

初中应知应会系列丛书

初中几何 第一册学习手册 下册

(供初中二年级第二学期使用)

梅向明
主编

Chu Zhong
SHU XUE

农村读物出版社

中学课外读物
·初中应知应会系列丛书·

初中几何第一册学习手册

下 册

(供初中二年级第二学期使用)

梅向明 主编

农村读物出版社

1987年

内 容 简 介

本书为“应知应会系列丛书”中的一册。全书按人民教育出版社出版的课本及教学参考书的课时安排，按每星期授课时数分课编写。目的在于帮助学生预习和听课、教师备课或家长辅导。

每节课内容包括一、应知应会，指出本节课应该知道、学会的知识和技能；二、预习注意，着重帮助学生解决预习中的疑难；三、复习巩固，侧重帮助学生巩固所学知识和技能，提供思考题。本册共51课，每单元均有小结课。

可供初二学生、教师、自学青年及家长参阅。

· 初中应知应会系列丛书 ·

初中几何第一册学习手册

下 册

梅尚明 主编

农村读物出版社 出版

怀柔燕文印刷厂印刷

新华书店首都发行所 发行

787×1092毫米 1/32 4.5印张 99千字

1987年12月第一版 1987年12月第一次印刷

印数：1—50000

统一书号：7267·134 定价：1.10元

ISBN 7—5048—0234—4/G·84

序

中国数学学会普及委员会 主任
北京师范大学副院长兼数学系主任

梅向明

目前，中学教材改革的主要一点是，把过高的教学要求降下来。那么，自然就会产生一个问题：给中学生传授知识的“低限”是什么？这也就是这一套学习手册想解决的主要问题。当然，教学要求的确定主要是通过修改教学大纲来解决，我们只是根据修改以后的教学大纲，从教学内容上进一步具体化。

这一套学习手册是参加编写的老师们的教学经验的总结。他们都是六十年代的大学生，从事中学数学教学二三十年，因此从内容、选材和构思上，给我的印象是好的，编写态度是认真严肃的。

在我看来，这套学习手册不仅可以供初中学生使用，更重要的对象恐怕还有两部分人：一是供缺乏教学经验的初中教师备课之用；二是供一些关心子女成长的家长作为督促子女学习之用。因此，我认为这套学习手册会受到广大初中学生、教师和家长的欢迎。

1987年2月15日于北京师范大学

前 言

一、国家教委颁布《调整初中数学教学要求的意见》后在全国范围内大面积地提高初中数学的教学质量势在必行，为此，我们在中国数学学会普及委员会主任、北京师范大学副院长兼数学系主任梅向明教授的主持下，编写了这套初中数学应知应会学习手册。

二、这套学习手册是根据人民教育出版社今年春季供应的初中各年级数学课本的内容，并参照该社供应的教学参考书中的课时安排，按照各年级每学期数学授课课时数分课编写的。

三、每课内容均包括“应知应会”、“预习注意”“复习巩固”三部分。

“应知应会”是向读者指出本课的教学要求和教学内容的重点。

“预习注意”是帮助读者解决在阅读课文时可能遇到的困难，分析教材内容的结构，发掘教材内容的潜在涵意、教给读者分析问题的方法，培养读者解决问题的能力。

“复习巩固”是围绕教学内容对课本中的练习和习题进行必要的铺垫，个别地方也作了一些相应的提高。这就能使读者开扩眼界，启迪思维，从而巩固了所学的内容。

四、这套学习手册融学经验和教教学方法为一体，寓科学道理和逻辑思维于一文。它通俗易懂，语言洗炼，形式活泼，使用方便。全国各省、自治区、直辖市的城乡中学均可使用。各类知识青年、在职职工、初中教师和学生家长也可以参考阅读。

五、这套学习手册由梅向明教授主编，参加编写工作的有北京市海淀区、西城区、朝阳区、丰台区的数学教师肖淑英、王建民、姚印发、李鸿元、陈璐、戴志年、邴福林、李冰、郑学遐等。

六、愿这套学习手册能为大面积提高初中数学的教学质量作出微薄的贡献，愿它们能成为本书编者提供给广大初中学生和教师的心爱的礼物。

诚恳欢迎广大读者给我们提出宝贵的意见和建议。

编 者

1987年春于北京

目 录

序	(I)
前言	(I)
第 1 课 等腰三角形的判定 (一)	(1)
第 2 课 等腰三角形的判定 (二)	(4)
第 3 课 等腰三角形的判定 (三)	(6)
第 4 课 尺规作图与边边边定理 (一)	(9)
第 5 课 尺规作图与边边边定理 (二)	(12)
第 6 课 基本作图 (一)	(15)
第 7 课 基本作图 (二)	(18)
第 8 课 基本作图 (三)	(20)
第 9 课 基本作图 (四)	(23)
第 10 课 直角三角形的性质 (一)	(25)
第 11 课 直角三角形的性质 (二)	(28)
第 12 课 直角三角形的性质 (三)	(32)
第 13 课 直角三角形全等的判定 (一)	(34)
第 14 课 直角三角形全等的判定 (二)	(37)
第 15 课 逆命题、逆定理	(39)
第 16 课 线段的垂直平分线 (一)	(42)
第 17 课 线段的垂直平分线 (二)	(44)
第 18 课 角平分线 (一)	(46)
第 19 课 角平分线 (二)	(48)
第 20 课 轴对称和轴对称图形 (一)	(51)
第 21 课 轴对称和轴对称图形 (二)	(53)
第 22 课 轴对称和轴对称图形 (三)	(56)

第23课	第三章三角形小结 (一)	(59)
第24课	第三章三角形小结 (二)	(61)
第25课	多边形	(63)
第26课	多边形的内角和 (一)	(66)
第27课	多边形的内角和 (二)	(69)
第28课	平行四边形及其性质 (一)	(72)
第29课	平行四边形及其性质 (二)	(75)
第30课	平行四边形的判定 (一)	(78)
第31课	平行四边形的判定 (二)	(80)
第32课	矩形 (一)	(83)
第33课	矩形 (二)	(85)
第34课	菱形	(87)
第35课	正方形 (一)	(90)
第36课	正方形 (二)	(93)
第37课	中心对称、中心对称图形 (一)	(95)
第38课	中心对称、中心对称图形 (二)	(98)
第39课	梯形 (一)	(100)
第40课	梯形 (二)	(103)
第41课	平行线等分线段	(106)
第42课	三角形、梯形的中位线 (一)	(109)
第43课	三角形、梯形的中位线 (二)	(111)
第44课	第四章四边形小结	(114)
第45课	面积概念和公理	(116)
第46课	平行四边形、三角形、梯形的面积 (一)	(118)
第47课	平行四边形、三角形、梯形的面积 (二)	(120)

第48课	勾股定理（一）	(124)
第49课	勾股定理（二）	(126)
第50课	勾股定理的例题	(128)
第51课	面积、勾股定理小结	(131)

第1课 等腰三角形的判定 (一)

课本第114页到第114页第20行.

一、应知应会

我们已经学习了等腰三角形的性质, 在等腰三角形中, 两个底角是相等的. 如果你用刻度尺和量角器, 画一个三角形, 使它有两个角相等. 然后量一量, 这两个相等的角所对的边有怎样的情况? 这时你会得到在这个三角形中, 两个相等的角所对的边也相等.

那么, 这个结论有没有一般性呢? 我们能用它来判定一个三角形是等腰三角形吗? 这节课我们来学习等腰三角形和等边三角形的判定定理.

本课要学会等腰三角形和等边三角形的判定定理内容, 掌握这几个定理的证明方法, 并能运用它们来解决一些问题.

二、预习注意

1. 等腰三角形的判定定理是什么? 这个定理的题设和结论又是什么?

答: 等腰三角形的判定定理是“如果一个三角形有两个角相等, 那么这两个角所对的边也相等”. 它的题设是“一个三角形有两个角相等”, 它的结论是“这两个角所对的边也相等”.

在这里要注意题设中没有把这两个角称为底角, 你知道

为什么吗？那是因为已知条件中没有给出这个三角形是等腰三角形，所以还不能称这两个角为底角。

2. 等腰三角形的判定定理证明的思路是什么？为什么要添加辅助线？这条辅助线起到什么作用？

答：以前我们都是根据全等三角形的对应边相等，来证明两条线段相等的。

本定理中只有一个三角形，因此，我们必须添加辅助线使得线段 AB 、 AC 成为两个全等三角形的对应边（图1）。作 $\angle BAC$ 的平分线 AD 为辅助线后，就可以根据“角角边”定理，得到 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，进而推得 $AB = AC$ 。

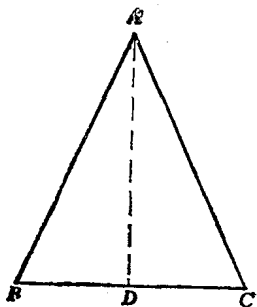


图 1

这种添加辅助线的方法，你不会感到陌生，在证明等腰三角形的两个底角相等时，就是添加的这种辅助线。等腰三角形的性质定理和判定定理的证明，都是通过作角平分线，转化为全等三角形问题来解决的。从这里也看到新旧知识之间的联系。

3. 举例说明在两个三角形中，有两个角相等，那么这两个相等的角所对的边不一定相等。

答：如图2， $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $\angle A = \angle A'$ ，但 $BC \neq B'C'$ 。

课本上提到等腰三角形的判定定理简记作“等角对等边”，但必须在同一个三角形中，才保证等角对等边。为了正确使用这个定理，最好简记作“在一个三角形中，等角对

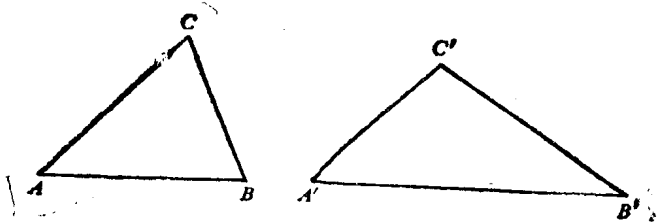


图 2

等边”。

4. 指出本课中推论 2 的题设和结论。

答：这个推论的题设是“有一个角是 60° 的等腰三角形”，它的结论是“这个三角形是等边三角形”。

由于没有指出 60° 的角是顶角还是底角，应分两种情况考虑：一个等腰三角形的顶角是 60° ，则这个三角形是等边三角形；一个等腰三角形的一个底角是 60° ，则这个三角形是等边三角形。

三、复习巩固

1. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\triangle ABC$ 是等腰三角形吗？为什么？（答案：是）。

2. 你还有其他的方法证明等腰三角形的判定定理吗？

答：见图 1，如果 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \angle C$ ，可以作 BC 边上的高 AD ，根据“角角边”定理，得到 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，再推出 $AB = AC$ 。

但作 BC 边上的中线 AD ，则不可能证出 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 全等。因为“边边角”不能判定三角形全等。

3. 等腰三角形的性质定理和判定定理的区别是什么？

第2课 等腰三角形的判定 (二)

课本第114页第21行到第116页第1行。

一、应知应会

我们学习了等腰三角形的性质定理和判定定理。本课我们将进一步分清它们的区别和联系，并要能综合运用它们解决问题。

以前，我们做过证明题和画图题，从本课开始要学习计算题，你要正确掌握计算题的书写格式。

二、预习注意

1. 把等腰三角形的性质定理改写为“如果一个三角形有两条边相等，那么这两条边所对的角也相等”。等腰三角形的判定定理是“如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等”。不难看出，等腰三角形性质定理的题设和结论分别是等腰三角形判定定理的结论和题设。在这点上，与平行线的性质定理和判定定理的关系相同。

在使用上要认真加以区别。

如图3， CD 是等腰直角三角形斜边上的高，确定图中有几个等腰直角三角形。

请你先想一想，等腰直角三角形有什么性质。

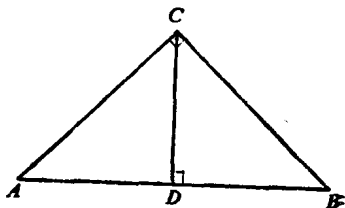


图 3

它具有两个底角相等的性质，因此 $\angle A = \angle B = 45^\circ$ 。根据 CD 是斜边上高的条件，推出 $\angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$ ，又根据三角形内角和定理，得到 $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$ 。所以 $\angle A = \angle ACD$ ， $\angle B = \angle BCD$ 。我们根据等腰三角形的判定定理，得出 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BDC$ 是等腰直角三角形。故图中共有三个等腰直角三角形。

2. 课文第 115 页例 2 是一道计算题。平面几何这门课是以培养逻辑思维能力为主要目的的一门学科，在几何的计算题中，也要强调推理证明。虽然计算题的结果是通过计算得来的，但对图形中的性质要经过证明，才能作为解题的依据，不能默认也不能“想当然”。如：课本上证明 $\angle NBC = \angle A + \angle C$ ， $BA = BC$ 之后，才求出 BC 。

课本上是采用边证明边计算的方法，也可以先证明后计算。

除应用题外，一般计算题的格式包括三步：已知、求、解。应用题要有解、答两步。

三、复习巩固

由于我们掌握的几何知识逐渐丰富起来，所以遇到的题目也越来越复杂。怎么证明较复杂的题呢？我们可以采用“两头凑”的思维方法。请看下面这个题。

已知：如图 4，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 AB 上一点， $DE \perp BC$ 于 E 。

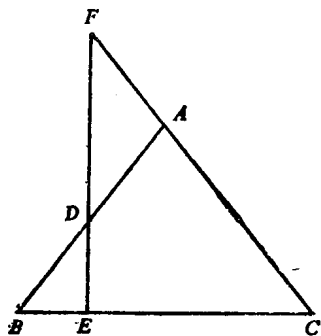


图 4

ED 的延长线交 CA 的延长线于点 F .

求证: $AD=AF$.

分析: 我们首先要根据已知条件想图形的性质. 本题的条件是 $AB=AC$, $DE \perp BC$, 那么根据等腰三角形的两底角相等, 得到 $\angle B = \angle C$, $\angle DEB = \angle FEC = Rt \angle$.

我们再从要证明的结论 $AD=AF$ 考虑一下, 要证两条线段相等, 可以通过全等三角形对应边相等来证明, 也可以利用等腰三角形的判定定理来证明. 由于 AD 、 AF 是 $\triangle ADF$ 的两条边, 自然想到此题根据等腰三角形判定定理来证明是可以办到的. 于是把问题转化为证明 $\angle F = \angle ADF$.

你想想, 怎样利用上面已推出的结果, 得到 $\angle F = \angle ADF$.

由于 $\angle B = \angle C$, $\angle DEB = \angle FEC = Rt \angle$, 根据三角形内角和定理, 可得 $\angle BDE = \angle CFE$. 根据对顶角相等, $\angle BDE = \angle ADF$. 所以 $\angle F = \angle ADF$.

象这类较复杂的题, 如果只从已知条件出发推导到结论, 或单纯由结论追溯到已知都较困难. 因此常采用所谓“两头凑”的方法, 即从已知条件入手, 看看可以推出哪些结果. 再从求证的结论考虑, 假定结论成立, 然后向回追溯, 看看需要哪些条件才能成立. 最后把这二者之间沟通起来, 就可以找到证明途径.

这样思考起来很有效. 但在证明书写时, 仍要从已知一步一步地推出结论.

请你把证明过程写出来.

第3课 等腰三角形的判定 (三)

课本第116页第2行到第13行.

一、应知应会

我们已经知道在一个三角形中，如果两个角相等，那么它们所对的边也相等。现在你想想，假如一个三角形中，两个角不相等，它们所对的边有什么关系呢？为此，你先画一个三角形看看，结论是什么？你会看到在一个三角形中，如果两个角不等，那么它们所对的边也不等，大角所对的边较大。这就是本课所要学习的定理。

本课要求掌握“大角对大边”定理的使用，以及“大角对大边”和以前学过的“大边对大角”的区别、同时还要了解“大角对大边”定理的证明方法。

二、预习注意

1. 定理“大角对大边”必须在同一个三角形中才能使用。在两个三角形中，不一定成立。

如图5， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 中， $\angle BDC > \angle BAC$ 。但这两个角对着同一条边 BC 。

2. 定理“大边对大角”和“大角对大边”的区别。

(1) 定理内容上的区别；它们的题设和结论是不同的。

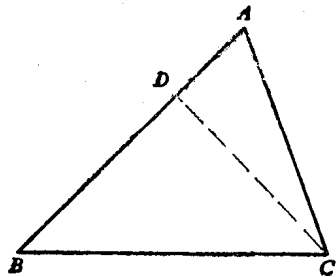


图 5

如图5，“大边对大角”的已知条件是： $\triangle ABC$ 中， $AB > AC$ 。它的结论是： $\angle ACB > \angle ABC$ 。“大角对大边”的已知条件是： $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB > \angle ABC$ 。它的结

论是： $AB > AC$ 。

(2) 定理证明过程中的区别：

在“大边对大角”的证明中，为了充分利用条件： $AB > AC$ ，采用的辅助线是：在较大的边 AB 上截取 AD ，使 $AD = AC$ ，连结 CD 。把它转化成相等的情况进行研究（见课本第112页）。

在“大角对大边”的证明中，由于要证明的是 $AB > AC$ 即尚未肯定 $AB > AC$ ，因此不能凭主观在 AB 上截取 $AD = AC$ 。对于这个定理的证明，要充分利用条件： $\angle ACB > \angle ABC$ ，故可以仿照上面的办法，在较大的 $\angle ACB$ 内作 $\angle DCB$ ，使 $\angle DCB = \angle B$ ， CD 交 AB 于点 D （见图5），得到等腰三角形 DBC 。如果从它的结论 $AB > AC$ ，向回追溯，要证线段不等，自然联想到以前学过的证明线段不相等的定理“三角形任何两边的和大于第三边”。这样就得到 $AD + DC > AC$ 。把二者沟通起来，即可证出“大角对大边”定理。

从这两个定理在证明上的区别，启发我们，在进行证明时，一定要具体问题具体分析，切不可生搬硬套。

(3) 定理在使用上的区别：

我们一起来研究下面的例题，看看这两个定理在使用上有什么区别。

已知：如图6，
 $\triangle ABC$ 中， $AC > AB$ ，
 D 是 BC 上一点。

求证： $AC > AD$ 。

分析：由条件 $AC > AB$ ，根据“大边对大角”，自然得到 $\angle B$

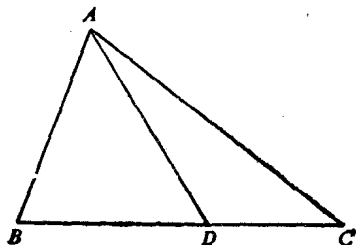


图 6