

中等專業學校教學用書

四年制機器製造性質專業適用

理 論 力 學

(初 稿)

饒松森 張國楨編

高等教育出版社

中等專業學校
理 論 力 學
(初 稿)

(四年制機器製造性質專業適用)

饒松森 張國楨編

高等教育出版社出版 北京琉璃廠170號

(北京市書刊出版業營業許可証出字第054號)

天津印刷一廠印 新華書店總經售

統一書號13010·311 開本850×1168 1/32 印張11¹²/₁₆ 字數289,000 印數18,001—25,000
1957年10月第1版 1958年4月天津第4次印刷 定價(8) 1.30

目 录

第一編 靜力学

緒論	1
第一章 矢量	7
§ 1. 矢量与标量(7) § 2. 矢量的加法与减法(8) § 3. 矢量乘以标量的乘法(10) § 4. 矢量的分解(11) § 5. 矢量在軸上的投影(12) § 6. 合、分矢量在同一軸上投影的关系(12)	
第二章 靜力学的基本概念和公理	13
§ 7. 靜力学的内容(13) § 8. 剛体与質点(14) § 9. 力及其圖示法(15) § 10. 靜力学中几个基本定义(16) § 11. 靜力学公理(17) § 12. 自由体、非自由体、約束及其反作用(19) § 13. 約束反作用力的决定(21) § 14. 自由体圖(24)	
第三章 平面匯交力系	25
§ 15. 二相交力的合成(几何法)(25) § 16. 二相交力的合成(解析法)(27) § 17. 將一力分解为二相交力(30) § 18. 用力多边形求平面匯交力系的合力(32) § 19. 平面匯交力系平衡的几何条件(34) § 20. 三不平行力的平衡(35) § 21. 力在坐标軸上的投影(38) § 22. 用投影法求平面匯交力系的合力(39) § 23. 平面匯交力系的平衡方程式(41)	
第四章 力对于点的力矩	45
§ 24. 力对于点的力矩(45) § 25. 槓杆及其平衡条件(47)	
第五章 平面平行力系·力偶	49
§ 26. 同向二平行力的合成(49) § 27. 一力分解为与其同向的分力(50) § 28. 反向二平行力的合成(52) § 29. 一力分解为两个方向相反的平行分力(53) § 30. 力偶(53) § 31. 力偶的特性(55) § 32. 平面力偶系的合成及其平衡条件(57)	
第六章 平面任意力系	59
§ 33. 平面任意力系(59) § 34. 力向已知点平行移动(59) § 35. 平面任意力系向已知点簡化(60) § 36. 平面任意力系的合成(61) § 37. 平面任意力系的平衡方程式·平衡方程式的特殊情况·平面平行力系平衡方程式(63) § 38. 平面力系的力矩定理(65) § 39. 平面任意	

力系平衡方程式的其他形式(66)	§ 40. 靜定与超靜定問題的概念(67)
§ 41. 計算支座反作用的例題(68)	§ 42. 桁架(74)
§ 43. 用节点截割法和截面法求桁架杆件的內力(76)	
第七章 空間力系	80
§ 44. 空間匯交力系 • 力直角平行六面体(80)	§ 45. 一力沿空間三互相垂直坐标軸的分解(81)
§ 46. 空間匯交力系的平衡方程式(82)	
§ 47. 力对于軸的力矩(84)	§ 48. 空間任意力系的平衡方程式(87)
§ 49. 空間平行力系的平衡方程式(89)	§ 50. 平行力系中心及其坐标(90)
第八章 重心	93
§ 51. 物体的重心(93)	§ 52. 体積重心(95)
§ 53. 面积重心(96)	
§ 54. 組合平面圖形重心的求法(97)	§ 55. 綫段重心(101)
第九章 平衡的穩度	102
§ 56. 物体平衡穩定的基本概念(102)	§ 57. 有固定点及轉动軸的物体平衡形式(108)
§ 58. 有支面的物体平衡的穩定性(104)	
第十章 摩擦	106
§ 59. 摩擦(106)	§ 60. 滑动摩擦(107)
§ 61. 滑动摩擦定律(108)	
§ 62. 摩擦系数 • 摩擦角(109)	§ 63. 滚动摩擦(113)
第二編 运动学	
第十一章 运动学引言及点的运动規律	116
§ 64. 运动学的内容(116)	§ 65. 軌迹和時間(117)
§ 66. 点沿已知軌迹运动的运动方程式(118)	§ 67. 直角坐标运动方程式(120)
第十二章 点的直綫运动	123
§ 68. 匀速运动及其速度(123)	§ 69. 匀速运动的距离曲綫和速度曲綫(125)
§ 70. 变速运动的速度(126)	§ 71. 直綫变速运动中的加速度(129)
§ 72. 匀变速运动(132)	§ 73. 匀变速运动的距离曲綫 • 速度曲綫和加速度曲綫(135)
第十三章 点的曲綫运动	137
§ 74. 曲綫运动的速度(137)	§ 75. 曲率及曲率半徑(139)
§ 76. 曲綫运动的加速度(141)	§ 77. 切向加速度及法向加速度(142)
§ 78. 曲綫运动的特殊情形(146)	§ 79. 速度在坐标軸上的投影(150)
§ 80. 加速度在坐标軸上的投影(152)	
第十四章 剛体的簡單运动	155
§ 81. 剛体的平移(155)	§ 82. 剛体繞定軸的轉动(158)
§ 83. 匀速定軸轉动(159)	§ 84. 变速定軸轉动(160)
§ 85. 匀变速定軸轉动(162)	§ 86. 轉动剛体内一点的綫速度及加速度(164)

第十五章 点的合成运动167

§ 87. 绝对运动·相对运动·牵连运动(167) § 88. 沿同一直线的运动的合成(169) § 89. 彼此成角度的直线运动的合成(172)

第十六章 刚体的平面平行运动176

§ 90. 刚体的平面平行运动(176) § 91. 平面运动的分解(177) § 92. 平面运动时图形内各点的速度(179) § 93. 瞬时转动中心(180) § 94. 绕两平行轴转动的合成(186)

第三編 动力学**第十七章 动力学引言**190

§ 95. 动力学的内容(190) § 96. 动力学公理(190) § 97. 质量与重量(192) § 98. 单位制(193)

第十八章 质点动力学基础196

§ 99. 质点运动微分方程式(196) § 100. 惯性力(202) § 101. 动静法(204)

第十九章 质点系动力学基础209

§ 102. 外力与内力(209) § 103. 刚体的平移(210) § 104. 刚体绕定轴的转动(213) § 105. 惯性矩(214)

第二十章 功与功率221

§ 106. 直线轨迹上变力的功(221) § 107. 曲线轨迹上变力的功(222) § 108. 功的图示(223) § 109. 合力的功(224) § 110. 重力的功(225) § 111. 弹性力的功(227) § 112. 力矩不变时力对转动刚体所作的功(228) § 113. 功率(229) § 114. 平移和转动时的瞬时功率(230) § 115. 效率(233)

第二十一章 动力学定理234

§ 116. 质点的动能及动能定理(234) § 117. 动量、冲量及质点的动量定理(238) § 118. 质点系动能定理(241) § 119. 质点系动量定理(243) § 120. 物体的碰撞(246) § 121. 正中心碰撞速度的决定(249)

第四編 机构及机器原理**第二十二章 緒論**252

§ 122. 机器与机构(252) § 123. 机构及机器原理的内容及其發展簡史(253) § 124. 运动副(256) § 125. 运动链(258)

第二十三章 四连杆机构259

§ 126. 四连杆机构的基本概念(259) § 127. 四连杆机构的基本型式(260) § 128. 机构的死点位置(262) § 129. 机构上各点的轨迹(263) § 130. 机构上各点的速度(264) § 131. 四连杆机构的演变(266)

第二十四章 曲柄滑塊機構	268
§ 132. 曲柄滑塊機構(268) § 133. 滑塊位移曲綫(268) § 134. 滑塊速度曲綫(271)	
第二十五章 摆动槽杆機構	272
§ 135. 摆动槽杆機構(272) § 136. 急回機構滑塊的平均工作速度及平均空回速度(275)	
第二十六章 凸輪機構	277
§ 137. 凸輪機構(277) § 138. 从动件的位移曲綫(279) § 139. 偏心輪機構的行程(282) § 140. 凸輪輪廓綫的画法(282)	
第二十七章 摩擦傳动	285
§ 141. 傳动(285) § 142. 摩擦輪傳动(287) § 143. 摩擦輪傳动的形式(288) § 144. 摩擦輪傳动的变速裝置(292) § 145. 摩擦輪傳动的特点(294)	
第二十八章 皮帶傳动	295
§ 146. 皮帶傳动(295) § 147. 平行軸間的皮帶傳动(297) § 148. 皮帶輪傳动的变速裝置(299) § 149. 皮帶傳动的优缺点(301)	
第二十九章 齒輪傳动	301
§ 150. 齒輪傳动(301) § 151. 圓柱直齒輪傳动(304) § 152. 圓錐形直齒輪傳动(306) § 153. 齒輪系(308) § 154. 惰輪(312) § 155. 齒輪变速機構(313) § 156. 配換齒輪(317) § 157. 周轉輪系(319) § 158. 周轉輪系的特点 • 汽車差速器(325) § 159. 間歇機構(327)	
第三十章 机器动力学	329
§ 160. 机器运动方程式(329) § 161. 永动机的不可能性(331) § 162. 机械效率(332) § 163. 机器运行不均匀性的概念及其調整(334) § 164. 机器中轉动部分慣性力的平衡(336)	
習題	339

緒 論

为了完成中国共产党第八次代表大会所提出的大約在十二年內將中国建設成为一个基本上完整的工業体系的国家，党需要大量的各种技术水平的專業人材。这些專業人材應該具备各种有关机器的計算方法、構造及其正确使用方面的必要知識。这些知識的基础主要是在工程力学这門課程中奠定的。力学是一門技术科学，是工程技术一般理論的一部分，它給机器和建筑物的設計及計算提供了一般的解答方式与方法。它包括理論力学、材料力学和机器零件。

一切自然科学都在某一特定範圍內研究物質运动的規律。

从广义来理解“物質的运动”，它不仅包括物体位置的改变，而且也包括物体內所發生的热、电磁、化学等变化，甚至也包括人們大腦的思維活动。物質便永远处于这些不同形式的运动之中。由于这些物質运动的形式之間存在着很大的本質上的差別，研究它們便应采用不同的方法，因此形成了各門科学，如物理学、化学，生理学、社会科学等等。

理論力学研究的内容是物質运动中最簡單的形式——机械运动。所謂机械运动系指物体在空間的相对位置随時間而發生改变的运动。由于平衡是物体机械运动的一种特殊状态，因此理論力学是研究物体机械运动和平衡的科学。

材料力学的任务是确定机器或建筑物中各構件的尺寸，使其既坚固又經濟。这里的“坚固”系指强度、剛度和稳定性而言。

机器零件主要是叙述机件設計的一般原理和方法。

学好了这些課程，給以后的專業技术學習便打下了坚实的基础。

理論力学一般分为靜力学、运动学和动力学三部分，按照教学大綱的規定，在中等專業学校的理論力学尚附加有机構及机器原理，因此本教材中便包括了四部分。

靜力学中主要研究作用在物体上的力的平衡条件；运动学是从純几何的观点研究物体的运动，并不考虑引起物体运动的原因（力）；动力学則研究物体在所加力的作用下的运动；機構及机器原理是研究一般机器所共有的力学原理，它是前三部分的初步应用。

机械运动是如此的广泛而富有直觀性，力学与实际迫切問題又是如此紧密联系，因此，力学是一門古老和較完善的科学。早在远古时期，当还不能够給那些現象以正确解釋之前，人們为了生存的斗争，已經迫使他們模仿了一些最簡單的力学現象，如抛石块、射箭等等。随着經驗的逐漸积累，由于生产力的逐漸發展，人类到紀元前四世紀便开始給力学現象以科学的解釋，墨子（公元前 468—382）便是其中的一个，他在其著作墨經中提出了許多力学原理，如力的意义、重量的概念、杠杆原理及圓球在平面上平衡等問題。

杰出的古代学者阿基米德（公元前 287—212）对靜力学有很多的貢獻，他被推崇为靜力学的奠基者，他的著作总結了古时在靜力学方面的知識，他給出了杠杆平衡問題的正确解答，并奠定了液体靜力学。

但是奴隶社会中，力学不可能得到順利的發展，由于廉价的劳动和很低的生产水平，没有什么机器，因而沒有具备迅速發展技术与力学的先决条件。

中世紀的特征是封建与神权統治。在那样的情形下，和其他科学一样，力学的發展几乎完全停頓。

直到文艺复兴时期（自十五世紀后半期），随着商業、手工業、航海和軍事的發展，力学才开始迅速發展起来。著名的意大利艺术家，物理学家与工程师辽納多·达·芬奇（1452—1519）是这一时期的偉大思想家与博学之士的杰出代表。他認識到实验和运用

数学的重要性。他研究了物体沿斜面的运动和滑动摩擦，根据实验，他第一个提出：滑动摩擦力与物体接触面的大小无关。他提出了力矩的概念

十七世纪动力学的發展丰富了力学的内容，这是和动力学的奠基者意大利学者伽利略(1564—1642)的名字分不开的。他首先在变速直线运动中引入速度和加速度的概念，他認清了实验作为力学与物理学論証基础的必要性，在著名的比薩斜塔上作的自由落体的实验，对落体的匀加速运动作出了最重要的发现，确定物体在真空中自由落下时的加速度与物体的重量无关。在此以前，一直是根据阿里斯多德的錯誤观点，以为落体的加速度与其重量成正比。

伽利略所开始建立的动力学基本定律工作，是由偉大的英国学者依薩克·牛頓(1643—1727)所完成

牛頓于1687年出版的“自然哲学的数学原理”一書中，完备的建立了古典力学的基本定律，將动力学作了有系統的叙述。牛頓发现了万有引力定律，給以后天体力学的輝煌發展奠定了基础。

自从牛頓和萊伯尼茲(1646—1716)建立微积分原理后，这种有效的数学方法促使力学在十八世纪沿着分析方法的創立和發展道路前进，于是十八世纪的特点是形成解析力学(仍属于古典力学范畴)。其奠基人是著名的数学家和力学家，俄罗斯院士辽·欧拉(1707—1783)，他很完备地研究了关于固体繞固定点运动的問題，在受压杆件的稳定性、齿輪的齿廓曲綫和柔体摩擦方面也作了有成效的研究。同时他在液体力学方面贡献也很大，他第一个推导了理想液体运动的基本方程式。

法国数学与力学家拉格朗日(1736—1813)將分析方法用来研究力学的工作大大提高了一步。法国达朗培尔(1717—1783)提出了解决动力学的新原理——达朗培尔原理，它提供以靜力学解决动力学問題的可能性。俄罗斯偉大学者，被普希金称为“俄罗斯大

学”的米·华·罗蒙諾索夫(1711—1765)是全世界科学發展史中最卓越的代表之一，他在各种科学及技术部門都貢獻了很多重要的發明，例如他首先用文字說明并用實驗証明了物質守恒定律和能量守恒定律，他是材料硬度学說的奠基者，他研究了一个重要的發明——直升飞机，奠定了气体力学的基础。他不仅在自然科学方面有如此成績，而且他也是一个地理学家，历史学家，詩人，卓越的艺术家和俄文文法的創立者。他的許多著作，对于全世界和俄国科学的發展具有决定性的意义。

十九世紀开始了工業与技术的蓬勃發展，这时的力学發展特点是力学用以解决实际問題的各个方面都有了很大的进展，形成了彈性力学，液体与气体力学及機構及机器原理等科学。当时的第一流科学家中有俄罗斯学者巴·里·契倍雪夫(1821—1894)，他創立了四十多种不同的機構，他的科学著作奠定了一門从理論力学分出的科学——機構与机器原理，他是機構理論方面俄罗斯学派的奠基人。被列宁称为“俄罗斯航空之父”的尼古拉·叶沃羅維奇·茹柯夫斯基(1847—1921)深邃的發展了几何法在力学上的应用。他發現求机翼上的升力的茹柯夫斯基公式是气体动力学中飞机計算的基础。直到現在，他所提出的渦流理論及在气体力学的成就仍然是指导航空工作者的主要思想。他的学生，社会主义劳动英雄恰布雷金(1869—1942)也遺留了極重要的有关高速度气体动力学的著作，这些著作确立了那些近于音速的高速飞机、火箭及炮彈的运动法則。密歇爾斯基教授(1859—1935)在变質量物体的力学方面作了很大貢獻，这对于反作用炮彈的理論作用很大。

十九世紀末，由于对天文及物理的研究，發現一些現象不能由上述古典力学来解釋了。1905年德国的爱因斯坦(1882—1955)發表了相对論，修正了牛頓的絕對空間与絕對時間等概念，將古典力学作了修改，扩大了古典力学应用的範圍而产生了相对論力学。同时由于对放射現象的研究，在發現了原子構造及其复杂情况后，

又产生了量子力学。随着航空技术的发展，力学的内容更大大地丰富起来，近年来出现了很多新的学科，像超声速空气动力学、稀薄气体力学、高温塑性力学等等，最近还出现了更新的研究学科，像化学流体力学和物理力学。

本教科书仅限于讨论古典力学中的一些定律。虽然相对论力学带来古典力学基本定律的根本变革，但必须指出，古典力学并没有因此丧失其作用。直到今天，不但在工程方面所有的计算均按照古典力学定律进行，即在天文学和物理学中的某些部分也是如此。计算结果表明：根据相对论力学定律和古典力学定律所得的结果，仅当运动速度极大时，两者间始有较大区别。而在远小于光速的普通速度下，两者结果相差很小，在实用上可以忽略不计，因此一般均按定律及公式较为简单的古典力学计算。

中华民族是勤劳、勇敢、善良的民族。中国有悠久的历史与文化，在力学方面也有很大的成绩。我们的祖先留下的很多建筑物，如江堰水利工程，石拱桥，宫殿建筑都说明他们掌握了许多力学的规律。根据近人的研究，认为在十四世纪以前，我国在力学上的成就超过西方国家。墨子便是最早给力学现象以科学解释的一人。东汉的王充已提到“功”的概念。东汉的张衡于公元117年发明的候风地动仪仍然是现今地震仪的蓝本。魏人马钧于公元235年制造指南车，其中装有齿轮传动系统，为近代齿轮系及周转轮系的基础。公元330年左右，在后晋时期便记载有与直升飞机有关的直升螺的出现。公元1150年左右出现的走马灯是十几年前才成功应用的燃气涡轮的始祖。十四世纪末便出现有喷气机的雏型。这些都促使了世界科学的发展。但是由于中国社会长期受到封建社会的约束及帝国主义的侵略，生产水平未能提高，以至在最近的二百多年内落后于西欧的发展。解放后，在中国共产党的领导下，各方面都有飞跃的发展。五年计划建设提出许多迫切要解决的问题，党和国家已经提出要在十二年内最迫切、最重要的方面赶上世界

先进水平。中国科学院也大力从事于各方面的研究工作，在著名的力学家錢学森先生負責下筹建了力学研究所，标示着我国力学上的發展。可以預期，在祖国偉大的社会主义建設中，像我們国家全部生活一样，科学（其中包括力学）將会有巨大的發展和輝煌的成就。

第一編 靜力學

第一章 矢量

§ 1. 矢量与标量

在研究任何自然現象，或是处理日常生活問題，我們到处都碰到一个基本概念——量。

自然科学中引用了許多不同的量用来剝划出各种被研究的对象的物理性質。

在力学的各部分中，要处理这样的量：不仅要說明它們的大小，而且还需指出它們在空間的方向。例如，力、速度、加速度等等。同时也將遇到另外的一类量；只有大小，并無方向（有时有正、負值，此正負也只是大小的区别）。例如，質量、面积、溫度等等。这两类量有着本質的区别。前一类量称为矢量（或向量），它需要按矢量运算方法运算。后一类量称为标量（或無向量），它按普通的代数方法运算。

为了便于以后的理論力学的学习、下面先对矢量稍加說明。

我們常用一矢（一帶箭头的直綫段）来表示一个矢量。如圖 1 所示，綫段 AB 的長度按規定的某一比例尺表示矢量的大小，綫段的方位及箭头的指向表示出矢量的方向。A 点称为矢量的起点，B 点称为矢量的終点。为了說明在某已知平面內的矢量所在直綫的方位，以后我們常以該綫与已知平面內某一已知綫（如水平綫）所成的角度来表示。例如圖 1 中的 θ 角用来表示 AB 的方位

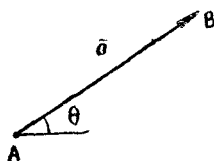


圖 1.

矢量与标量采用不同的記号。通常用一普通外文字母代表标量,例如长度等于 1 公尺;而在字母上再加一短划来表示矢量,例如 $\vec{a}$ (或以粗体字 $\mathbf{a}$), 也还可以用 $\overline{AB}$ 表示。用后种标记法时,前面的一个字母应为矢量的起点,后面的字母为该矢量的终点。如

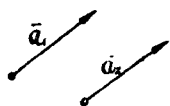


圖 2.

只表示矢量的大小时,則上述的短划应该不划出。

如圖 2,若二矢量平行,指向相同,且大小相等,即 $a_1 = a_2$ 則称此二矢量相等,即

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2.$$

§ 2. 矢量的加法与减法

設有兩個矢量 $\vec{a}_1$ 及 $\vec{a}_2$ (圖 3), 此二矢量相加的方法如下:

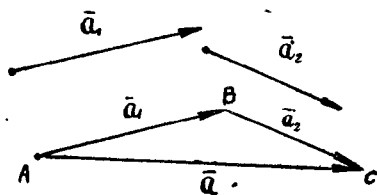


圖 3.

从任一点 A 作矢量 $\overline{AB}$ 等于矢量 $\vec{a}_1$, 再从 B 点作矢量 $\overline{BC}$ 等于矢量 $\vec{a}_2$, 得折綫 ABC 的封閉綫 AC , 由第一矢量的起点 A 至第二矢量終点 C 的联綫表示出的矢量

$\overline{AC}$ (从 A 指向 C) 用 $\vec{a}$ 表示。矢量 $\vec{a}$ 称为原有矢量 $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ 的和 (几何和或矢量和)。

这种作圖的法則称为矢量三角形法則。

$\vec{a}$ 称为 $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ 的合矢量; $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ 均称为 $\vec{a}$ 的分矢量。

矢量的加法可以采用与代数运算相似的形式表示。

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2.$$

不应该由于采用了这种表示而造成了一种誤会: 以为合矢量的大小也可以按此等式由二分矢量的大小相加得到。非常明显, 由 ABC 三角形来看, 得:

$$a \leq a_1 + a_2.$$

等式只有当 $\vec{a}_1$ 与 $\vec{a}_2$ 同方向时才成立。

由二矢量相加的这种方法可以推出任意个数目矢量相加的方法。如图 4 设有四矢量 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ 及 $\vec{a}_4$ ，则由任一点 A 作矢量 $\vec{AB}$

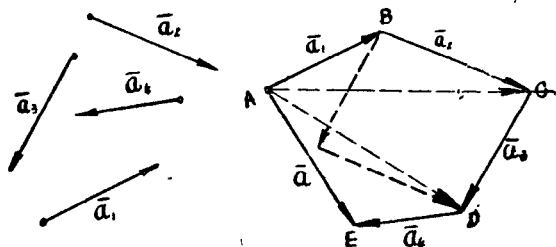


圖 4.

等于 $\vec{a}_1$ ，从得到的 B 点作矢量 $\vec{BC}$ 等于 $\vec{a}_2$ ，余类推，直到作尽所有已知矢量为止，在所设情况下作完 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ 及 $\vec{a}_4$ ，使得折线 $ABCDE$ 。这折线的封闭线所决定出的矢量 $\vec{AE}$ 用 $\vec{a}$ 表示，则 $\vec{a}$ 便为 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ 及 $\vec{a}_4$ 的合矢量。

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4.$$

这种作图求合矢量的法则，称为矢量的多边形法则。作此多边形时应遵守下列次序规则：各分矢量沿多边形的同一方向（前一矢量的终点即为后一矢量的起点）而合矢量则沿相反方向（第一个作出的分矢量的起点便为合矢量的起点，最后作出的分矢量的终点即为合矢量的终点）。由图 4 还可以看出，各分矢量的先后次序对结果没有影响。

矢量不仅可以相加，而且可以相减。两个矢量相减时所得的差称为矢量差。设已知矢量 $\vec{a}_1$ 及 $\vec{a}_2$ ，如图 5，求其矢量差 $\vec{a}$ ；即

$$\vec{a} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2,$$

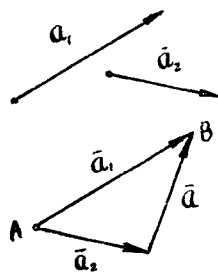


圖 5.

其中 a_1 称为被减量, $\bar{a}_2$ 称为减量, 求 $\bar{a}$ 的方法如下:

由共同的起点 A 作出二矢量 $\bar{a}_1$ 及 $\bar{a}_2$, 从减量的矢量 $\bar{a}_2$ 的终点指向被减矢量 $\bar{a}_1$ 的终点的矢量 $\overline{CB}$ 即为所求的 $\bar{a}$.

这种方法, 实际上可看为由矢量差 $\bar{a}$ 与减量 $\bar{a}_2$ 相加而得 $\bar{a}_1$ 的一种反运算。

§ 3. 矢量乘以标量的乘法

矢量 $\bar{a}$ 与一正值的标量 m 的乘积是一新的矢量, 其大小等于 a 与 m 的乘积, 其指向与 $\bar{a}$ 相同。以 $\bar{c}$ 表示乘积, 则

$$\bar{c} = m\bar{a}.$$

取若干个矢量 $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4$ (圖 6) 并将它們相加。为此作多边形 $MNPQR$, 各边分别代表相应的分矢量。各矢量的和 $\overline{MR}$ 用 $\bar{a}$ 表示。于是得:

$$\bar{a} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3 + \bar{a}_4.$$

將 P, Q 用直綫与 M 点相連, 并沿 MN, MP, MQ, MR 分别

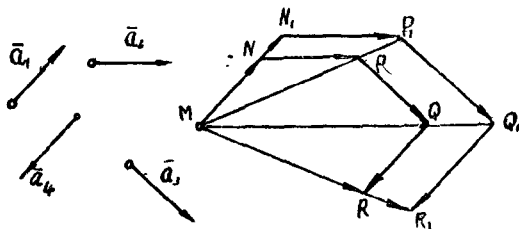


圖 6.

作綫段 $MN_1 = m \cdot MN$, $MP_1 = m \cdot MP$, $MQ_1 = m \cdot MQ$, $MR_1 = m \cdot MR$, 各式中 m 是任意的一个正数。用直綫順次連接 N_1, P_1, Q_1, R_1 , 得新多边形 $MN_1P_1Q_1R_1$, 且与多边形 $MNPQR$ 相似。新多边形的各边, 分别与多边形 $MNPQR$ 的各对应边平行, 并各等于后者乘以正数 m 。因此矢量 $\overline{MN_1}, \overline{N_1P_1}, \overline{P_1Q_1}, \overline{Q_1R_1}, \overline{MR_1}$ 分别与矢量 $m\bar{a}_1, m\bar{a}_2, m\bar{a}_3, m\bar{a}_4, m\bar{a}$ 相等。

但矢量 $\overline{MR_1}$ 应为 $\overline{MN_1}, \overline{N_1P_1}, \overline{P_1Q_1}, \overline{Q_1R_1}$ 的和, 故

$$m\vec{a} = m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + m\vec{a}_3 + m\vec{a}_4.$$

上面所得的結論可陳述如下: 合矢量与某一标量的乘积等于各分矢量与该标量的乘积的矢量和。

§ 4. 矢量的分解

有时候, 我們需要把一个矢量看成由几个矢量所合成, 或者認為一矢量分解为几个分矢量。从量合成的观点来看, 分解是合成的逆运算。

我們以由已知矢量 $\vec{a}$ 求其二分量 $\vec{a}_1$ 及 $\vec{a}_2$ 的情况來說明矢量分解的法則。

这时應該根据三角形法則求出二分矢量, 显然, 我們以 $\vec{a}$ 为基础所作出任意形狀三角形的另外兩边均可以看作 $\vec{a}$ 的分矢量 因此在矢量的分解时, 如沒有限定各分矢量的某些条件, 則分解会有無穷对解答。也就是說, 要得到确定的解答应知道二分矢量方向, 或者大小, 或其中一分矢量的大小和方向。例如圖 7, 若將已知矢量 $\vec{a}$ 分解为二矢量, 其方向分別沿直綫 mm 及 nn 方向便会有肯定的答案, 其作法如下:

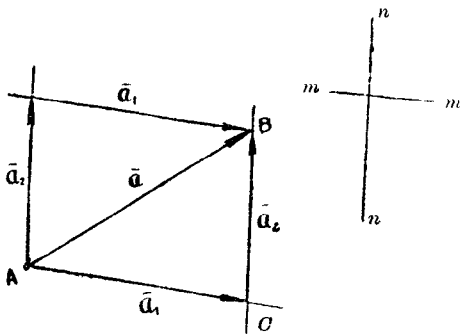


圖 7.

过 $\vec{a}$ 的兩端 A 及 B 分別作 mm 及 nn 的平行綫交于 C 点, 則 $\overline{AC}$ 及 $\overline{CB}$ 即代表分矢量 $\vec{a}_1$ 及 $\vec{a}_2$ 。

由圖 7 可以看出: 过 A 点究竟应作 mm 的平行綫还是应作 nn