 5$　　② $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} + \frac{3}{4} = 0$

③ $x - 3 = \frac{4}{x-1}$　　④ $\left(\frac{x^2+1}{x}\right)^2 - \frac{x}{x^2+1} - 6 = 0$

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

答：选(C)。

解：① ③ ④ 都是分式方程。

【16】下列各方程中是无理方程的是(　　)。

(A) $\sqrt{3x-2} = 3 - \sqrt{2x-5}$

(B) $\sqrt{3}x - 2 = 3x^2 - \sqrt{5}$

(C) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{3}{4} = 0$

(D) $\frac{1}{3x-2} + \frac{1}{2x-3} = 1$

答：选(A)。

【17】下列方程是关于 x 的一元二次方程的是(　　)。

(A) $ax^2 + bx + c = 0$

(B) $a^2x + 5a - 6 = 0$

(C) $(a - \sqrt{2})x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$ $(a = \sqrt{2})$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - \frac{\sqrt{2}}{3}x - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

答：选(D)。

把下列方程化为 $ax^2+bx+c=0\ (a>0)$ 的形式后，依次写出系数 a,b,c 的值。

【18】$x^2-5x=6$

解：原方程变形后化为

$$x^2-5x-6=0$$

$$\therefore a=1,\ b=-5,\ c=-6$$

【19】$-2x^2+5x-1=0$

解：原方程变形后化为

$$2x^2-5x+1=0$$

$$\therefore a=2,\ b=-5,\ c=1$$

【20】$5x^2=3x$

解：原方程变形后化为

$$5x^2-3x=0$$

$$\therefore a=5,\ b=-3,\ c=0$$

【21】$x(x+2)=2\sqrt{3}(x+1)$

解：原方程变形后化为

$$x^2+(2-2\sqrt{3})x-2\sqrt{3}=0$$

$$\therefore a=1,\ b=2-2\sqrt{3},\ c=-2\sqrt{3}$$

【22】关于 x 的一元二次方程 $(a+3)x^2+4x-5=0$ 中，a 的取值是____。

答：$a\neq-3$。

解：$\because a+3\neq 0,\therefore a\neq-3$

【23】关于 x 的一元二次方程 $mx^2+bx+1=4x^2-nx^3+6$ 中，字母的取值是：m ____，b ____，n ____。

答：$m\neq 4$，b 为任意实数，$n=0$。

解：首先将原方程变形化为一般形式后，得

$$nx^3+(m-4)x^2+bx-5=0$$

因为此方程为一元二次方程，

$$\therefore n=0$$

$$m-4\neq 0,\ m\neq 4$$

b 为任意实数

【24】已知方程$(m+1)x^2+(n^2-3)x+t=0$。(1) 当 m ____，n ____时，此方程是关于 x 的一次方程；(2) 当 m ____，n ____时，方程是关于 x 的二次方程；(3) 当 m ____，n ____，t ____时，方程两根中至少有一个根为零。

答：(1) $m=-1$，$n\neq\pm\sqrt{3}$；

(2) $m\neq-1$，n 为任意实数；

(3) $m\neq-1$，n 为任意实数，$t=0$。

解：(1) ∵ 当二次项系数为 0 但一次项系数不为 0 时，方程为一次方程，即 $m+1=0$，$m=-1$。

$$n^2-3\neq 0,\ n^2\neq 3,\ n\neq\pm\sqrt{3}$$

(2) 当二次项系数不为 0，一次项系数为任意实数时，方程为二次方程，即

$$m+1\neq 0,\ m\neq -1$$

n^2-3 为任意实数，所以 n 为任意实数。

(3) 当二次项系数不为 0，一次项系数为任意实数，常数项为 0 时，两根中至少有一个根为 0，∴ $m\neq-1$，n 为任意实数，$t=0$。

配上适当的数，使下列等式成立：

【25】$x^2+6x+\_\_=(x+\_\_)^2$

答：9，3。

【26】$x^2+x+\_\_=(x+\_\_)^2$

答：$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$。

【27】$x^2-\frac{3}{2}x+\_\_=(x-\_\_)^2$

答：$\frac{9}{16}$，$\frac{3}{4}$。

【28】$\frac{1}{2}x^2-\_\_x+\frac{9}{2}=\frac{1}{2}(x-\_\_)^2$

答：3，3。

【29】$a(x^2-\frac{b}{a}x+\_\_)=a(x-\_\_)^2$

答：$\frac{b^2}{4a^2}$，$\frac{b}{2a}$。

【30】若代数式 $x(x+6)$ 的值为 0,则 x 的值是____。

答：0, -6。

解：根据题意,得

$$x(x+6)=0$$

$$\therefore x_1=0,\ x_2=-6$$

【31】方程组 $\begin{cases}x+y=5 ① \\ xy=6 ②\end{cases}$ 的解为____。

答：$\begin{cases}x_1=3 \\ y_1=2,\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=2 \\ y_2=3。\end{cases}$

解：由方程 ①,得

$$x=5-y ③$$

把 ③ 代入 ②,得

$$(5-y)y=6$$

解得 $$y_1=2,\ y_2=3$$

把 $y_1=2$, $y_2=3$ 代入 ③,得

$$x_1=3,\ x_2=2$$

$$\therefore \begin{cases}x_1=3 \\ y_1=2,\end{cases} \quad \begin{cases}x_2=2 \\ y_2=3\end{cases}$$

【32】当 $x=$ ____时,代数式 $3x^2-4x$ 与代数式 $-3x^2+3x-2$ 的值相等。

答：$x=\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$。

解：依题意,得

$$3x^2-4x=-3x^2+3x-2$$

$$6x^2-7x+2=0$$

$$(3x-2)(2x-1)=0$$

$$\therefore x_1=\frac{2}{3},\ x_2=\frac{1}{2}$$

【33】若 $5x^2-7xy-6y^2=0$,则 $\frac{x}{y}=$ ____。

答：2, $-\frac{3}{5}$。

解：方程左边分解因式,得

$$(5x+3y)(x-2y)=0$$

$$5x+3y=0 \text{ 或 } x-2y=0$$

$$5x=-3y \text{ 或 } x=2y$$

$$\therefore \frac{x}{y}=-\frac{3}{5} \text{ 或 } \frac{x}{y}=2$$

【34】 方程 $2x^2=3$ 的解是____。

答：$x=\frac{\sqrt{6}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}$。

解：方程两边都除以 2，得

$$x^2=\frac{3}{2}, x=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\therefore x_1=\frac{\sqrt{6}}{2}, x_2=-\frac{\sqrt{6}}{2}$$

【35】 方程 $3x^2=0$ 的解是____。

答：$x_1=x_2=0$。

解：方程两边都除以 3，得 $x^2=0$，

$$\therefore x_1=x_2=0$$

【36】 方程 $5x^2+20=0$ 的解是____。

答：无实数根。

解：移项，得

$$5x^2=-20$$

$$x^2=-4$$

$\because$ 负数没有平方根

$\therefore$ 此题无解

【37】 方程 $x^2=x$ 的根是（　　）。

(A) $x=0$　　(B) $x=1$

(C) $x_1=0, x_2=-1$　　(D) $x_1=0, x_2=1$

答：选(D)。

解：移项，得

$$x^2-x=0, x(x-1)=0, x=0 \text{ 或 } x-1=0$$

$$\therefore x_1=0, x_2=1$$

故选(D)。

【38】方程$(2x-3)^2+(2x-3)=0$的解是(　　)。

(A) $x_1=\frac{3}{2}$, $x_2=-1$　　(B) $x_1=\frac{3}{2}$, $x_2=1$

(C) $x_1=\frac{3}{2}$, $x_2=\frac{1}{2}$　　(D) $x_1=x_2=\frac{2}{3}$

答：选(B)。

解：提取公因式，得

$$(2x-3)(2x-3+1)=0$$

$$2x-3=0 \text{ 或 } 2x-2=0$$

$$\therefore x_1=\frac{3}{2},\ x_2=1$$

故选(B)。

【39】方程$\frac{x}{x-2}+\frac{2}{2-x}=-x$的解是(　　)。

(A) 1　　(B) -1　　(C) -1 或 2　　(D) 1 或 -2

答：选(B)。

解：去分母化为整式方程，得

$$x^2-x-2=0,\ (x-2)(x+1)=0$$

$$x-2=0 \text{ 或 } x+1=0$$

$$\therefore x_1=2,\ x_2=-1$$

经检验$x=2$是增根，原方程的根是$x=-1$。

故选(B)。

【40】下列方程有解的是(　　)。

(A) $\sqrt{5x-3}=-2$　　(B) $\sqrt{x^2+1}=0$

(C) $\sqrt{2x+3}=-x$　　(D) $\sqrt{x-2}+\sqrt{2x+3}=0$

答：选(C)。

解：(A) 方程左边是算术根，右边是负数，算术根不能是负数，因而无解。

(B) 方程左边为$\sqrt{x^2+1}$，无论x取何值，$\sqrt{x^2+1}$都是一个大于0的数，因此不能为0，故无解。

(C) 方程两边平方后化为整式方程，得

$$x^2-2x-3=0,\ (x-3)(x+1)=0$$

$$\therefore x_1=3,\ x_2=-1$$

经检验 $x=3$ 是增根，$x=-1$ 是原方程的根。

(D) 方程是两个算术根的和为 0，因此每个算术根必为 0，即

$$\sqrt{x-2}=0 \text{ 且 } \sqrt{2x+3}=0$$

解得

$$x_1=2 \text{ 且 } x_2=-\frac{3}{2}$$

经检验都不是原方程的根，所以(D) 无解。

故选(C)。

【41】 方程 $x\sqrt{2-x}=\sqrt{2-x}$ 的解是(　　)。

(A) $x_1=2,\ x_2=1,\ x_3=-1$

(B) $x_1=2,\ x_2=1$

(C) $x_1=2,\ x_2=-1$

(D) $x_1=1,\ x_2=-1$

答：选(B)。

解法一：把两边同时平方，化为整式方程，得

$$x^2(2-x)=2-x,\ x^2(2-x)-(2-x)=0$$

$$(2-x)(x^2-1)=0$$

$$\therefore\ x_1=2,\ x_2=1,\ x_3=-1$$

经检验 $x=-1$ 是增根。

$\therefore$ 原方程的根是 $x_1=2,\ x_2=1$。

解法二：

$$x\sqrt{2-x}-\sqrt{2-x}=0$$

$$\sqrt{2-x}(x-1)=0$$

$$\therefore\ \sqrt{2-x}=0 \text{ 或 } x-1=0$$

$$\therefore\ x_1=2, x_2=1$$

经检验，$x=-1$ 是增根，舍去，$\therefore$ 原方程的根是 $x_1=2,x_2=1$。

故选(B)。

【42】 方程 $2x+3-5\sqrt{2x+3}=0$ 的根是(　　)。

(A) $x=11$　　(B) $x_1=11,\ x_2=-\frac{3}{2}$

(C) $x_1=0,\ x_2=5$　　(D) $x=-\frac{3}{2}$

答：选(A)。

解：设 $\sqrt{2x+3}=y$，原方程化为

$$y^2 - 5y = 0,\ y(y-5) = 0$$

$$y_1 = 0,\ y_2 = 5$$

当 $y = 0$ 时 $\sqrt{2x+3} = 0,\ x = -\dfrac{3}{2}$

当 $y = 5$ 时 $\sqrt{2x+3} = 5,\ x = 11$

经检验 $x = -\dfrac{3}{2}$ 是增根,原方程的根是 $x = 11$。

故选(A)。

【43】先阅读下面解方程 $x + \sqrt{x-2} = 2$ 的过程,然后填空。

解:(第一步)将方程整理为 $x - 2 + \sqrt{x-2} = 0$;

(第二步)设 $y = \sqrt{x-2}$;原方程可化为 $y^2 + y = 0$;

(第三步)解这个方程得:$y_1 = 0,\ y_2 = -1$;

(第四步)当 $y = 0$ 时,$\sqrt{x-2} = 0$,解得 $x = 2$。

当 $y = -1$ 时,$\sqrt{x-2} = -1$,因为算术根不能为负数,

所以此方程无解。

(第五步)$\therefore x = 2$ 是原方程的解。

在以上解题过程中,第二步用的方法是____。

第四步中,判定方程 $\sqrt{x-2} = -1$ 无解的根据是____。

上题解题过程不完整,缺少的一步是____。

答:换元法;算术平方根的意义;检验。

【44】方程组 $\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases}$ 的解是(　　)。

(A) $\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 3, \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 4 \end{cases}$　　(B) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$　　(D) $\begin{cases} x_1 = -3 \\ y_1 = -4, \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = -4 \\ y_2 = -3 \end{cases}$

答:选(A)。

解:方程组 $\begin{cases} x + y = 7 & ① \\ x \cdot y = 12 & ② \end{cases}$

由①,得 $x = 7 - y$ ③

把③代入②整理后,得

$$y^2 - 7y + 12 = 0$$