高等数学教材使用

說明書

高等学校教学用书

等数学教材使用說明书

GAODENG SHUXUE JIAOCAI
SHIYONG SHUOMINGSHU

（无綫电类型专业部分）

高等数学教科书编审委員会编

人民教育出版社

这是配合高等数学(无綫电类型专业部分)的教材使用說明书，指示在使用該教材的过程中，如何貫彻教材的思想性，培养学生独立工作能力，以及如何把教学的各个环节有机地配合起来，使它們在一定程度上起着教学、生产、科研三結合的作用。

书內各章除了說明目的要求等各項之外，还附有大型作业，可供教师在結合本地本校实际情况安排大型作业时的参考。

高等数学教材使用說明書

(无綫电类型專业部分)

高等数学教科書編审委員会編

人民教育出版社出版 高等学校教学用书編輯部 北京宣武門內承恩寺7号

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

工人日报印書厂印裝　新华書店發行

統一書号 13010·879　开本 $850\times1168\ \frac{1}{32}$　印張 1 $\frac{1}{8}$

字数 43,000　印数 00001—22,000　定价(6) ￥0.22

1960年10月第1版　1960年10月北京第1次印刷

序

編写教材使用說明书的目的，是为了說明教材編写过程中怎样体現天津高等数学教学大綱座談会精神，以便于使用本教材时，了解它的意图，能更好地貫徹党的教育方針，多快好省地进行教学。因此，說明书的本身以貫徹以下两点为总的要求：

1. 指示在使用过程中，如何貫徹教材的思想性，从而达到培养学生的无产阶級世界观。如何培养学生的独立工作能力，牢固掌握教材的重点內容。

2. 指出在使用过程中，如何把教学的各个环节有机地相配合，使它們在一定程度上起着教学、生产、科研三結合的作用。

以上是我們編写教材使用說明书的目标，但因限于水平与时間，并缺乏实践，因而在我們編写的各章說明书的內容沒有全都达到这个目标；这要在不断的革命实践过程中，不断加以充实。

我們所提出的大型作业的內容，仅供参考，不一定全部照样进行，最好按各校自己的情况，与专业紧密联系，結合实际来安排。

正由于以上这些原因，我們誠誠希望采用这份講义的各兄弟院校，发揮共产主义风格，把教材中发現的錯誤和在教学实踐过程中取得的經驗，尤其是在技术革新和技术革命开展后，所取得的联系社会主义建設实际的經驗，及时寄給人民教育出版社高等学校教学用书編輯部，以便来年再版时，加以修正和补充，使我們的教材逐步的趋于完善。我們的目的是使我們的教材不久的将来成为一本具有世界第一流水平的，且是中国式的教材。要达到这个目的，有賴于全国兄弟院校不断把所創造的經驗拿来充实教材。在全国工农业大跃进的形势下，在教学革命、技术革命的推动下，我們深信这样一本第一流的教科书，很快就会誕生。

目　录

第一章　綫性代数

I. 本章內容是按照天津高等数学教学大綱座談会所訂新大綱精神編写的。在編写过程中，曾到无綫电专业，及其他部門征求意見，使教材能适合无綫电专业的需要。

在无綫电专业中，网絡理論是很重要的。而网絡問題中的計算，矩陣是一个很有效的工具。同时在无綫电专业及其他工程上应用最多的微分方程及稳定性理論，都需要矩陣及用矩陣解綫性方程組。根据大綱的要求并研究了无綫电专业的需要，組織教材安排次序，力求做到加强理論，連系实际，貫徹辯証唯物主义原則。現将这一章內容作如下說明。

教材中从网絡問題出发，引出矩陣，从电势問題引出二次型，在网絡問題中从方程組引出矩陣后直接用矩陣計算电流、电压等，而省去了建立方程組的步驟，故本章引出矩陣后，以矩陣的理論为重点。根据网絡的需要建立矩陣的計算，矩陣的性質等。建立了二次型以后，由于电学上常常需要研究更簡单的形式——法式，故重点在于化为法式。正交变换，相似变换，特征方程都是常用到的数学工具，在实际問題中有时要直接用这些理論。解綫性方程組也是微分方程所必需的，故亦做为重点講述。为了保持数学的系統性，我們把它安排在二次型的前面，講起来比較方便，在講授的过程中可以說明：在无綫电的网絡問題中，一般是要建立方程，解方程求电流、电压，但在实际計算中，大多数不建立方程，只用矩陣的运算性质等直接計算，故对矩陣理論的研究有很大的价值。当然也不能忘記它对綫性方程組的作用。

从以上的一些事实，可以說明本章的理論是从实际需要产生的。不是凭空設想，也不是先有理論再联系一下实际的結果，而是

符合于从感性認識到理性認識，符合于实踐-理論-实踐的原則。在教学过程中，如何体現这些原則需要我們教师創造性地进行教学，并且不断总結这方面的經驗。現将我們不成熟的意見提供参考。

在講課之前領导同学作一次实习課，到专业实驗室做一些比較复杂的实驗(包括网絡設計，电量測量)，然后組織他們对这些实驗进行討論比較，最后由教师总結說明用解方程組的方法来解决复杂网絡是比較費力的，从而引出矩陣的概念，并說明它的簡捷之处。

我們之所以这样做，是为了糾正过去对矩陣的不正确看法，使它成为反映客观的工具。

Ⅱ. 关于安排問題，行列式部分，要求掌握行列式的計算，知道它的性质，了解綫性方程組求解的一个基本方法——克萊姆規則。时数可用 105 学时。在矩陣这一段教材中沒有画出詳細的网絡图。在課堂上只要說明它是由一定的电子元件构成的。只要講一下基本情况，至于詳細情况可通过前面所說的解决，或指定电学书自学。这一段的目的是要同学清楚数学中的每个概念和运算的規定都是客观实际的反映。并使同学知道学矩陣与无綫电专业的关系。要想学好专业，必須要学矩陣。另外要求比較熟練地用矩陣法解綫性方程組，了解綫性变換与矩陣的关系。这一部分可安排 2 学时，秩与綫性方程組这一段可安排 3 学时，正交变換、相似变換 1 学时。正定二次型可安排 1.5 学时。关于但尼列夫斯基方法，可放在习題課中去計算。在整个一章中很多是 n 阶行列式与 n 維空間的問題。应从具体数出发推广到 n，以便于簡单易懂，易于掌握。

习題課的目的主要是让讀者学了这些內容后通过作业，使其熟練計算并进一步巩固掌握教材的內容，一些复杂的例子可放在

习題課中去进行。

参考书：1. 謝略赫：綫性网絡原理

2. 奥庫涅夫：高等代数

3. 張禾瑞：高等代数

4. 里亚平：高等代数教程

5. 譚济斗：高等代数教程

6. 馬力茨夫. 綫性代数基础

7. 法捷耶娃: 綫性代数計算法

8. 胡祖熾等: 計算方法

9. 基利契夫斯基：張量計算初步

第一章 題解

1.

1) $$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -7 \\ 0 & -2 & -8 & -10 \\ 0 & -7 & -10 & -13 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -2 & -7 \\ -2 & -8 & -10 \\ -7 & -10 & -13 \end{vmatrix} = 160.$$

2) $$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 1 & 3 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & -1 \\ 4 & 7 & -7 & 7 & 7 \\ 4 & 5 & -3 & 3 & 2 \\ -2 & -5 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 7\cdot\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & -2 & -3 \\ -5 & -1 & 7 & 6 \end{vmatrix} = (-1)^{1+2}\times 1\times 7\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & -3 \\ -1 & 7 & 6 \end{vmatrix} = 42.$$

2.

1) $D=-6$，故方程組有唯一解。

$D_1=-6$，$D_2=-12$，$D_3=-6$.

解：$x_1=1$，$x_2=2$，$x_3=1$.

2) $D=-153$，故方程組有唯一解。

$D_1=153,\ \ D_2=153,\ \ D_3=0,\ \ D_4=-153.$

∴解：$x_1=-1,\ \ x_2=-1,\ \ x_3=0,\ \ x_4=1.$

3.

1) (15), 2) $\begin{pmatrix} 6, & -7, & 8, \\ 20, & -5, & -6 \end{pmatrix}$,

4. $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$,

$$A\times B=\begin{pmatrix} -6 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \\ -12 & -3 & 14 \end{pmatrix}.$$

所求的綫性变换为:

$$x_1=-6Z_1+Z_2+3Z_3$$
$$x_2=6Z_1+2Z_2+9Z_3$$
$$x_3=-12Z_1-3Z_2+14Z_3$$

5. $AB=\begin{pmatrix} 0 & 5 & 8 \\ 0 & -5 & 6 \\ 2 & 9 & 0 \end{pmatrix}$; $3AB=\begin{pmatrix} 0 & 15 & 24 \\ 0 & -15 & 18 \\ 6 & 27 & 0 \end{pmatrix}$,

$$3AB+2A=\begin{pmatrix} -2 & 13 & 22 \\ -2 & -17 & 20 \\ 4 & 29 & -2 \end{pmatrix}$$

6. $A^{-1}=\begin{pmatrix} -7 & -4 & 9 \\ 6 & 3 & -7 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$.

所求的逆变换为:

$$\begin{cases} y_1=-7x_1-4x_2+9x_3 \\ y_2=6x_1+3x_2-7x_3 \\ y_3=3x_1+2x_2-4x_3 \end{cases}$$

7.

1) $X=\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

2) $X=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\\ 4 & 3 & 3\\ 1 & -2 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ -2 & 1 & -2\\ -3 & 1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6 & 2 & -3\\ -11 & 6 & -8\\ -10 & 3 & -10\end{pmatrix}$

8. $\begin{cases}AX+BY=G\cdots\cdots(1)\\ CX+DY=F\cdots\cdots(2)\end{cases}$

(1)式两端各以 B^{-1} 左乘之，而(2)式的两端各以 D^{-1} 左乘之，则得

$$B^{-1}AX+Y=B^{-1}G$$

$$D^{-1}CX+Y=D^{-1}F$$

两式相减得到：

$$(B^{-1}A-D^{-1}C)X=B^{-1}G-D^{-1}F$$

由此

$$X=(B^{-1}A-D^{-1}C)^{-1}(B^{-1}G-D^{-1}F)$$

同理：
$$Y=(A^{-1}B-C^{-1}D)^{-1}(A^{-1}G-C^{-1}F)$$

代入上式可解出：

$$X=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\qquad Y=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}.$$

9.

1) 因第一行与第三行成比例，故一切的三阶子式都是零，$\begin{vmatrix}1 & 2\\ 9 & 100\end{vmatrix}\neq 0$ 故矩阵的秩是 2 。

2)
$$\begin{pmatrix}3 & 2 & -1 & -3 & -2\\ 2 & -1 & 3 & 1 & -3\\ 7 & 0 & 5 & -1 & -8\end{pmatrix}$$

将第二行乘上 3 加到第一行上去，然后，第二行加到第三行上去，得到

$$\begin{pmatrix}9 & -1 & 8 & 0 & -11\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 9 & -1 & 8 & 0 & -11\end{pmatrix}$$

第一行减去第三行，再經过一些初等变换，可化为

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

故矩陣的秩是 2。

3) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

第一行乘上 −2 加到第三行上去，然后第四行减去第一行，再将列經过初等变换，得到

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 5 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

第二行加到第三行上去，第二行乘上 2 加到第四行上去，經过列的初等变换，得到

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 12 & -4 \end{pmatrix}$$

第二列和第三列对調，經过列的初等变换，可化为

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

故 A 的秩是 3。

11.

1) $$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -4 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -6 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0,$$

所給方程組是矛盾的，故方程組无解案。

2) 因 $$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 5 & -7 & -20 \\ 1 & 11 & 12 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -7 \end{vmatrix} \neq 0;$$

且 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 5 & -7 & 4 \\ 1 & 11 & -8 \end{vmatrix}=0.$

故方程組的解案可由前二个方程求得。

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}=\frac{-1}{31}\begin{pmatrix} -7 & -2 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & +4x_3 \\ 4 & +20x_3 \end{pmatrix}$$

即 $$x_1=\frac{-2}{31}(3-34x_3),\qquad x_2=\frac{-2}{31}(11+20x_3)$$

12. 方陣 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 4 & -5 \\ 3 & 8 & -2 & 13 \\ 4 & -1 & 9 & -6 \end{pmatrix}$

的秩为 2，且 $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}=-7\neq 0.$

故方程組的解案可由前二方程求得。

$$x=-1-2Z,\qquad y=2+Z.$$

13. 解 $f=(x,y,z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$

A 的秩为 2，$\therefore f$ 的秩也是 2。

14. 解 矩陣 A 可以直接看出它不是一个正交矩陣，在正交矩陣里，每一列元素平方之和等于 1，然而在 A 中第一列的元素的平方和是

$$1^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2>1$$

15.

1) 解 $A-\lambda E=\begin{pmatrix} \cos\alpha-\lambda & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha-\lambda \end{pmatrix}$

$$\left| A-\lambda E \right| = \begin{vmatrix} \cos\alpha-\lambda & +\sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha-\lambda \end{vmatrix}$$

$$=\lambda^2-2\cos\alpha\lambda+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=\lambda^2-2\cos\alpha\lambda+1$$

令 $\lambda^2-2\cos\alpha\lambda+1=0$ 得 $\lambda=\dfrac{2\cos\alpha\pm\sqrt{4(\cos^2\alpha-1)}}{2}$

$$\therefore\quad \lambda=\cos\alpha\pm i\sin\alpha.$$

2) $|B-\lambda E|=\begin{vmatrix}1-\lambda & 2 & 3\\ 2 & 1-\lambda & 3\\ 3 & 3 & 6-\lambda\end{vmatrix}=-\lambda^3+8\lambda^2+9\lambda$

令 $\quad \lambda^3-8\lambda^2-9\lambda=0;$

得 $\quad \lambda=-1,\ \lambda=9,\ \lambda=0.$

16. 解 $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}\quad |A-\lambda E|=\begin{vmatrix}2-\lambda & 0 & 0\\ 0 & 3-\lambda & 1\\ 0 & 1 & 3-\lambda\end{vmatrix}=$

$$=(\lambda-2)[(\lambda-3)^3-1]=0$$

$$\therefore\quad \lambda=2\qquad \lambda=4\qquad \lambda=2$$

$$\therefore\quad f=2y_1^2+4y_2^2+2y_3^2$$

17. 解 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & 3\\ 3 & 3 & 6\end{pmatrix}\quad |A-\lambda E|=\begin{vmatrix}1-\lambda & 2 & 3\\ 2 & 1-\lambda & 3\\ 3 & 3 & 6-\lambda\end{vmatrix}$

$$\therefore\quad |A-\lambda E|=\lambda^3-8\lambda^2-9\lambda.$$

令 $\quad \lambda^3-8\lambda^2-9\lambda=0,$

得 $\quad \lambda=0,\quad \lambda=-1,\quad \lambda=9.$

$$\therefore\quad f=-y_2^2+9y_3^2$$

18. $d\overline{x^k}=b_i^k dx^i$，故 dx^i 为一逆变向量。

19. $\overline{g_k x^k}=\overline{g_k}b_i^k x^i=g_i x^i$，故 $g_i=b_i^k\overline{g_k}$.

20. $g_{ij}x^ix^j=g_{ij}a_k^i a_l^j\overline{x^k}\,\overline{x^l}=\overline{g_{kl}}\,\overline{x^k}\,\overline{x_l}$，故 $\overline{g_{kl}}=a_k^i x_l^j g_{ij}$.

第二章　复变函数

I. 总的説明:

复变函数就本身来説，它的实际意义不如实变函数那样明显，例如在实变函数中 $s=\frac{1}{2}g^{t^2}$ 表示了自由落体的路程与时間的函数关系。而$w=u(x,y)+jv(x,y)$就很难直接地説出 w 所表示的物理意义。但复变函数无論在流体力学或电工学中有广泛的应用已

是无可置疑的事实。从辯証唯物主义观点来看，理論之所以有用是因为它正确地反映了事物的客观规律。例如在交流电路中利用复数来表示各种电量就可大量地簡化計算过程，在解析函数的实部和虛部的共轭調和性正好反映了二維电場电通和电位的性质和关系，从而使复变函数成为研究二維电場的有力工具。保角变換可以把复杂电場分布的情况轉化为簡单的分布情况来加以研究。留数是計算复变函数积分的一种方法，而复变函数积分又有着它实际所連系的物理意义。正是因为由于这些实际上的应用，才使复变函数的理論得到发展。

我們在处理这段教材时必須加强理論連系实际并結合专业，揭露出它們之間的內在連系，只有这样才能克服純理論的教学和脫离实际的偏向。

II．有关教学过程的建議。

本章应着重講授以下的內容：

(1) 复数在电学上的实际应用。

(2) 达朗倍尔-欧拉条件。

(3) 解析函数及其在二維电場中的应用。

(4) 柯西定理和柯西积分公式。

(5) 留数及其应用。

(6) 保角变換及其应用。

在講授§1复数时，对于复数的一些基础知識可以講解从略，或让同学进行自学，但其中应結合一些电工学知識，强調指出复数在电学上的应用。

达朗倍尔-欧拉条件是研究解析函数的重要条件，而解析函数又是复变函数研究的主要对象，在电学中使用复变函数理論最多的就是用解析函数研究二維电場，講授这一部分时应强調以下两点：(i)解析函数的实部和虛部都满足拉普拉斯方程，(ii)如果令解

析函数的实部和虚部都等于常数，它們的图形是两族正交曲綫。就因为解析函数具有这两个性质，所以它能够反映二維电場中电通和电位的情况，講授时应特别加以强調。

柯西定理和柯西积分公式对于研究复变函数理論都是重要的工具。应該很好的掌握这些公式和定理，为以后的学习作准备。

留数理論是解决复变函数积分的重要方法，对于閉圍道的积分可以不用实际积分而用留数就可以計算出积分的数值。在講授这一节应将重点放在留数的基本定理和它的求法。

最后一节为多角形变換，是利用多角形的变換来研究平行板电容器电場的分布情况，在講授时可与电工学教研室取得連系以便更好的配合。

在时間安排方面：本教材約需講授 18 学时，习題課为 6 学时，建議在解析函数在电場中的应用，保角变換的应用和留数的計算和应用，各上一次习題課，以便通过习題課来巩固这些概念和熟練它們的运用。

大型作业建議与无綫电专业教研室連系，选取結合专业上有关复变函数应用的題目进行一次作业(4 学时)。下面举一个例子只供参考。

例如在研究电机間隙內的磁場問題。考虑在电机的轉动子与固定子之間的間隙內，邻近轉动子的凹槽处的磁場。若我們把轉动子与固定子的半徑及間距当作是非常大的，使得这个磁場与平行于平面的場相差很微(在图 a 內，表示了机器在垂直于轉动軸的平面中的截面)我們用 $2H$ 来記轉动子的凹槽的寬度；由于在实际上那些透入凹槽的力綫仅有极小部分能达到它的底部，所以这凹槽的深度可以当作无限大。我們用 h 来記在鉄之間的空隙的大小，即固定子与轉动子之間的距离，略去其他槽的影响，我們假定：这空隙是一条两端都无限的条形。作了这些簡化之后，我們所关

心的这个磁場的区域便呈在图5中所表示的那个五角形的形状。我們假設轉动子边界的截痕 $A_2A_3A_4A_5A_6$ 上带着位能 V，而固定子边界的截痕 $A_6A_1A_2$ 上的位能为0（假定鉄的磁导率是无限大）。这問題可以归結到一个把这磁場区域映射到条形 $0<I_m(w)<V$ 上去的保角变換。也就是要求一个变換函数 $w=f(Z)$ 达到上述的目的。

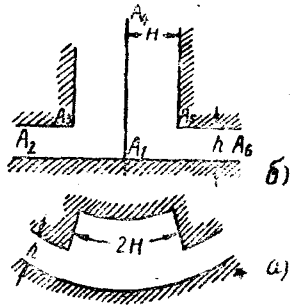

图 I

参考书：1. 普利瓦洛夫著：复变函数引論

2. 拉甫倫捷夫、沙巴特著：复变函数論方法

3. 福克斯、沙巴特著：复变函数及其应用

第二章 題解

1. 答：1) $Z_1=3\sqrt{2}\,e^{j\frac{\pi}{4}}$. 2) $Z_2=2e^{j\frac{2}{3}\pi}$.

2. 答：$Z_1+Z_2=1+3j$. $Z_1-Z_2=-1-j$.

$Z_1\cdot Z_2=-2+j$. $\dfrac{Z_2}{Z_1}=2-j$.

3. 答：1) $\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $-\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2) $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{2}\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $-\sqrt[3]{2}\left(\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

7. 答：电阻 26.67 欧姆；电抗 13.33 欧姆。

8. 答：$I=4-2j$. $I=4.47$ 安培。

9. $I=20$ 安培。

10. 答：$I_1=20.6$ 安培；$I_2=14.9$ 安培；$I=30.8$ 安培。

11. 答：$Z=25.6$ 欧姆；$I=4.31$ 安培。

12. 答：1) $e^{j\lambda Z}=e^{-\lambda y}\cos\lambda x+je^{-\lambda y}\sin\lambda x$.

2) $\dfrac{1}{Z}=\dfrac{x}{x^2+y^2}-j\dfrac{y}{x^2+y^2}$.

3) $\dfrac{1}{Z^2}=\dfrac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}-j\dfrac{2xy}{(x^2+y^2)^2}$.

13. 答: $k(x^2+y^2)-x=0$.

14. 答: 1) $8Z^3+2Z$, 2) $\cos Z+1$, 3) $e^Z\left(\ln Z+\dfrac{1}{Z}\right)$

4) $e^Z(\sin Z+\cos Z+1)$, 5) $\dfrac{2}{\cos^2 2Z}$, 6) $\dfrac{\cos Z-\sin Z}{e^Z}$.

15. 答: $v(x,y)=\operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}+c$.

16. 答: $\dfrac{1}{Z+1}$.

17. 答: Z^2+3jZ.

19. 答: 上半虚轴; 抛物綫 $v^2=4(1-u)$.

21. 答: $2qj\ln\dfrac{1}{Z}$.

22. 答: $x^2+y^2-\dfrac{K}{K_1}x=0$, $x^2+y^2+\dfrac{K}{K_2}y=0$.

24. 答: $2\pi j$. 25. 答: πj. 26. 答: $-\pi j$.

28. 答: π. 29. 答: $-\pi$. 30. 答: $\dfrac{\pi j}{a}$.

31. 答: $-\dfrac{\pi j}{a}$. 32. 答: 0. 33. 答: $6\pi j$.

34. 答: 均为∞.

35. 答: $\dfrac{1}{Z}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n(Z-1)^n$, $|Z|\leqslant 1$.

36. 答: $\dfrac{\sin Z}{Z^3}=\dfrac{1}{Z^2}-\dfrac{1}{3!}+\dfrac{1}{5!}Z^2-\cdots\cdots+(-1)^k\dfrac{1}{(2k+1)!}Z^{2k+1}+\cdots\cdots$.

37. 答: $\dfrac{1}{1-Z}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}Z^n$; $|Z|<1$; $\dfrac{1}{1-Z}=-\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{1}{Z^{n+1}}$, $|Z|>1$.

38. 答: $\dfrac{1}{Z^2(1-Z)^2}=\dfrac{1}{Z^2}+\dfrac{2}{Z}+3+\cdots\cdots+nZ^{n-3}+\cdots\cdots$ $0<|Z|<1$.

$\dfrac{1}{Z^2(1-Z)^2}=\dfrac{1}{Z^4}+\dfrac{2}{Z^5}+\cdots\cdots+\dfrac{n}{Z^{n+3}}+\cdots\cdots$ $|Z|>1$.