

SFZKSY
ShiFenZhongKaiShiYe

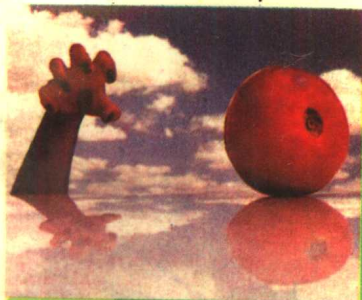
奇妙的幻方

SHIFENZHONGKAISHIYE

十分钟开视野

Q
jmlaodehuanfang

谈祥柏
明天出版社



十分钟开视野丛书

奇妙的幻方

谈祥柏 编著

明天出版社

1992年·济南

鲁新登字06号

十分钟开视野丛书

奇妙的幻方

谈祥柏 著

*

明天出版社出版

〈济南经九路胜利大街〉

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂德州厂印刷

*

787×1092毫米32开本 4.625印张 96千字

1992年8月第1版 1992年8月第1次印刷

印数1—1081

ISBN 7—5332—1502—8
G·741 定价：2.10 元

前 言

在许多中小学的课堂上，填鸭式的教学法使数学在一部分青少年的心目中成为枯燥乏味、面目可憎的东西。偏好人文学科的学生更容易将数学与文学艺术对立起来。其实，两者不能分离，数学本身就具有美。

古希腊哲学家、艺术家柏拉图曾在自己的大门上挂出一块牌子，上面大书特书：“不懂几何者请勿入内！”普罗修斯则指出：“哪里有数，哪里就有美。”

用一个方程，就可以画出玫瑰形的花瓣，巴黎圣母院的建筑造型有着为数众多的黄金矩形……这类例子很多，举不胜举，充分表明：音乐里有数学，艺术里有数学，万事万物里都有数学。

现代抽象派艺术的奠基者康定斯基曾经断言：“一切艺术的最后的抽象表现是数字。”这话也许有点偏激，但在艺术的舞池中，它们确实是一对难分难解的舞伴。

进入信息时代以后，数学在计算机科学，信息与控制理论、航空航天，遗传工程等前沿学科中所显示的潜力，就更为引人注目。在数学科普工作中怎样培养和造就一大批青年后备军的问题，已经引起了决策者、科技界领导与社会有识之士的关注。

数学科普工作要着眼于未来，着眼于大众，着重将科普工作与群众兴趣与社会效益结合起来，才能如源头活水，保

持生命之树长青。同时，适合于高、中、低不同层次，内涵深刻，雅俗共赏的题材，尤应注意发掘。

“酒香不怕巷子深”，幻方可以说是为数不多的这类题材之一，简直是老少皆宜，无远弗届，从小学生到大学教授都可以乐此不倦，人人都可以作出或多或少的贡献。一部幻方发展史也充分证明了这一点，上至总统、宰相，达官贵人，下到贩夫走卒，三教九流，一旦狂热起来，他们的身份、地位都被置诸脑后了。

幻方也是我们的一种国粹，世界上最早的幻方——“洛书”起源于我国，这已为全世界所公认。东方文明的一些精品如易经、八卦等也能从中找到其策源地。在我国古代，曾出现过杨辉、张潮、方中通等著名幻方专家，他们的业绩至今仍为人称道。

人们也许以为，幻方不过是一种巧妙的数学游戏，不料电子计算机出现以后，它却获得了新的应用，令人刮目相看。我国著名数学家王梓坤先生在《科学发现纵横谈》这本名著中一针见血地指出：“目前，它在程序设计、组合分析、实验设计、人工智能、图论、博弈论等方面都受到了重视”，话虽不多，却是语重心长，点到了实处。

闲话少说，请看正文。

谈祥柏

1991年12月12日中午

写于杭州天苑宾馆寓次

目 次

一	华爷爷的好点子.....	(1)
二	世界上最早出现的幻方.....	(3)
三	独一无二.....	(7)
四	推而广之.....	(9)
五	素数幻方.....	(12)
六	有没有减、乘、除三种幻方?	(14)
七	新发现层出不穷.....	(17)
八	李约瑟的发现.....	(20)
九	一眼就能识破.....	(22)
十	罗伯的故事.....	(24)
十一	一步上楼.....	(27)
十二	白谦的一揽子解法.....	(29)
十三	金镶玉边.....	(32)
十四	徒弟胜过师傅.....	(35)
十五	T形幻方	(38)

十六	可能包医百病·····	(41)
十七	漏网大鱼·····	(44)
十八	制造嵌套幻方的沈法·····	(47)
十九	偏心幻方·····	(50)
二十	九九图的新发现·····	(52)
二十一	母子幻方·····	(54)
二十二	加德纳的三种变换·····	(57)
二十三	鸡毛飞上天·····	(60)
二十四	“艮方”幻方·····	(63)
二十五	完全幻方·····	(65)
二十六	印度人的特殊贡献·····	(67)
二十七	玉挂奇图·····	(70)
二十八	小学教师与魔线模式·····	(73)
二十九	文化交流的使者·····	(76)
三十	要适当通融一下·····	(78)
三十一	半幻方·····	(80)
三十二	富兰克林幻方·····	(82)
三十三	比富兰克林还要富兰克林·····	(84)
三十四	二度幻方·····	(87)
三十五	间隔幻方·····	(90)
三十六	双料幻方·····	(93)
三十七	锯齿幻方·····	(95)
三十八	幻六角形·····	(99)
三十九	何必从头开始! ·····	(101)
四十	变格幻方·····	(103)

四十一	反幻方·····	(106)
四十二	巧排“一条龙”·····	(109)
四十三	并非一枝独秀·····	(111)
四十四	百花齐放的魔圆·····	(114)
四十五	立体魔阵·····	(117)
四十六	古色古香的魔法阵·····	(121)
四十七	六道浑天图·····	(124)
四十八	西班牙地牢·····	(127)
四十九	文学家制造的幻方·····	(129)
五十	骨牌幻方·····	(131)
五十一	汉字幻方·····	(133)
五十二	英语幻方·····	(136)
五十三	优美图·····	(139)

一 华爷爷的好点子

“变形金钢”、“星球大战”使许多小朋友在电视机前着了迷。再加上形形色色的玩具和电子游戏机，更是花样百出，变化无穷，于是，家长给的零花钱不够用，功课也荒废下来了……。

天外来客到底有没有呢？这是一个从古以来没能解决的大问题。不仅小朋友要问，大朋友也要问。美国先后发射了“旅行者1号”和“旅行者2号”宇宙飞船，已在1989年飞出太阳系，进入广阔的宇宙空间。由于期望遇到像人类那样有智慧的“太空人”，因此人们别出心裁地给“旅行者”们携带了人类起源和发展的记录信息，这些信息叫作“地球之音”。其中自然界的音响有风声、雨声、兽吼禽鸣，以及婴儿啼哭，人的欢笑等，还有联合国秘书长亲自口述的电文以及美国总统签署的贺电等。在古典和现代的世界名曲方面有巴赫、莫扎特和贝多芬等人的作品，其中也选录了我国古琴演奏的“高山流水”一曲。这些信息是由一些著名的科学

家、艺术家精心搜集和选定的。“地球之音”被密封在铝制的盒子里，播放一次需要两小时，它在宇宙空间可以保存十亿年左右。

除了声音信息以外，“先驱者”10号和11号宇宙飞船还各带着一块6英寸宽、9英寸长的金属牌，上面刻画着派出它们的主人——生活在地球上的男人和女人画像，男的举着右手在表示问候。图象中自然也不可缺少地球上的名胜风光照片，其中有我国的“万里长城”和一幅画面，名叫“中国人的午餐”。

不远万里，在茫茫星海中寻觅知音的“先驱者”和“旅行者”，如果一旦有缘和其他星球上的智慧生物相会，通过它们传递的这些信息，人类也许将能在宇宙里找到自己的“远亲”，从而实现千百年来人们梦寐以求的理想。

上面所说的，当然都是很好的主意。可是他方世界的宇宙人，也许其形态与人类根本不相同，看不懂我们的画片，也听不懂带去的录音，那又怎么办呢？

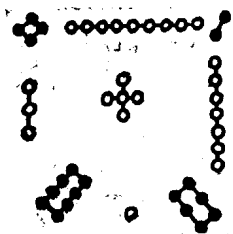


图1 洛书

自学成才，聪明绝顶的我国著名数学家华罗庚爷爷提出了一个好主意，他建议宇宙飞船可以带上下面的一个图形(见图1)作为见面礼。因为不管他们的语言和文字怎样，掌握高度文明的宇宙人一定懂得数学，用它来作为沟通工具，肯定是再好也没有了。

二 世界上最早出现的幻方

前面讲的奇怪图形，名叫“洛书”。关于它的来历，有一段神话故事。

据说在很早以前，夏禹王（约公元前2200年，距离现在有四千多年）治水时，河南洛阳附近的洛水里浮出了一只大乌龟，背上就刻画着这样的图形。古人认为是一种祥瑞（好比现在很时兴的“吉祥物”），预示着洪水将被夏禹王彻底治服。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图2

如果把图形改成现在通行的阿拉伯数字，那就成了图2的样子。有本古书里说：“九宫者，二四为肩，六八为足，左三右七戴九履一，五居中央”，说法与图形是完全一致的。

我们注意到在左面的图2中，九个数字正好是从1到

9，既没有重复数字，也没有遗漏的。那么，它们到底有啥奥妙呢？

不算不知道，一算吓一跳。原来，任意一个横行，一个纵列以及一条对角线上的三个数字，相加起来是完全相等的，它们都等于15，这个15，就是三阶幻方的常数。很明显，即使在蒙昧的古代，人们也早已注意到了这种神奇的特性。

把图2的图形旋转 90° ， 180° 与 270° （旋转 360° 等于是恢复老样子），我们又可以得到如下的几个图形。这些图形，表面上看起来是很错综复杂的，另外，如果设想把图形画在透明纸上，从反面来观察，则又可以得到一些图，总计共有八个。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2	9	4						
7	5	3						
6	1	8						

4	3	8
9	5	1
2	7	6

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	7	2
1	5	9
8	3	4

图3

很明显，这八个图形，从本质上来看是没有什么两样的，所以在学术界把它们称为“一变八，换汤不换药”，只能算作一个。

根据内蒙古师范大学副教授罗见今先生的研究，在我国古代文献中明确无误地指出“二、九、四；七、五、三；六、一、八”数学顺序的，最早是《大戴礼记》一书中的〈明堂〉篇。这是一本汉朝人戴德所编定的礼书，明堂是古代帝王宣明政教之处，凡朝会、祭祀、封爵、庆贺、选士等盛大活动都在其中进行。由于“洛书”配置九个数字的均衡性、完美性，产生了一种审美效果，于是使得古人认为其中包含了某种至高无上的原则，把它作为治国安民九类大法的模式，或者把它视为举行国事大典的明堂的格局，看来是很有道理的。

不过，关于三阶幻方的具体造法，到了杨辉手里，才交代得更清楚。他在其著作《续古摘奇算法》里提到只要将九数按照从小到大的递增次序斜排，再把上、下两数对调，左、右两数也对调，最后再把四面的四数各向外面挺出，成为四角，“洛书”就马上出现了。（见图4）。

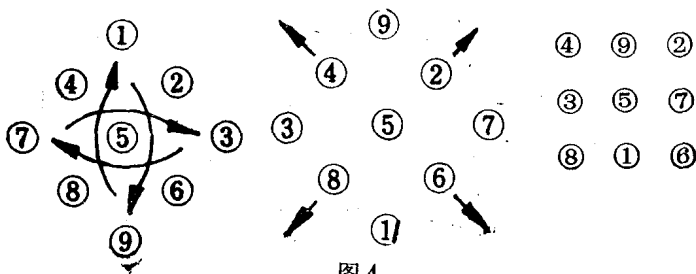


图4

其实，还有一个办法也挺简单，先把 1, 2, 3, … 9 按次序写下来（图 5 的左图），中间的 5 不动，其他八个数字看做钟表面上的记号，把它们分别按顺时针挪动一个位置（图 5 的中图），再把上、下两数对调，左、右两数也对调，马上也就成功了。

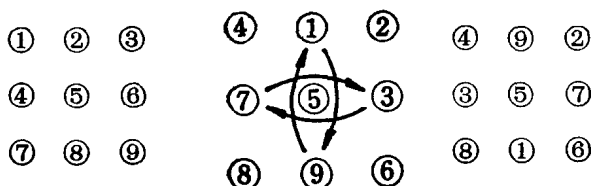


图 5

至于我们的祖先，当初究竟是用什么方法来发现“洛书”的，这无法断定。不过，有一点可以肯定，既然方法如此简单，在漫长的历史年代中，总是有可能通过纯属“偶然”的机会而碰上！

三 独一无二

通过图形旋转与反射的办法，并不能得到实质不同的幻方。那么，人们自然要提出这样的问题，三阶幻方是否只有唯一的一种排列法呢？

事实确是如此，徐老师告诉小朋友，可以用下面的办法加以简单证明。

首先，九个连续自然数的总和是

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

从方阵中的横行来看，每行数字之和必须相等，而一共只有三行，所以，三阶幻方的和常数只能是

$45 \div 3 = 15$ ，而决不可能是别的数。要使三个不同的自然数相加起来等于15，一共只有下面的八种可能性：

$$9 + 5 + 1, \quad 9 + 4 + 2, \quad 8 + 6 + 1,$$

$$8 + 5 + 2, \quad 8 + 4 + 3, \quad 7 + 6 + 2,$$

$$7 + 5 + 3, \quad 6 + 5 + 4$$

可以看到，唯独数字5出现了四次，因此，它必须放在三阶

幻方的中心，因为那是一个横行、一个纵列与二条对角线的交叉点。

接下来，我们考虑数字 9，它是不可能放到角上去的，因为那将意味着 9 要出现三次，然而它只出现两回。于是 9 只能放在与相邻的中间四个空格中去。由于图形的对称性，放在哪里都一样，因此，我们不妨把 9 放在 5 的上面一格。（见图 6）

这样放置以后，与 9 相邻的肩上两个数，就只能是 2 与 4 了，另外，5 的下面一格中的数，除掉 1 以外不可能再有别的其他数字。

到此地步，图形（见图 7）虽然还不完整，但它已经产生一种“连锁反应”，选择的余地已经没有了，譬如说，a 一定是非等于 8 不可，接下来， $b = 6$ ， $c = 3$ ， $d = 7$ 也都统统敲定下来了。

徐老师说，用这种数与图形相结合的办法来证明三阶幻方的存在唯一性是一种最简单直观的办法。本来嘛，数与图形，正好是数学的两条腿，几何、代数……那不过是人为的分割啊。

?	9	?
	5	

图 6

4	9	2
c	5	d
a	1	b

图 7

四 推而广之

“洛书”虽然是最简单的三阶幻方，但后世的人们认识到，它可以触类旁通，大大地加以推广。

11	16	9
10	12	14
15	8	13

图 8

首先，任意加上一个自然数（譬如说，对洛书的每个数字都加上 7），所得到的图形（见图 8）仍然保持着等和性质，不过，此时的和常数已变为 36；另外，连续的自然数已不是从 1 到 9，而发生了数的“平移”现象，变做 8 到 16。这样的变动，自然被认为是一种“细枝末节”，无关大局。于是，人们已经在无意中把最初的幻方定义不知不觉地加以修改，不坚持必须从 1 开始了。

其次，把洛书方阵中的每个数都乘上一个非零常数 k ，所得到的依旧是一个三阶幻方，这时，和常数当然要相应地