

高等学校教学用书

材料力学补充部分

CAILIAO LIXUE BUCHONG BUFEN

杜庆华等编著

人民教育出版社

高等学校教学用书



材料力学补充部分

CAILIAO LIXUE BUCHONG BUFEN

杜庆华等编著

人民教育出版社

本书系由唐山铁道学院孙训方编写，經教育部同意作为杜庆华等編著“材料力学”的补充部分，可供高等工业学校土建、机械类专业使用。

补充部分包括两章：实验应力分析和接触应力計算。在实验应力分析一章中，介紹了实验应力分析的几个主要方法：变形仪法、脆性漆层法和光弹性方法。在接触应力計算中闡述了接触表面最大压应力計算的基本原理、公式和强度校核，并附有例题和表格，可供参考。

材料力学补充部分

杜庆华等編著

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

人民教育印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店經售

统一书号K150.10·1105 开本 850×1168¹/₃₂ 印张 1¹/₈

字数 29,000 印数 0,001—1,000 定价(8)¥0.17

1962年12月第1版 1962年12月北京第1次印刷

目 录

第二十五章 实验应力分析.....	1
§ 25.1 概述.....	1
§ 25.2 变形仪法.....	2
§ 25.3 脆性漆层法.....	8
§ 25.4 光弹性方法.....	12
第二十六章 接触应力计算	27
§ 26.1 接触表面最大压应力的计算.....	27
§ 26.2 接触体的强度校核.....	35

第二十五章 实验应力分析

§ 25.1. 概 述

在工程实践中对结构物及其构件作强度计算时通常均需进行实验。这是因为一方面,材料和构件的弹性常数、塑性性质以及强度性质需要通过实验加以测定(这在以前的有关章节中已经介绍过);另一方面,由于理论分析和计算公式往往是根据一些假设和简化得到的,当用以求具体构件在工作条件下的最大应力等时是否精确就得依靠实验加以检验。此外,有些构件,外形比较复杂,要利用理论方法计算其最大应力等,往往受到数学工具的限制,或者是因计算异常复杂,无法在工程计算中应用,或者是目前还没有理论方法求解,在这种情况下,就必须用实验方法加以解决。

本章主要是介绍用实验测定理想的弹性构件在静载荷作用下最大应力等的方法。由此所得的资料仅适用于按许用应力法对构件所作的强度计算。这些方法的局限性,读者应予注意。

最常用的实验应力分析方法有两大类。一类是测定实际构件及结构物或其模型在表面上的应变,然后利用虎克定律推算出测点处的应力;这样虽然只能求得表面上的最大应力,但在绝大多数情况下,这也就是整个构件内的最大应力。后面将介绍的变形仪法和脆性漆层法均属于这一类。另一类是根据某些透明材料受力后在光学上成为各向异性的特征,用它们做成模型,利用偏振光来研究其内部的应力情况。这种方法通常称为光弹性方法(或简称光测法)。

§ 25.2. 变形仪法

1. 基本原理

在构件表面上没有外力作用处，就没有作用在表面上的正应力和剪应力，也就是材料系处于平面(或单向)应力状态，所以可利用变形仪测出构件表面上的线应变，再通过虎克定律推算主应力。下面将分别就实测中所遇到的三种情况加以讨论。

(1) 测点处于单向应力状态且主应力方向已知

弯曲构件横截面最外边缘处和平面构件周边上的各点就属于这种最简单情况。此时只需在已知的主应力方向安置一个变形仪，量测这个方向的主应变 ε_1 ，然后，利用单向应力状态下的虎克定律

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1, \quad (25.1)$$

即可算出主应力 σ_1 ①。

(2) 测点处于平面应力状态且两个主应力方向已知

受均布内压力作用或在两端受扭矩作用的薄壁圆筒是这种情况的典型例子。既知两个主应力方向，则在同一点处沿两主应力方向各安置一变形仪即可测出主应变 ε_1 和 ε_2 ，从而利用平面应力状态的虎克定律

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2), \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1), \end{aligned} \right\} \quad (25.2)$$

确定主应力 σ_1 和 σ_2 ②。

① 这里的 ε_1 和 σ_1 系单向应力状态下的主应变和主应力，不论是拉伸或压缩均用此符号。

② 这里的 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 和 σ_1, σ_2 系平面应力状态下的主应变和主应力，不论是拉伸或压缩均用此符号。

(3) 测点处于平面应力状态(包括单向应力状态), 主应力方向未知

典型例子是受横向弯曲的梁内任一点处的应力状态。由于不知道主应力方向, 所以必须测定同一点处沿三个任意方向的应变 ε_I 、 ε_{II} 和 ε_{III} , 才能确定该点处的主应变 ε_1 和 ε_2 及其方向。最简单的方法之一是量测如图 25.1 所示夹角为 45° 的 I、II、III 三个方向的应变 ε_I 、 ε_{II} 和 ε_{III} , 然后, 利用

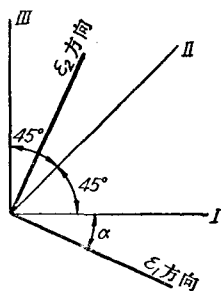


图 25.1

以下公式计算主应变方向(亦即主应力方向)和主应变 ε_1 、 ε_2 的数值:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha &= -\frac{2\varepsilon_{II} - \varepsilon_I - \varepsilon_{III}}{\varepsilon_I - \varepsilon_{III}}, \\ \varepsilon_1 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{III} - \varepsilon_{II})^2}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) - \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{III} - \varepsilon_{II})^2}. \end{aligned} \right\} (25.3)$$

上式中: α —— ε_1 和方向 I 间的夹角, 设其值在 $\pm 45^\circ$ 之间(参看图 25.1)。

既知两主应变 ε_1 、 ε_2 , 即可代入公式 (25.2) 计算两主应力 σ_1 、 σ_2 。

现在推导公式 (25.3)。为此, 首先研究在已知两主应变 ε_1 、 ε_2 时, 与主应变 ε_1 的方向成 θ 角的方向(由 ε_1 方向沿逆时针方向量的 θ 角为正)上应变 ε_θ 的表达式(参看图 25.2):

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta ds_1 \cos \theta + \Delta ds_2 \sin \theta}{ds} = \\ &= \frac{\Delta ds_1 \cos \theta}{ds_1 / \cos \theta} + \frac{\Delta ds_2 \sin \theta}{ds_2 / \sin \theta} = \end{aligned}$$

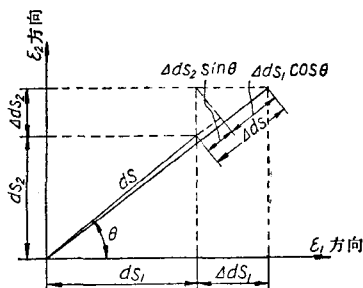


图 25.2

$$\begin{aligned}
 &= \varepsilon_1 \cos^2 \theta + \varepsilon_2 \sin^2 \theta = \\
 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\theta.
 \end{aligned} \quad (a)$$

既知 ε_θ 的表达式, 设 I、II、III 三方向与 ε_1 方向间的夹角分别为 α 、 $45^\circ + \alpha$ 及 $90^\circ + \alpha$ (均以自 ε_1 方向沿逆时针量的角度为正值参看图 25.1), 则 ε_I 、 ε_{II} 和 ε_{III} 可按 (a) 式将 θ 角分别以 α 、 $45^\circ + \alpha$ 和 $90^\circ + \alpha$ 代入而求得。

$$\varepsilon_I = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\alpha, \quad (b)$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{II} &= \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2(45^\circ + \alpha) = \\
 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\alpha,
 \end{aligned} \quad (c)$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{III} &= \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2(90^\circ + \alpha) = \\
 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\alpha.
 \end{aligned} \quad (d)$$

联解 (b)、(d) 两式可得:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) + \frac{1}{2}(\varepsilon_I - \varepsilon_{III}) \frac{1}{\cos 2\alpha}, \quad (e)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) - \frac{1}{2}(\varepsilon_I - \varepsilon_{III}) \frac{1}{\cos 2\alpha}. \quad (f)$$

因为由 (e)、(f) 两式相加可知:

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = (\varepsilon_I + \varepsilon_{III}), \quad (g)$$

将 (g) 式代入 (b)、(c) 两式并移项后可得:

$$\frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\alpha = \varepsilon_I - \frac{1}{2}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}), \quad (h)$$

$$\frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\alpha = -\varepsilon_{II} + \frac{1}{2}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}). \quad (i)$$

将 (i) 式除以 (h) 式即得主应变方向角的计算公式:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\varepsilon_{II} - (\varepsilon_I + \varepsilon_{III})}{2\varepsilon_I - (\varepsilon_I + \varepsilon_{III})} = -\frac{2\varepsilon_{II} - \varepsilon_I - \varepsilon_{III}}{\varepsilon_I - \varepsilon_{III}}. \quad (j)$$

若 2α 值取在 $\pm 90^\circ$ 范围以内, 则

$$\cos 2\alpha = +\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}},$$

将 (j) 式中的 $\operatorname{tg} 2\alpha$ 值代入上式并经过简化可得:

$$\cos 2\alpha = \frac{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})}{\sqrt{2[(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III})^2]}}. \quad (k)$$

将(k)式中的 $\cos 2\alpha$ 表达式代入(e)、(f)两式即得主应变计算公式:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III})^2}, \quad (l)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III})^2}. \quad (m)$$

以上的(j)、(l)、(m)三式即所要证明的(25.3)式。显然,若 2α 值取在 $+90^\circ$ 到 $+270^\circ$ 的范围以内,则 $\cos 2\alpha$ 应取负值,这样,(l)、(m)两式右端根号前的符号就应该变号。

明确了变形仪法的基本原理后,剩下的就是如何利用变形仪确定应变的问题了。确定构件表面的应变可以用机械式变形仪(例如双杠杆式变形仪),也可以用其他形式的变形仪。在近代确定应变的技术中广泛采用电阻应变仪,下面就着重介绍这种应变仪。

2. 电阻应变仪的原理

电阻应变仪系由电阻式转换器(通常称为电阻丝片)和量测电阻变化用的电桥(通常称为电阻应变仪)两部分组成。因为电阻丝片的相对长度变化在一定范围内与其相对电阻变化成线性关系,即

$$\frac{\Delta R}{R} = K \frac{\Delta l}{l} = K\varepsilon, \quad (25.4)$$

其中: K 为电阻丝片的灵敏系数。

因此,测出电阻丝片的相对电阻变化即可确定电阻丝片的线应变。若将电阻丝片牢固地粘着在测定对象表面上某一测点处,则此线应变也就是该点处沿电阻丝片纵向的线应变。这样,就可以量测贴在测定对象表面上的电阻丝片的相对电阻变化,以测定其上任一点沿任一方向的线应变。

电阻丝片系将直径为0.025~0.030毫米的合金电阻丝(例如

康銅絲——40%鎳和60%銅的合金)牢固地粘貼在絕緣性能良好的薄紙片或塑料片上制成(參看圖25.3a)。常用的電阻絲片其標準電阻為120歐姆,基綫長 l 為20或10毫米,靈敏系數 $K=2.1\sim 2.4$ 。

為了量測三個方向的綫應變,可以在測點處粘貼三個如圖25.3a所示的電阻絲片,也可以粘貼一個事先做好的“電阻絲片叢”(例如图25.3b所示的一種)。

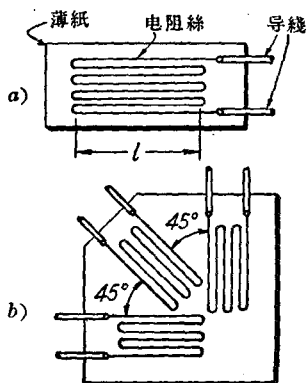


圖 25.3

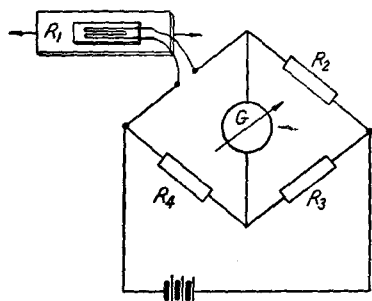


圖 25.4

電阻絲片系用粘結力強的特种胶水貼在測定對象的表面上,以使電阻絲片產生與其表面上測點處完全相同的綫應變。由此可見,將電阻絲粘貼在紙片上和將電阻絲片粘貼在測定對象上所用胶水的粘結力和粘貼的質量是影响量測結果之精確度的重要因素之一。

電阻絲片的電阻變化可以根据惠斯登電橋的原理(參看圖25.4)測定。當四個電橋臂的電阻值滿足以下关系時

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}, \quad (25.5)$$

電橋平衡,即電流計(或電位計) G 中沒有電流通過,其指針位於零点。當電阻絲片的電阻 R_1 發生變化時,電橋失去平衡,電流計

G 中因有电流通过而使指针偏斜。可以根据电流计指针偏斜时所示电流推算出电阻丝片相应的电阻变化和相应的线应变,而在电流计刻度盘上直接读出电阻丝片的线应变(这种方法称为直接读数法,在动荷应变测量中常采用),也可以调整可变电阻 R_3 或 R_4 ,使电流计指针在电阻丝片的电阻 R_1 发生变化时恒保持零点位置,根据可变电阻调整的数量,按(25.5)式所示关系算出电阻丝片的电阻变化,从而利用换算关系,在可变电阻调节器上读出电阻丝片的线应变(这种方法称为零读数法,在静荷应变测量中常采用)。

实验室内所用的电阻应变仪就是根据这种原理制成的,但为了提高仪器的灵敏性,其电桥线路则较图 25.4 所示的惠斯登电桥复杂。电阻应变仪中最重要的部分就是使通过电流计中的电流增大的放大设备,因为原来这种电流是极其微弱的,只有加以放大才能精确地测出电阻丝片的电阻变化。

电阻应变仪法如上所述,是利用电阻丝片电阻的相对变化确定构件(或其模型)线应变的。但是量测过程中温度的改变也会引起电阻丝片内电阻的变化。为了消除温度改变的影响,应该把与构件上所贴电阻丝片 R_1 所在电桥臂不平行的另一个电桥臂作为温度补偿电阻 R_2 (参看图 25.4)。这是一个贴在和构件材料相同但不受力的试件上的电阻丝片,这种温度补偿电阻丝片是与构件上的电阻丝片完全相同的。在实验过程中,温度补偿电阻丝片应该放在构件附近。这样,由于温度改变时 R_1 和 R_2 发生相同的变化而不影响电桥的平衡。

3. 电阻应变仪法的优缺点

利用电阻应变仪量测试件的表面应变比用一般机械式变形仪具有以下一些优点:电阻丝片构造简单,体积很小,可以贴在空隙不大的地方;采取适当的防潮措施后可以用于水下结构物的应变测量;用来量测载荷变化速度很高的构件的应变,不会因仪器的惯

性而影响讀数的精确性。上述这些方面均非机械式变形仪所能做到的。

变形仪法的主要缺点在于：要确定构件表面上哪一点处的应力最大，必須量測很多点的应变，而这在实际应用上往往是不现实的。为了解决这个问题，必須設法全面了解构件表面上应变的变化情况，此时就須利用下面介绍的脆性漆层法。

§ 25.3. 脆性漆层法

1. 基本原理

脆性材料在一定的伸长变形下就会沿着与变形垂直的方向开裂，脆性漆层法就利用了这一特性来确定构件表面上最大拉伸主应变的位置及方向等等。事先在构件（或其模型）表面上噴塗一

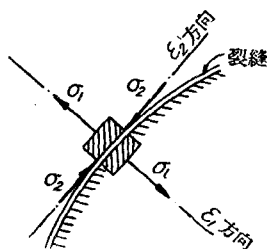


图 25.5

薄层(厚度在 0.07~0.15 毫米之間)的脆性漆层，使其密切地粘着于构件表面，当构件在載荷作用下其表面上某一点处的最大拉伸主应变 ϵ_1 达到脆性漆层的极限应变值时（即开始出现裂縫的应变 ϵ_0 ，一般約在 0.03~0.10%），脆性漆层即开裂。因此在构

件加载过程中构件表面上脆性漆层最先开裂处及其裂縫的方向，显然就是构件表面上拉伸主应变最大处以及与拉伸主应变 ϵ_1 垂直的方向(参看图 25.5)。

2. 脆性漆的制造

通常所用的脆性漆是一种鋇松脂酸盐。制造时将純淨的松香(其軟化点不低于 68°C)加热到 220°C~230°C，然后緩緩加入化学純的氫氧化鋇 $[\text{Ba}(\text{OH})_2]$ 細末，再将温度增高至 270°C，俟液体中的气泡完全消散而成为純淨的半透明溶液时(此时全部化学反应即告完成)停止加热，使其逐漸冷却。俟其冷却到 200°C 左右即可倒在薄金屬板上使其凝固成薄片状，这样就制成了鋇松脂

酸盐的脆性漆。这种脆性漆根据实验时对于其脆性之要求的不同而通常配成 6 种标号, 即 1B、3B、6B、8B、10B 和 12B, 它们分别代表在每百克松香中加入 1、3、6、8、10 和 12 克的氢氧化钡, 标号愈高的, 其性质愈脆。温度和湿度愈高时应该采用标号愈高的脆性漆以使其在一定的拉伸应变下就能开裂, 亦即具有足够的灵敏度。在各种温度和湿度下应该采用什么标号的脆性漆可以参照图 25.6 中的标号线图根据干球湿度计所示的干球和湿球的温度确定。例如, 按干湿球的温度在标号线图中确定之点位于 6B 的范围内, 就应该采用标号为 6B 的脆性漆。^①

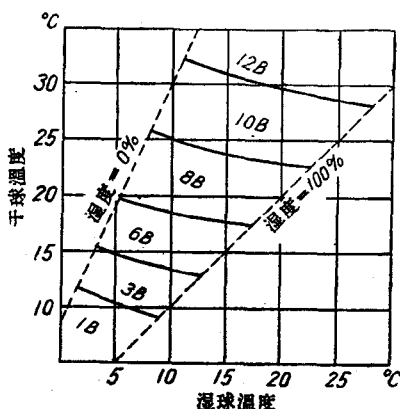


图 25.6

上面所介绍的脆性漆仅适用于温度范围在 $+8^{\circ}\text{C} \sim +30^{\circ}\text{C}$ 之间, 而且干燥过程中温度差不能超过 $\pm 5^{\circ}\text{C}$, 湿度差不能超过 $\pm 5\%$, 否则会发生龟裂。

3. 脆性漆的使用

将薄片状的钡松脂酸盐脆性漆溶解在二硫化碳液体中（其配合按重量比为 2:3）制成纯净透明没有渣滓的溶液。然后将溶液喷涂在构件表面上, 此时最好使用喷枪, 以保证漆层厚度均匀、表面光滑。如果构件不大, 也可以用排笔涂刷。为了使二硫化碳便于挥发, 应该分 8 到 10 次喷涂, 而且每喷涂一薄层要等其干燥后再在其上喷涂另一层。脆性漆喷涂完毕后, 要放在阴凉地方干燥 24 小时以上, 俟其完全干燥才能进行实验。为了保证脆性漆层能牢固地粘着在构件表面上, 喷涂前应该用丙酮先将构件表面上的油污杂物洗净。

^① 这个线图是保证 $\varepsilon_0 = 0.03 \sim 0.10\%$ 时所需的标号, 如果要求较高的灵敏度 (即 ε_0 值较低), 则应采用比线图中查出者较高的标号。

4. 用脆性漆层法做定性的实验

这是脆性漆层法中最常使用而且最简便的一种实验。将适当标号的脆性漆按上一段所述方法喷涂在构件上，干燥后将构件加载进行实验。在加载过程中注意观察构件表面的脆性漆层最先出现裂缝的地方和裂缝方向。这样就确定了构件表面上最大主拉应变的位置和方向。

用脆性漆层法进行这种定性实验后，便可用应变仪法精确地确定主应变值。此时应先卸去载荷，刮去最先出现裂缝的位置附近的脆性漆层，并先后用二硫化碳和丙酮洗净构件表面，然后分别沿裂缝方向和垂直于裂缝方向（这是两个主应变方向）贴上电阻丝片，用电阻应变仪测定构件中最大主应变位置处的线应变 ε_1 和 ε_2 ，利用(25.2)式计算出构件中的最大主应力 $\sigma_{\max}$ 值。这种用脆性漆层法做定性实验，辅之以用电阻应变仪做定量实验是较简便且精确的方法，在实验室内最常采用。

5. 用脆性漆层法定量的实验

要做定量实验，必须采用性质均匀且稳定的脆性漆。只要预先测定脆性漆层开始产生裂缝的极限应变值 ε_0 ，即可根据构件表面上脆性漆层的裂缝在加载过程中的发展情况，确定构件表面上各点处最大拉伸主应变的变化规律

与数值。

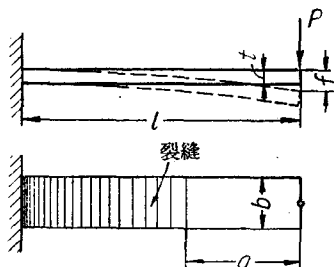


图 25.7

脆性漆层开始产生裂缝的极限应变值 ε_0 可以通过校正梁(图 25.7)上脆性漆层在梁加载时最后出现的一根裂缝处的应变值确定。校正梁的左端固定而右端自由，集中力 P 加于自由端使其产生挠度 f 。若量得在 P 力作用下最后出现的一根裂缝到 P 力作用点的

距离为 a ，则校正梁在此裂缝上各点处的应变为

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma}{E} = \frac{P \cdot a}{\frac{1}{6} b t^2 E}, \quad (25.6)$$

其中: b 、 t 分别代表校正梁的宽度和厚度, E 代表校正梁材料的弹性模量。

若 P 力大小未知, 但自由端的挠度 f 为已知, 则 P 力可通过悬臂梁自由端的挠度计算公式

$$f = \frac{Pl^3}{3EJ} = \frac{Pl^3}{3E \cdot \frac{1}{12}bt^3} \quad (25.7)$$

确定。以此代入公式(25.6)即得 ε_0 与 f 、 a 的关系式如下:

$$\varepsilon_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{tf}{l^3} \cdot a. \quad (25.8)$$

此即脆性漆层开始产生裂缝的极限应变值。常用的脆性漆层其 ε_0 值约在 $3 \times 10^{-4} \sim 10 \times 10^{-4}$ 的范围内。

为了保证校正梁上的脆性漆层的性质与试件表面上的相同, 应该采用同一批脆性漆溶液并在相同的环境下喷涂、干燥和进行实验。

下面举例说明用脆性漆层进行的定量实验。

有一透平机叶片, 在加载(横向弯曲)过程中受拉侧表面上脆性漆层裂缝端部的联线随着载荷的增加其发展如图 25.8①所示。图中的粗线就是相应于每一加载程序的脆性漆层裂缝端部的联线, 编号代表加载的程序。与每一编号相对应的载荷为 P_i 。

显然, 图 25.8 中的粗线就是等主拉应变线, 即此线上的各点其最大主拉应变 ε_1 的数值相等。要确定在工作载荷 P 的作用下各点的最大主拉应变 ε_{max} , 可以根据在弹性范围内各点的应变与载荷成线性关系的原理, 利用以下公式计算:

$$\varepsilon_{max} = \frac{P}{P_i} \cdot \varepsilon_i, \quad (25.9)$$

其中: P_i 为与该点处等主拉应变线编号相对应的载荷。

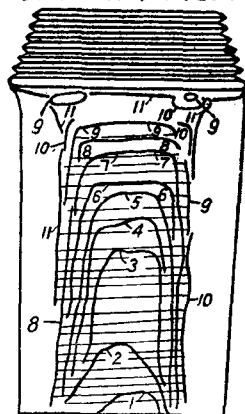


图 25.8

确定了各点的最大主拉应变 ε_{max} , 一般地说还不能按平面应力状态下的虎克定律

① 本图系参考以下资料绘出的: A. J. Durelli and others: Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain. 1958. 466 頁, 图 17.28.

$$\varepsilon_{m1x} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu \sigma_2]$$

算出各点的主应力。但在某些特殊情况下,即 σ_2 的数值比 σ_1 小很多时,可略去 $\mu \sigma_2$ 的值,而按单向应力状态的虎克定律作近似计算,即:

$$\sigma_1 \doteq E \varepsilon_{m1x} = E \varepsilon_0 \frac{P}{P_1} \quad (25.10)$$

在 σ_2 为数值较大的压应力时,略去 σ_2 不计显然会造成很大的误差,因此还必须确定主压应变 ε_2 。为此可以将构件预先加到最大载荷,然后喷涂上脆性漆,俟其完全干燥后,再分段卸载,则在分段卸载过程中,脆性漆层将沿加载时的最大主压应变方向开裂(因为在加载时为压应变处,卸载时即变为拉应变),这样,可以得到与图 25.8 类似的等主压应变线,从而按(25.9)式确定加载后各点的主压应变 ε_2 的值。

如果两个主应力均为拉应力(或压应力)且其值较接近,则加载(或卸载)时脆性漆层上将出现龟裂纹,要定量地解决这类问题是很复杂的,而且,其精确度也难以得到保证,可以参看有关书籍^①的介绍。

由于影响脆性漆层灵敏程度的因素很多,因此,实验结果的精确度不够高,能保证误差不超过 $\pm 15\%$ 已很不容易。所以,用这种方法进行定量实验,只能作为一种粗略的估计。然而,应该指出,即使是这种粗略的估计,在修改构件的设计时,也能提供令人满意的资料了。

§ 25.4. 光弹性方法

1. 光弹性方法的光学原理

某些透明材料(例如玻璃、酚醛塑料、环氧树脂等)在外力作用下产生应力的时候,其光学性质也会发生变化,即从单折射变为具有沿两主应力方向折射的暂时双折射性能,且折射率不同。光弹性法就是通过对这种材料制成之模型(与构件保持几何相似关系),在模拟的载荷作用下产生之光学效应的研究,以了解模型内各点处的应力,从而确定构件内应力分布规律的。由于这种方法

^① A. J. Durelli and others: Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain, 1958. chap. 15.

只能研究弹性范围以内的应力分布规律等,因此,习惯上称其为光弹性方法^①。

利用光弹性方法,可以比较精确地确定构件内的应力分布规律和主应力值,是一种较精确的定量分析方法,用它来对平面模型进行研究时,更为简便和精确。

这种方法的光学原理可简述如下。

单色光通过偏振片(称为起偏振片)后产生平面偏振光(图 25.9),其波动方程式为:

$$S_0(t) = a_0 \sin 2\pi \frac{vt}{\lambda}, \quad (25.11)$$

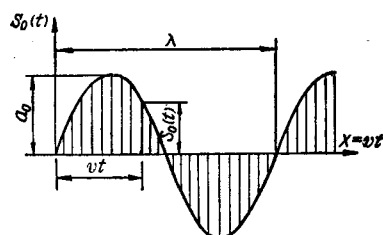


图 25.9

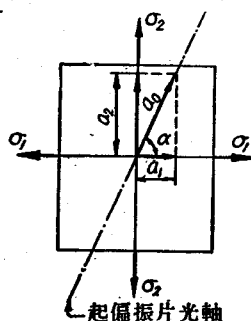


图 25.10

其中: a_0 为偏振光的振幅,

v 为光在空气中的传播速度,

λ 为所用单色光的波长。

当这种平面偏振光通过受力的透明模型上某一点时(偏振平面与模型平面垂直),由于模型材料的双折射性能,即沿模型上光线通过点之两个主应力 σ_1 和 σ_2 的方向分解为两个也是平面偏振光的分量 $S_1(t)$ 和 $S_2(t)$ 。令原偏振光之偏振平面与 σ_1 方向间的夹角为 α (参看图 25.10),则分解后的两个平面偏振光之波动方

① 近来已有人利用类似原理研究塑性范围内模型的应力分布规律,并称之为“光塑性方法”。