经济管理数学基础

李辉来　孙毅　张旭利　主编

微积分（上册）

清华大学出版社

经济管理数学基础

李辉来　孙毅　张旭利　主编

微积分（上册）

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书分上、下册. 上册内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数应用、不定积分和定积分及其应用. 下册内容包括向量与空间解析几何、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、常微分方程和差分方程.

与本书(上、下册)配套的有习题课教材、电子教案. 该套教材汲取了现行教学改革中一些成功的举措，总结了作者在教学科研方面的研究成果，注重数学在经济管理领域中的应用，选用大量有关的例题与习题；具有结构严谨、逻辑清楚、循序渐进、结合实际等特点. 可作为高等学校经济、管理、金融及相关专业的教材或教学参考书.

图书在版编目（CIP）数据

微积分(上册)/李辉来，孙毅，张旭利主编. —北京：清华大学出版社，2005.9

(经济管理数学基础)

ISBN 7-302-11592-3

I. 微… II. ①李… ②孙… ③张… III. 微积分-高等学校-教材 IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005) 第 091470 号

出 版 者：清华大学出版社　　地　　址：北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn　　邮　　编：100084
社 总 机：010-62770175　　客户服务：010-62776969
责任编辑：佟丽霞
印 刷 者：北京四季青印刷厂
装 订 者：三河市新茂装订有限公司
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　　本：170×230　印张：20　字数：411 千字
版　　次：2005 年 9 月第 1 版　2005 年 9 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-302-11592-3/O·491
印　　数：1～4000
定　　价：25.00 元

《经济管理数学基础》系列教材编委会

总 序

数学是研究客观世界数量关系和空间形式的科学. 在过去的一个世纪中, 数学理论与应用得到了极大的发展, 使得数学所研究的两个重要内容, 即"数量关系"和"空间形式"具有了更丰富的内涵和更广泛的外延. 数学科学在发展其严谨的逻辑性的同时, 作为一门工具, 在几乎所有的学科中大展身手, 产生了前所未有的推动力.

在经济活动和社会活动中, 随时都会产生数量关系和相互作用. 数学应用的第一步就是对实际问题分析其对象内在的数量关系, 这种数量关系概括地表述为一种数学结构, 这种结构通常称为数学模型, 建立这种数学结构的过程称为数学建模. 数学模型按类型可以分为三类: 第一类为确定性模型, 即模型所反映的实际问题中的关系具有确定性, 对象之间的联系是必然的. 微积分、线性代数等是建模的基本数学工具. 第二类为随机性模型, 即模型所反映的实际问题具有偶然性或随机性. 概率论、数理统计和随机过程是建模的基本数学方法. 第三类为模糊性模型, 即模型所反映的实际问题中的关系呈现模糊性. 模糊数学理论是建模的基本数学手段.

高等学校经济管理类各专业本科生的公共数学基础课程一般包括微积分、线性代数、概率论与数理统计等 3 门课程, 它们都是必修的重要基础理论课. 通过这些课程的学习, 学生可以掌握一元函数微积分及其应用、多元函数微积分及其应用、无穷级数、常微分方程与差分方程、向量代数与空间解析几何、线性代数、概率论与数理统计等方面的基本概念、基本理论、基本方法和运算技能, 为今后学习各类后继课程和进一步扩大数学知识面奠定必要的连续量、离散量和随机量方面的数学基础. 在学习过程中, 通过数学知识与其经济应用的有机结合, 可以培养学生抽象思维和逻辑推理的理性思维能力、综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力以及较强的自主学习能力, 并逐步培养学生的探索精神和创新能力.

《经济管理数学基础》系列教材是吉林大学"十五"规划教材, 包括《微积分》(上、下)、《线性代数》、《概率论与数理统计》, 以及与其配套的习题课教材和电子教案, 其内容涵盖了教育部非数学专业数学教学指导委员会最新制定的"经济管理类本科数学基础教学基本要求". 该系列教材吸取了国内外同类教材的精华,特别是借鉴了近几年我国一批"面向 21 世纪课程"教材和国家"十五"规划教材, 同时也凝结了作者多年来在大学数学教学方面积累的经验. 编写中充

分考虑了公共数学基础课程的系统性, 注意到了时代的特点, 同时也注意到与后续课程的衔接. 本着加强基础、强化应用、整体优化、注意后效的原则, 力争做到科学性、系统性和可行性的统一, 传授数学知识和培养数学素养的统一. 注重理论联系实际, 通过实例展示数学方法在经济管理领域的成功应用. 把数学实验内容与习题课相结合, 为学生展现科学发现的基本原理, 突出数学应用和数学建模的思想方法. 借助电子和网络手段提供经济学、管理学的背景资源和应用资源, 提高学生的数学人文素养, 使数学思维延伸至一般思维.

在教材体系与内容编排上, 认真考虑作为经济类、管理类和人文社科类各专业不同学时的授课对象的需求, 对数学要求较高的专业可讲授教材的全部内容, 其他专业可以根据实际需要选择适当的章节讲授. 每章后面配备了习题, 其中 (A) 题是体现教学基本要求的习题, (B)题是对基本内容提升、扩展以及综合运用性质的习题. 书末给出了习题参考答案, 供读者参考.

在本系列教材的编写过程中, 吉林大学教务处、吉林大学数学学院给予了大力支持, 公共数学教学与研究中心副主任吴晓俐女士承担了本系列教材初稿的编务工作. 清华大学出版社的领导和编辑对本系列教材的编辑出版工作给予了精心的指导和大力支持. 在此一并致谢.

本系列教材体现了公共数学教学的一种改革模式, 我们希望起到抛砖引玉的作用, 恳请读者不吝赐教, 以不断提高本系列教材的质量, 促进教学改革的深入发展.

《经济管理数学基础》系列教材编委会

2005 年 8 月

前　言

本书是依据经济类、管理类、人文类各专业对微积分课程的教学要求而编写的. 在本书的编写过程中, 按循序渐进的原则, 深入浅出. 从典型的自然科学与经济分析中的实际例子出发, 从直观的几何现象出发, 引出微积分的基本概念, 如极限、导数及积分等. 再从理论上进行论证, 得到一些有用的方法和结果, 然后再利用它们解决更多的自然科学和经济分析中的实际问题. 这样从特殊到一般, 再从一般到特殊, 从具体到抽象, 再从抽象到具体, 将微积分和经济分析的有关内容有机地结合起来, 为学生将来利用数学分析的方法讨论更深入的经济问题打下了良好的基础.

在教材体系结构及讲解方法上我们进行了必要的调整, 适当淡化运算上的一些技巧, 降低了一元函数的极限与连续的理论要求, 从简处理了一些公式的推导和一些定理的证明. 在保证教学要求的同时, 让教师比较容易组织教学, 学生比较容易理解接受, 并且使学生在知识、能力、素质方面有较大的提高. 书中将数学素质的培养有机地融合于知识讲解中, 突出数学思想的介绍, 突出数学方法的应用. 本书拓广了经济应用实例的范围, 让学生更多地见识应用数学知识、数学方法解决经济管理类问题的实例, 增加他们的应用意识和能力.

本书内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数应用、不定积分和定积分及其应用. 共分 6 章, 第 1、2 章由李辉来编写, 第 3、4 章由孙毅编写, 第 5、6 章由张旭利编写, 全书由李辉来统稿. 青年教师孙鹏、朱本喜、杨柳、毛书欣及研究生姜政毅完成了本书的排版制图的全部工作. 清华大学韩云瑞教授审阅了全书.

由于水平有限, 书中的错误和不妥之处恳请广大读者批评指正, 以期不断完善.

作　者

2005 年 8 月

目　录

第 1 章　函　　数

函数是对现实世界中各种变量之间的相互依存关系的一种抽象, 它是微积分学研究的基本对象. 在中学时我们对函数的概念和性质已经有了初步的了解, 在本章中, 我们将进一步阐明函数的一般定义, 介绍函数的简单性态以及反函数、复合函数、基本初等函数和初等函数等概念, 这些都是学习这门课程的基础.

1.1　集　　合

集合是现代数学中的基本概念之一, 也是函数概念的基础.

1.1.1　集合的概念

在数学上, 将具有某种确定性质的对象的全体称为**集合**, 组成集合的每一个对象称为该集合的**元素**.

习惯上, 用大写拉丁字母 $A, B, C, X, Y \cdots$ 表示集合, 用小写拉丁字母 $a, b, c, x, y \cdots$ 表示集合的元素. 对于给定的集合来说, 它的元素是确定的. 如果 a 是集合 A 中的元素, 则用 $a \in A$ 来表示; 如果 a 不是 A 中的元素, 则用 $a \notin A$(或 $a \bar{\in} A$) 来表示.

含有有限个元素的集合称为**有限集**; 含有无限多个元素的集合称为**无限集**; 不含任何元素的集合称为**空集**, 用 $\varnothing$ 表示.

表示集合的方法主要有两种, 一种是列举法, 就是把集合的所有元素一一列举出来, 写在花括号内. 例如, 把方程 $x^2-4=0$ 的解构成的集合表示为 $A=\{-2,2\}$. 另一种方法是描述法, 就是指出集合的元素所具有的性质. 一般地, 将具有某种性质的对象 x 所构成的集合表示为

$$A=\{x \mid x\text{具有某种性质}\}.$$

例如, 方程 $x^2-4=0$ 的解集也可以表示为 $A=\{x \mid x^2-4=0\}$.

设 A, B 是两个集合. 若 A 的每个元素都是 B 的元素, 则称 A 是 B 的**子集**, 记作 $A \subset B$(或 $B \supset A$); 若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则称 A 与 B **相等**, 记作 $A=B$.

如果集合的元素都是数, 则称其为**数集**. 在本课程中涉及到的集合都是数集. 常用的数集有

(1) **自然数集**, 用 $\mathbb{N}$ 表示, 即

$$\mathbb{N}=\{0,1,2,\cdots\}.$$

(2) **整数集**, 用 $\mathbb{Z}$ 表示, 即

$$\mathbb{Z}=\{\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots\}.$$

(3) **有理数集**, 用 $\mathbb{Q}$ 表示.

(4) **实数集**, 用 $\mathbb{R}$ 表示.

(5) **复数集**, 用 $\mathbb{C}$ 表示.

有时我们在表示数集的字母的右上角添加 "+" 或者 "−", 来表示该数集中所有正数或者负数构成的特定子集. 例如, $\mathbb{Z}^+$ 表示全体正整数构成的集合, $\mathbb{R}^-$ 表示全体负实数构成的集合等.

1.1.2 集合的运算

集合的基本运算有三种, 即并集、交集与差集.

设有集合 A 与 B, 它们的**并集**记作 $A\bigcup B$, 定义为

$$A\bigcup B=\{x\mid x\in A\text{或}x\in B\}.$$

集合 A 与 B 的**交集**记作 $A\bigcap B$(或 AB), 定义为

$$A\bigcap B=\{x\mid x\in A\text{且}x\in B\}.$$

集合 A 与 B 的**差集**记作 $A\setminus B$, 定义为

$$A\setminus B=\{x\mid x\in A\text{但}x\overline{\in}B\}.$$

从上述定义可以看出, $A\bigcup B$ 就是把 A 与 B 的所有元素放在一起所构成的集合; $A\bigcap B$ 就是把 A 与 B 的公共元素放在一起所构成的集合; $A\setminus B$ 就是在 A 中去掉属于 B 中的元素后, 余下的元素所构成的集合. 显然

$$A\setminus B\subset A\subset A\bigcup B,\quad AB\subset A.$$

集合 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i=A_1\bigcup A_2\bigcup\cdots\bigcup A_i\bigcup\cdots$ 表示集合 $A_1,A_2,\cdots,A_i,\cdots$ 的所有元素放在一起所构成的集合. 而 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i=A_1\bigcap A_2\bigcap\cdots\bigcap A_i\bigcap\cdots$ 表示集合 A_1, $A_2,\cdots,A_i,\cdots$ 的公共元素所构成的集合.

通常将研究某一问题时所考虑的对象的全体称为**全集**, 用 Ω 来表示. 将 $\Omega\setminus A$ 称为集合 A 的**补集**或**余集**, 用 $\overline{A}$ 表示.

集合的运算满足如下规律:

(1) $A\bigcup B=B\bigcup A$, $A\bigcap B=B\bigcap A$;

(2) $(A\bigcup B)\bigcup C=A\bigcup(B\bigcup C)$, $(A\bigcap B)\bigcap C=A\bigcap(B\bigcap C)$;

(3) $A\bigcap(B\bigcup C)=(A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap C)$, $A\bigcup(B\bigcap C)=(A\bigcup B)\bigcap(A\bigcup C)$;

(4) $A\bigcup A=A$, $A\bigcap A=A$, $A\bigcup\varnothing=A$, $A\bigcap\varnothing=\varnothing$;

(5) 若$A_i\subset B(i=1,2,\cdots)$,则 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i\subset B$;

(6) 若$A_i\supset B(i=1,2,\cdots)$,则 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i\supset B$;

(7) $\overline{\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i}=\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}\overline{A_i}$, $\overline{\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i}=\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}\overline{A_i}$.

以上结论都可根据集合的概念和运算加以证明, 请读者自己试一试.

1.1.3 区间与邻域

区间是微积分中常用的一类数集, 它们的记号和定义如下 (其中 $a,b\in\mathbb{R}$):

闭区间 $[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$;

开区间 $(a,b)=\{x\mid a<x<b\}$;

半开区间 $[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\}$,

$(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\}$;

无限区间 $[a,+\infty)=\{x\mid x\geqslant a\}$,

$(a,+\infty)=\{x\mid x>a\}$,

$(-\infty,b]=\{x\mid x\leqslant b\}$,

$(-\infty,b)=\{x\mid x<b\}$,

$(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$.

前四个区间也称为**有限区间**, a, b 分别称为区间的**左端点**和**右端点**, $b-a$ 称为**区间长度**. $+\infty$ 和 $-\infty$ 分别读作“正无穷大”和“负无穷大”, 它们不表示数值, 仅仅是记号. 在不一定要指明区间是开的或闭的, 以及是有限的或无限的场合, 我们就简单地称之为**区间**, 并且常用字母 I 或 X 表示.

区间可以在数轴上表示出来 (如图 1.1 所示).

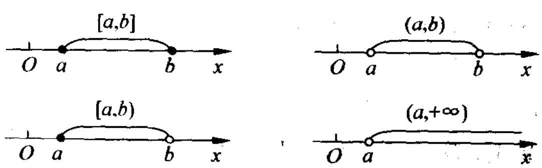

图 1.1

邻域也是微积分中经常用到的数集. 设 $a,\delta\in\mathbb{R}$, 其中 $\delta>0$, 数集

$$\{x\mid|x-a|<\delta\}$$

称为点 a 的 δ**邻域**, 记为 $U(a,\delta)$, 点 a 称为**邻域的中心**, δ 称为**邻域的半径**. 由于

$$U(a,\delta)=\{x\mid -\delta<x-a<\delta\}=\{x\mid a-\delta<x<a+\delta\},$$

所以 $U(a,\delta)$ 就是开区间 $(a-\delta,a+\delta)$, 见图 1.2.

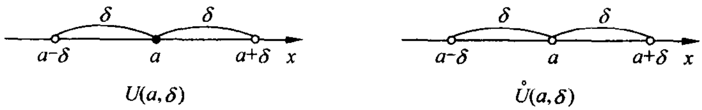

图 1.2

在 $U(a,\delta)$ 中去掉中心 a 后得到的数集

$$\{x\mid 0<|x-a|<\delta\},$$

称为点 a 的**去心 δ 邻域**, 记作 $\mathring{U}(a,\delta)$. 显然

$$\mathring{U}(a,\delta)=(a-\delta,a)\bigcup(a,a+\delta),$$

是两个开区间的并集, 见图 1.2.

为了方便, 有时把开区间 $(a-\delta,a)$ 称为点 a 的**左 δ 邻域**, 把开区间 $(a,a+\delta)$ 称为点 a 的**右 δ 邻域**.

习 题 1.1

1. 用描述法表示下列集合:

(1) 大于 6 的所有实数;

(2) 圆 $x^2+y^2=16$ 内部 (不包含圆周) 一切点的集合;

(3) 抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 交点的集合.

2. 用列举法表示下列集合:

(1) 方程 $x^2-8x+12=0$ 的根的集合;

(2) 抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 交点的集合;

(3) 集合 $\{x||x-1|\leqslant 5, x\in\mathbb{Z}\}$.

3. 设 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,3,5\}$, $C=\{2,4,6\}$, 求

(1) $A\bigcup B$; (2) $A\bigcap B$; (3) $A\bigcup B\bigcup C$; (4) $A\bigcap B\bigcap C$; (5) $A\backslash B$.

4. 若 $A=\{x|3<x<5\}$, $B=\{x|x>4\}$, 求

(1) $A\bigcup B$; (2) $A\bigcap B$; (3) $A\backslash B$.

5. 某专业共有 100 名学生, 其中 70 名数学考试成绩优秀, 用集合 A 表示这些学生; 40 名外语考试成绩优秀, 用集合 B 表示这些学生; 数学考试成绩优秀而