配套参考 十五

普通高等教育“十五”国家级规划教材配套参考书

大学物理教程

教师解答手册

范仰才　钟韶　编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十五”国家级规划教材配套参考书

大学物理教程
教师解答手册

范仰才　钟　韶　编

高等教育出版社

内容提要

本书是普通高等教育“十五”国家级规划教材《大学物理教程》相配套的习题解答，对教材中的习题和思考题提供了详细的解答。在解答过程中，本书注重对物理思想、物理规律的分析而淡化具体的计算。为避免学生抄作业，本书以教师解答的形式出版，供使用本书的教师参考。

本书可供使用《大学物理教程》的师生作为教学参考书，也可供其他高等院校工科专业的师生和社会读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理教程教师解答手册／范仰才，钟韶编．—北京：高等教育出版社，2006.1
ISBN 7－04－018246－7

Ⅰ．大…　Ⅱ．①范…②钟…　Ⅲ．物理学－高等学校－解题　Ⅳ．O4－44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 142405 号

策划编辑　胡凯飞　**责任编辑**　王文颖　**封面设计**　刘晓翔　**责任绘图**　宗小梅
版式设计　胡志萍　**责任校对**　尤　静　**责任印制**　宋克学

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010－58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	**免费咨询**	800－810－0598
邮政编码	100011	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010－58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京中科印刷有限公司	**畅想教育**	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	**版　　次**	2006 年 1 月第 1 版
印　　张	16	**印　　次**	2006 年 1 月第 1 次印刷
字　　数	290 000	**定　　价**	20.30 元

物料号　18246－00

前　　言

大学物理是理工科大学生的一门重要基础课，它对于学生知识结构的形成、智能训练和创新能力的培养等方面都起着重要的基础作用。要学好大学物理，除了课堂的学习和训练外，还要结合教学要求，做一定数量的练习题，运用物理学中的基本定律和原理求解具体问题是学习中很重要的一个环节，这有助于加深对基本概念和定律的理解，有助于拓宽学生的知识面，对培养学生分析和解决问题的能力具有重要的作用。

本书是与钟韶主编的《大学物理教程》（上、下册）配套的教学参考书。本书对教材中全部习题做了简要的分析和较为详细的解答。在解题过程中，力求做到思路清晰，解法简捷。部分习题还给出了两种或两种以上的解答。关于教材中思考题的讨论，无论在教或学的过程中，都是颇感困难的事情。也许因为思考题灵活多变，对其解答的具体方式和深浅程度的掌握都容易引起争论，稍微不慎，还会出现错误。因此许多与教材配套的习题解答都没有给出关于思考题的解答。

谨慎是必要的，但作为一本较为完整的参考书，应尽量做到不给读者留下遗憾，更何况思考题的讨论对深入理解物理学的基本概念和规律，提高学生分析和解决问题的能力很有帮助。正因为如此，作者愿意在这个问题上做点工作。由于考虑到了这一工作的严谨性，本书仅对教材中全部思考题给出重要的提示或参考解答。愿本书能对读者学习大学物理有一定的帮助。读者在使用本书时，应先自行解题，确有困难才参考本书的解答，切不可照抄应付。学习是来不得半点虚假的。

本书由范仰才编写。由于编者学识水平和经验所限，加上时间仓促，书中难免存在疏漏，敬请使用本书的广大教师和学生批评指正。

作　者

2005年8月

目　　录

第一篇　力　　学

第二篇　热　　学

第三篇　波　动　学

第四篇　电　磁　学

第五篇　量子物理基础

第一篇 力 学

第 1 章 质点运动学

思考题

1－1 什么是位置矢量？位置矢量和位移矢量有什么区别？怎样选取坐标原点可使两者一致？

【提示】 位置矢量简称位矢或矢径，是从坐标原点至质点所在位置的有向线段，用 $\boldsymbol{r}$ 表示；而位移矢量是从前一时刻质点所在位置到后一时刻质点所在位置的有向线段，用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示．它们的关系为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0$$

若把坐标原点取在质点的初位置，则 $\boldsymbol{r}_0=0$，任意时刻质点对于此位置的位移 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}$．

1－2 一质点在平面内运动，已知其运动方程为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，速度为 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$．问下列两种情况下，质点作什么运动？

(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$， $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq0$； (2) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$， $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\neq0$.

【提示】 (1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=v_r$ 是径向速度的大小，而$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{v}$ 是质点的速度，所以$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq0$ 表示质点作圆周运动．

(2) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a_t$ 是切向加速度的大小，而$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}$ 是质点的加速度，所以$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\neq0$ 表示质点作匀速率曲线运动．

1－3 质点在平面内运动，已知其运动方程的直角坐标分量为 $x=x(t)$，y

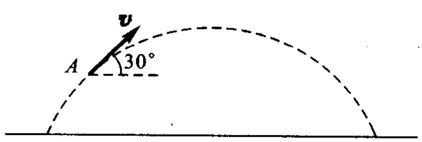
$=y(t)$.在计算质点的速度和加速度的大小时,有人先由 $r=\sqrt{x^2+y^2}$ 求出 $r=r(t)$,再由 $v=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 和 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 求得结果,你认为这种做法对吗?如果不对,错在什么地方?

【提示】 这种做法不对.速度的定义式是 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$;速度的大小,即速率 $v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$;加速度的定义式是 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$;加速度的大小 $a=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.一般 $\mathrm{d}r\neq|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$,$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 只是径向速度,即由质点相对于原点距离 r 变化引起的,是 $\boldsymbol{v}$ 沿径向的分量大小.同理 $|\mathrm{d}\boldsymbol{v}|\neq\mathrm{d}v$,$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 只反映速度大小的变化,只是切向加速度.

1-4 描述质点加速度的物理量 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$,$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$,$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ 有何区别?

【提示】 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 是加速度的定义,表示总加速度的大小和方向;$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 是切向加速度,即总加速度在轨迹切线方向上的分量;$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ 是总加速度在 x 方向上的分量.

1-5 质点作图示的斜抛运动,测得轨迹上 A 点的速度大小为 v,方向如图所示.则物体在 A 点的曲率半径 ρ 是多少?轨迹何处曲率半径最大?其值又是多少?(设初速度为 v_0,抛射角为 α.)

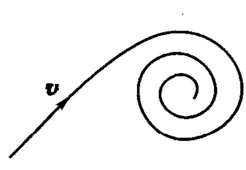


思 1-5 图

【提示】 作斜抛运动的物体,忽略空气阻力时,总加速度大小 $a=g$,方向竖直向下;把 $\boldsymbol{a}$ 沿切向和法向分解,可得轨迹上 A 点的切向和法向加速度.由 $a_n=\frac{v^2}{\rho}$,可求得 A 点的曲率半径为 $\rho=\frac{2\sqrt{3}v^2}{3g}$;抛出点的曲率半径最大,其值为 $\rho_{\max}=\frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$;轨迹最高点的曲率半径最小,其值为

$$\rho_{\min}=\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}=\frac{v^2\cos^2 30^\circ}{g}=\frac{3v^2}{4g}$$

1-6 质点沿平面螺旋线自外向内运动,如图所示.质点的自然坐标与时间的一次方成正比.问质点的切向加速度和法向加速度是越来越大还是越来越小?为什么?



思 1-6 图

【提示】 切向加速度 $a_t=0$,法向加速度 a_n 越来

越大.

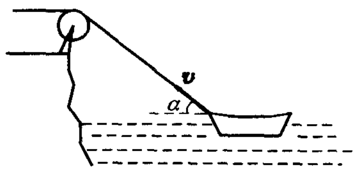
设质点的运动方程为 $s=ct$（c 为常数），则

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=c,\quad a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$$

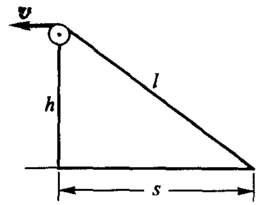
$$a_n=\frac{v^2}{\rho}=\frac{c^2}{\rho}$$

即质点作匀速率曲线运动，$a=a_n$，又因为质点自外向内运动，ρ 越来越小，所以 a_n 越来越大.

1-7　在湖中有一小船，岸边有人用绳子跨过一高处的滑轮拉船靠岸，如图所示. 当绳子以速度 v 通过滑轮时，(1) 船的速度比 v 大还是小？(2) 如果保持收绳速度 v 的大小不变，船是否作匀速运动？



思 1-7 图



思解 1-7 图

【提示】　(1) 船的速度比 v 大；(2) 如果保持收绳速度 v 的大小不变，船作加速运动.

如思解 1-7 图所示，任意时刻船离岸边的距离为

$$s=\sqrt{l^2-h^2}$$

则船靠岸的速度　$v_s=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\dfrac{l}{\sqrt{l^2-h^2}}\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}v\quad\left(\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=-v\right)$

船的加速度　$a=\dfrac{\mathrm{d}v_s}{\mathrm{d}t}=-\left[\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}l}\left(\dfrac{l}{\sqrt{l^2-h^2}}\right)v\right]\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{h^2v^2}{s^3}$

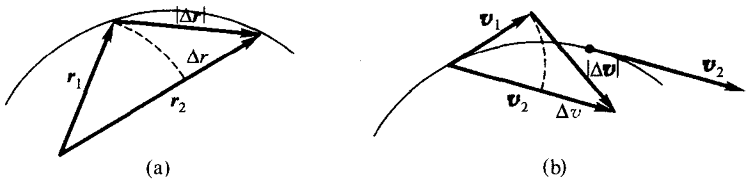
负号表示加速度的方向指向岸边.

1-8　在曲线运动中，$|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 Δr，$|\Delta\boldsymbol{v}|$ 与 Δv 是否相同？试作图说明.

【提示】　$|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 Δr，$|\Delta\boldsymbol{v}|$ 与 Δv 不同.

$|\Delta\boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|$ 是两位置矢量之差的大小，而 $\Delta r=r_2-r_1$ 是两位置矢量的大小之差，两者不等，见思解 1-8 图(a).

$|\Delta\boldsymbol{v}|=|\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1|$ 是两时刻速度之差的大小，即速度增量，而 $\Delta v=v_2-v_1$ 是两时刻速度的大小之差，两者也不等. 见思解 1-8 图(b).



思解 1－8 图

选择题

1－1 t 时刻质点的位置坐标为 $\boldsymbol{r}(x,y)$，则该时刻质点速度的大小为(D)

(A) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ (B) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ (C) $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$ (D) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

1－2 某人从原点出发，经 20 s 向东走了 40 m，又经 15 s 向北走了 30 m，再经 15 s 向西走了 20 m，则在这 50 s 时间内的平均速度为 (C)

(A) 36.1 (B) 0.72 (C) $0.4\boldsymbol{i}+0.6\boldsymbol{j}$ (D) $20\boldsymbol{i}+30\boldsymbol{j}$

1－3 质点从静止沿着 x 轴正向运动，运动方程为 $x=8+6t-t^3$，当质点到达 x 正向最大位移时，加速度 a 是 (D)

(A) $-6t$ (B) 6 (C) $6\sqrt{2}$ (D) $-6\sqrt{2}$

1－4 质点的运动规律为$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2t$，式中 k 为常数. $t=0$ 时，初速度为 v_0，则速度 v 与时间 t 的函数关系为(C)

(A) $v=\dfrac{1}{2}kt^2+v_0$ (B) $v=-\dfrac{1}{2}kt^2+v_0$

(C) $\dfrac{1}{v}=\dfrac{1}{2}kt^2+\dfrac{1}{v_0}$ (D) $\dfrac{1}{v}=-\dfrac{1}{2}kt^2+\dfrac{1}{v_0}$

1－5 一质点在高度 h 处以初速度 v_0 水平抛出，则在抛出点及落地点轨迹的曲率半径分别为(B)

(A) $\dfrac{v_0^2}{g},2h$ (B) $\dfrac{v_0^2}{g},\dfrac{(v_0^2+2gh)^{3/2}}{gv_0}$

(C) $\dfrac{v_0^2}{g},\dfrac{(v_0^2+2gh)}{gv_0}$ (D) $\infty,\dfrac{(v_0^2+2gh)^{1/2}}{gv_0}$

1－6 质点从静止出发，沿半径 $R=1$ m 的圆周运动，角位移 $\theta=3+9t^2$(SI 单位). 当切向加速度与总加速度的夹角为 45°时，角位移 $\theta=$(D)rad.

(A) 9 (B) 12 (C) 18 (D) 3.5

1－7 质点沿半径 $R=0.1$ m 的圆周运动，角位移 θ 随时间 t 变化的规律为 $\theta=2+4t^2$(SI 单位). 在 $t=2$ s 时，它的法向加速度 a_n 和切向加速度 a_t 的大小分别为(C)

(A) $25.6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$　(B) $256\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

(C) $25.6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $0.8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$　(D) $1.6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $0.8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

1－8　某人骑自行车以速率 v 向正东方向行驶，遇到由北向南刮来的风（设风速大小也为 v），则他感到的风是从(A)

(A) 东北方向吹来　(B) 东南方向吹来

(C) 西北方向吹来　(D) 西南方向吹来

1－9　一架飞机从 A 处向北飞到 B 处，然后又向南飞到 A 处. 已知飞机相对于空气的速率为 v，空气相对于地面的速率为 u，方向由东向西，AB 之间的距离为 L，飞机相对于空气的速率 v 不变，则飞机来回飞行的时间 t 为(B)

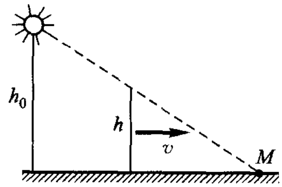
(A) $\dfrac{2L}{v}$　(B) $\dfrac{2L}{(v^2-u^2)^{1/2}}$

(C) $\dfrac{L}{v\left(1-\dfrac{u^2}{v^2}\right)}$　(D) $\dfrac{2vL}{v^2-u^2}$

1－10　路灯距地面高度为 h_0，行人身高为 h，如图所示. 若人以匀速率 v 背向路灯行走，则人头在地上的影子 M 点沿地面移动的速率 u 等于(B)

(A) $\dfrac{h_0-h}{h_0}v$　(B) $\dfrac{h_0}{h_0-h}v$

(C) $\dfrac{h}{h_0}v$　(D) $\dfrac{h_0}{h}v$



选 1－10 图

计算题

1－1　一质点的运动方程为 $x=2t$，$y=19-2t^2$（SI 单位）. 试求：

(1) 质点的轨迹方程；

(2) $t=2$ s 时刻质点的位置矢量，并计算第 2 秒内的平均速度大小；

(3) 第 2 秒末质点的瞬时速度和瞬时加速度；

(4) 什么时刻质点的位置矢量与其速度矢量恰好垂直？

【分析】　解本题的关键是弄清：轨迹方程、位置矢量、速度（含平均速度）和加速度的定义.

【解】　已知运动方程

$$x=2t,\quad y=19-2t^2$$

(1) 消去 t 得轨迹方程：

$$y=19-\frac{x^2}{2}$$

(2) 运动方程的矢量式为

$$r(t)=2ti+(19-2t^2)j$$

$t=2$ s　　　$r(2)=4i+(19-2\times2^2)j=4i+11j$

平均速度　　$\bar{v}=\dfrac{\Delta r}{\Delta t}=\dfrac{r(2)-r(1)}{2-1}=(2i-6j)\text{m/s}$

$$\bar{v}=\sqrt{2^2+6^2}\ \text{m/s}=6.32\ \text{m/s}$$

(3) 因为　　　$v=\dfrac{dr}{dt}=2i-4tj$

$$a=\frac{d\,v}{dt}=\frac{d^2r}{dt^2}=-4j$$

$t=2$ s　　　$v=2i-8j$ m/s

$$a=-4j\ \text{m/s}^2$$

(4) $r\perp v$ 则有

$$r\cdot v=[2ti+(19-2t^2)j]\cdot[2i-4tj]=4t-4t(19-2t^2)=0$$

有两个解：

(a) $1-(19-2t^2)=0$，$t=3$ s（$t=-3$ s 舍去）

此时位置 $\begin{cases}x=6\ \text{m}\\ y=1\ \text{m}\end{cases}$，　速度 $\begin{cases}v_x=2\ \text{m/s}\\ v_y=-12\ \text{m/s}\end{cases}$

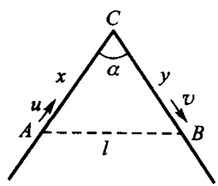
(b) $t=0$ s

此时位置 $\begin{cases}x=0\\ y=19\ \text{m}\end{cases}$，　速度 $\begin{cases}v_x=2\ \text{m/s}\\ v_y=0\ \text{m/s}\end{cases}$

1－2　一艘船以速率 u 驶向码头 C，另一艘船以速率 v 自码头离去，如图所示．试证当两船的距离最短时，两船与码头的距离之比 x/y 为

$$(v+u\cos\alpha):(u+v\cos\alpha)$$

设航路为直线，α 为两直线的夹角．



题 1－2 图

【分析】　写出任一时刻 t 两船的距离 l 与两船距码头的距离 x,y 的函数关系，再用求极值的方法即可证得此式．

【解】　设任一时刻 t 两船与码头的距离分别为 x,y，两船的距离为 l，由余弦定理

$$l^2=x^2+y^2-2xy\cos\alpha$$

l 要最小，则 $\dfrac{dl}{dt}=0$，上式两边对 t 求导：

$$2l\frac{dl}{dt}=2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}-2x\cos\alpha\frac{dy}{dt}-2y\cos\alpha\frac{dx}{dt}$$

把 $\dfrac{dx}{dt}=-u$，$\dfrac{dy}{dt}=v$ 代入得

$$0 = -ux + vy - xv\cos\alpha + yu\cos\alpha$$
$$= -x(u + v\cos\alpha) + y(v + u\cos\alpha)$$

所以 $\dfrac{x}{y} = \dfrac{v + u\cos\alpha}{u + v\cos\alpha}$

即当两船的距离最短时,两船与码头的距离之比为

$$(v + u\cos\alpha):(u + v\cos\alpha)$$

1-3 质点沿 x 轴运动,加速度与位置坐标 x 的关系为 $a = 2x - 1$(SI 单位),如果质点在原点处的速度 $v_0 = 6$ m/s. 求质点在任意位置处的速度.

【分析】 这是运动学的第二类问题,即已知加速度,求速度,需要积分求解.

【解】 设质点在 x 处的速度为 v.

由题设
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx} = 2x - 1$$

所以
$$\int_6^v v\,dv = \int_0^x (2x - 1)\,dx$$

积分并整理得
$$v = \sqrt{2x^2 - 2x + 36}$$

1-4 质点沿 x 轴运动,加速度随速度变化的关系为 $a = -kv$,式中 k 为常数. 当 $t = 0$ 时,$x = x_0$, $v = v_0$,求任意时刻质点的速度和位置.

【分析】 本题也是运动学的第二类问题,已知加速度,求速度和位置,需要积分两次.

【解】 设任意时刻质点的速度为 v,位置坐标为 x.

由题设
$$a = \frac{dv}{dt} = -kv$$

分离变量并积分
$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = -k\int_0^t dt$$

$$\ln\frac{v}{v_0} = -kt$$

所以
$$v = v_0 e^{-kt}$$

又因为
$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = v_0\int_0^t e^{-kt}\,dt$$

$$x - x_0 = -\frac{v_0}{k}(e^{-kt} - 1)$$

所以
$$x = x_0 + \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$$

1-5 一质点从静止开始作直线运动,开始时加速度为 a,此后加速度随时

间均匀增加．经过 5 s 后，加速度为 $2a$；经过 10 s 后，加速度为 $3a$……求质点的加速度随时间变化的关系，经过 $5n$ s 后，质点的速度和走过的路程．

【分析】 由已知条件建立加速度 a 随时间 t 变化的函数关系，积分两次可分别求得速度和路程．

【解】 设加速度 a 随时间 t 变化的函数关系为

$$a_t = a + kt$$

由　$t = 5\ \text{s}, a_t = 2a$ 代入求得　$k = \frac{1}{5}a$，即

$$a_t = a + \frac{1}{5}at$$

而　$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，积分上式得任意时刻质点的速度：

$$\int_0^v \mathrm{d}v = \int_0^t \left(a + \frac{1}{5}at\right)\mathrm{d}t$$

$$v = at + \frac{1}{10}at^2$$

$t = 5n$ 代入得　$$v = \frac{5}{2}na(n+2)$$

又　$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$得　$\int_0^s \mathrm{d}s = \int_0^{5n} v\mathrm{d}t = \int_0^{5n}\left(at + \frac{1}{10}at^2\right)\mathrm{d}t$

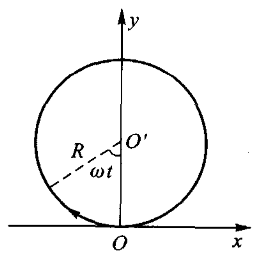
积分上式并整理得经过 $5n$ s 后，质点走过的路程

$$s = \frac{25}{6}an^2(n+3)$$

1－6　质点从坐标原点出发，以匀速率 10^{-2} m/s 作顺时针转向的圆周运动，半径 $R = 1$ m，如图所示．

（1）当它走过 2/3 圆周时，位移是多少？这段时间内平均速度是多少？在该点的瞬时速度如何？

（2）写出该质点运动方程的函数式．



题 1－6 图

【分析】 先写出质点运动方程的参数式，根据位移，平均速度和瞬时速度的定义可求得结果．

【解】 建立直角坐标系 Oxy 如图，任意时刻 t 质点的位置坐标为

$$\begin{cases} x = -R\sin\omega t = -\sin\theta \\ y = R(1-\cos\omega t) = 1-\cos\theta \end{cases}$$

其中　$$\theta = \omega t$$

（1）当 $\theta = \frac{2}{3}\times 2\pi = \frac{4}{3}\pi$

质点的位矢
$$\boldsymbol{r} = -\sin\frac{4}{3}\pi\boldsymbol{i} + \left(1-\cos\frac{4}{3}\pi\right)\boldsymbol{j}$$

位移的大小：
$$|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{\left(-\sin\frac{4}{3}\pi\right)^2 + \left(1-\cos\frac{4}{3}\pi\right)^2} = \sqrt{3}\ \mathrm{m} = 1.73\ \mathrm{m}$$

位移的方向：与 x 轴正向成
$$\alpha = \arctan\frac{y}{x} = \arctan\frac{1-\cos\frac{4}{3}\pi}{-\sin\frac{4}{3}\pi} = \arctan\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$$

平均速度大小：
$$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}\right| = \frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{s/v} = \frac{1.73\times10^{-2}}{\frac{2}{3}\times2\pi R}\ \mathrm{m/s} = 4.13\times10^{-3}\ \mathrm{m/s}$$

方向与位移相同.

该点的瞬时速度 $v = 1.00\times10^{-2}$ m/s，方向沿该点圆的切线方向.

(2) 质点的运动方程

因为
$$\omega = \frac{v}{R} = 1.00\times10^{-2}\ \mathrm{rad/s}$$

所以
$$\begin{cases} x = -\sin(1.00\times10^{-2}t) \\ y = 1-\cos(1.00\times10^{-2}t) \end{cases}\qquad (\text{SI 单位})$$

1-7　一质点作半径为 R 的圆周运动，$t=0$ 时经过 P 点，此后速率按 $v = A+Bt$（式中 A、B 为正值常数）变化. 求质点运动一周再经过 P 点时它的切向加速度和法向加速度的大小.

【分析】　已知速率随时间线性变化，对 t 求导可得切向加速度 a_t 的大小，再设法求得质点过 P 点时的速度，代入法向加速度公式即可求得 a_n.

【解】　已知
$$v = A+Bt$$

切向加速度
$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = B$$

法向加速度
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

因为
$$v^2 = (A+Bt)^2 = A^2 + B(2At+Bt^2)$$

由
$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = A+Bt$$

$$\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}s = \int_0^t (A+Bt)\mathrm{d}t$$

$$2\pi R = At + \frac{1}{2}Bt^2$$

即
$$2At + Bt^2 = 4\pi R$$
所以
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{A^2}{R} + 4\pi B$$

1－8 一质点在水平面内沿一半径 $R = 2$ m 的圆轨道转动，角速度与时间的函数关系为 $\omega = kt^2$（k 为常数）. 已知 $t = 2$ s 时，质点的速度值为 32 m/s. 试求 $t = 1$ s 时，质点的速度与加速度的大小.

【分析】 先根据已知条件确定常数 k，由线速度与角速度的关系，可得到速度随时间变化的函数关系，再根据切向加速度和法向加速度的定义即可分别求得 a_t 和 a_n.

【解】 已知角速度随时间变化的函数关系为 $\omega = kt^2$.
$t = 2$ s 时，质点的速度 $v = 32$ m/s. 故常数
$$k = \frac{\omega}{t^2} = \frac{v}{Rt^2} = 4\ \text{rad/s}^3$$
$$\omega = 4t^2,\quad v = R\omega = 4Rt^2$$
$t = 1$ s 时，质点的速度 $v = 4Rt^2 = 8$ m/s
$$a_t = \frac{dv}{dt} = 8Rt = 16\ \text{m/s}^2,\quad a_n = \frac{v^2}{R} = 32\ \text{m/s}^2$$
所以
$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 35.8\ \text{m/s}^2$$

1－9 质点从静止出发沿半径 $R = 3$ m 的圆周作匀变速圆周运动，切向加速度 $a_t = 3$ m/s². 问：

（1）经过多少时间后质点的总加速度恰好与半径成 45°角？

（2）在上述时间内，质点所经过的路程和角位移各为多少？

【分析】 总加速度与半径成 45°角，必有 $a_t = a_n$，故先求出 a_n；路程和角位移可由速度表达式积分求得.

【解】 根据题意：$t = 0, v_0 = 0, a_t = \frac{dv}{dt} = 3$ m/s²，有
$$\int_0^v dv = \int_0^t 3dt,\quad v = 3t$$
质点的法向加速度
$$a_n = \frac{v^2}{R} = 3t^2$$

（1）总加速度与半径成 45°角，则有
$$a_t = a_n$$
即
$$3t^2 = 3$$
所以
$$t = 1\ \text{s}$$

（2）由速率的定义：$v = \frac{ds}{dt} = 3t$

$$\int_0^s \mathrm{d}s = \int_0^t 3t\,\mathrm{d}t$$

$$s = \frac{3}{2}t^2$$

$t = 1$ s 时，　$s = \frac{3}{2} \times 1^2\ \mathrm{m} = 1.5\ \mathrm{m}$

角位移　$\theta = \frac{s}{R} = \frac{1.5}{3}\ \mathrm{rad} = 0.5\ \mathrm{rad}$

1－10　一飞机驾驶员想往正北方向航行，遇到由东向西以 60 km/h 速率刮来的风. 如果飞机在静止空气中的航速为 180 km/h. 试求驾驶员应取什么航向? 飞机相对于地面的速率为多少?

【分析】　飞机相对于地面的速度 $\boldsymbol{v}_{机地} = \boldsymbol{v}_{机空} + \boldsymbol{v}_{空地}$. 画出三个速度的矢量关系图即可求解.

【解】　设飞机相对于地面的速度为 $\boldsymbol{v}$，飞机相对于空气的速度为 $\boldsymbol{v}_r$，空气相对于地面的速度为 $\boldsymbol{v}_e$，由题意

$v_e = 600$ km/h，正西方向；

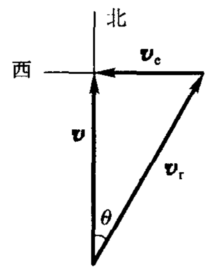
$v_r = 180$ km/h，方向未知；

v 大小未知，正北方向.

根据速度合成定理：

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_r + \boldsymbol{v}_e$$

三个速度 $\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{v}_r$，$\boldsymbol{v}_e$ 构成直角三角形，矢量关系图如解 1－10 图所示.



解 1－10 图

由矢量图可得

$$v = \sqrt{v_r^2 - v_e^2} = 170\ \mathrm{km/h}$$

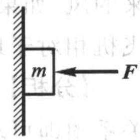
$$\theta = \arctan\frac{v_e}{v} = 19.4°$$

即飞机应取北偏东 19.4°的航向飞行.

第 2 章 牛顿运动定律

思考题

2-1 用一沿水平方向的外力 $\boldsymbol{F}$ 将质量为 m 的物体压在竖直墙上,如图所示.若墙与物体间的静摩擦因数为 μ_0,则物体与墙之间的静摩擦力为多大?如果外力 $\boldsymbol{F}$ 增大一倍,静摩擦力将如何变化?



思 2-1 图

【提示】 物体与墙之间的静摩擦力 $F_s = mg$,外力 $\boldsymbol{F}$ 增大一倍,静摩擦力不变.

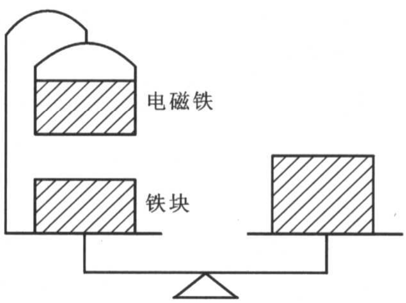
2-2 一辆静止的车被后面开来的车碰撞,两车的驾驶员都受了点伤,你能否根据驾驶员受伤的情况来判断哪一辆车是停着的,哪一辆车是开动的?

【提示】 根据惯性的规律可知,停着车的驾驶员应该是背面受伤,开动车的驾驶员应该是前面受伤.

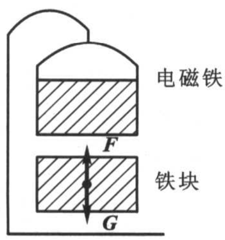
2-3 火车司机要开动很重的列车时,总是先倒车,使车往后退一下,然后再往前开车,为什么这样做容易使列车开出?

【提示】 因为整列火车的质量很大,要使整列火车一齐由静止到运动(产生加速度),需要很大的拉力.但如果先向后退一下,能使车厢之间的衔接放松,再往前开车时,让车厢一节拉动一节,以使整列车开动就省力,也可避免开车时把车的挂钩拉断.

2-4 在平台天平的两盘中,一边放着电磁铁,另一边放着砝码,天平恰好平衡,如图所示.问:电磁铁电路(图中未画出)接通的那一瞬间(铁块被吸离了



思 2-4 图



思解 2-4 图