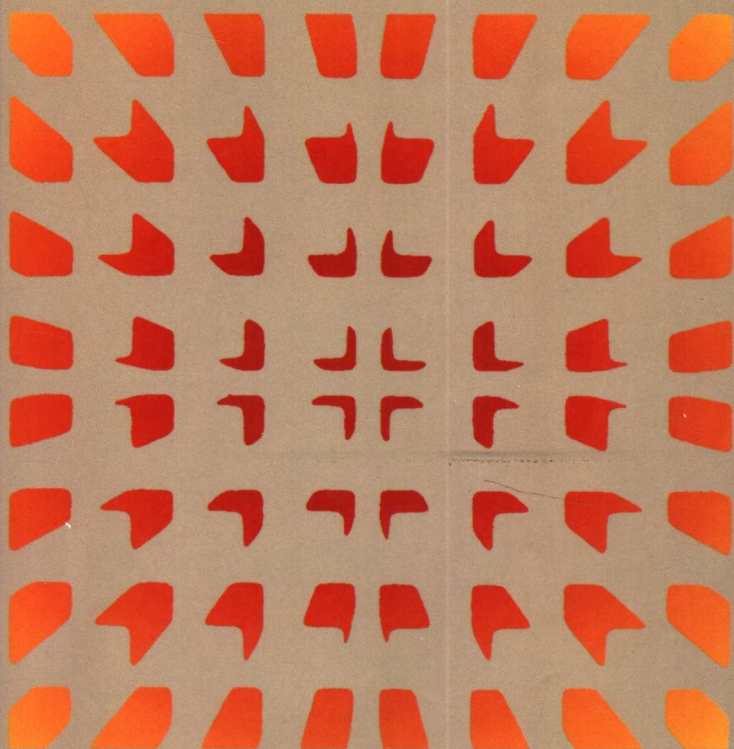


高等学校适用教材

工程光学

韩建国 侯庆文 编著



中国计量出版社
CHINA METROLOGY PUBLISHING HOUSE



高等学校适用教材

工程光学

韩建国 侯庆文 编著

中国计量出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

工程光学/韩建国, 侯庆文编著. —北京: 中国计量出版社, 2005. 8

高等学校适用教材

ISBN 7-5026-1788-4

I. 工… II. ①韩…②侯… III. 工程光学—高等学校—教材 IV. TB133

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 074439 号

内 容 提 要

本教材本着在较短的时间以较小的篇幅引导学生对光学理论与技术形成一个本质、全面、重点突出而又紧密联系实际的了解的宗旨, 从传统的、理想的光学开始, 引向实际的、现代的光学发展。简明扼要、重点突出地介绍当今光学的全貌及其与一些重要的现代学科的密切联系。内容包括: 传统光学回顾、平面系统成像特殊技术与应用、从理想光学系统到实际光学系统、现代光学系统、物理光学、统计光学、信息光学、光电图像处理系统等内容。

本书可供电工、电子、测控、计量、计算机应用、电子信息类大本高年级学生或研究生使用, 也可供从事光学工程研究的人员参考。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

电话 (010) 64275360

<http://www.zgjl.com.cn>

北京市迪鑫印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

*

787 mm×1092 mm 16 开本 印张 13 字数 312 千字

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月第 1 次印刷

*

印数 1—3 000 定价: 22.00 元

前 言

光学是一门既古老又年轻的学科。她与人类科学早期的物理学、数学相伴随而发展，随着量子、统计、固体物理、系统与信息、微电子、数字电子、计算机等一系列新理论、新观点、新技术的飞速发展而不断地发展着自身，衍生出一系列新理论、新观点、新分支。及至人们所熟悉的 IT 技术广泛应用的今天，光学仍在不断地萌发出新的生命力，在各个现代领域中，特别是高科技领域的发展中发挥着别具一格的促进作用。

正因如此，近十年来国内外教育界对本科生与研究生的光学、工程光学的基础知识与应用技术的课堂与实践教学十分重视，推出了一批具有经典性、系统性、先进性和权威性的大学教材，构成了高等教育领域中重要的一环。然而，由于从事 IT 领域学习、研究、开发工作的学生与科技工作者队伍的不断发展，如何从 IT 领域的角度去涉足光学，就成为一个亟待解决的问题。立足于 IT 领域的学生与专门学习光学、物理学的学生对于学习光学所采用的学习方法、内容、角度与程度有所不同。因为，在他们未来的工作中，除少数致力于跨学科研究的人之外，大多数人是要从电子、微电子、信息的角度来处理与光学技术的衔接和开发问题的。因此，大学的课堂与实践教学以及教材内容和结构就面临一个如何在有限的时间与篇幅中引导学生对光学理论与技术形成一个本质、全面、重点突出而又紧密联系实际的了解的问题。本教材正是以上述宗旨为目标，从传统的、理想的光学开始，引向实际的、现代的光学发展，力求简单扼要、重点突出地介绍当今光学的全貌及其与一些重要的现代学科的密切联系，从而构成一个适合于理工科电子、测控、信息范畴本科高年级学生的授课内容核心与框架。

由于知识与经验有限，并处于初次尝试阶段，在本教材中必定存在着错误与不足，为此，恳请各位专家、同行与读者及时予以指正。

本书在编撰中学习、参考了北京大学、清华大学、北京理工大学、天津大学、四川大学等多个单位所推出的相关教材的内容，并得到了多位专家与同行的指导帮助，我们在此表示衷心的感谢。

编著者

2005 年 8 月

目 录

第一章 概论	(1)
第二章 传统光学回顾	(4)
第一节 几何光学的基本概念	(4)
第二节 成像的基本概念与完善成像条件	(12)
第三节 光路计算与近轴光学系统	(13)
第四节 理想光学系统	(17)
第三章 平面系统成像特殊技术与应用	(22)
第一节 平面镜特殊技术与应用	(22)
第二节 平行平板透镜特殊技术与应用	(24)
第三节 反射棱镜与等效扩展技术	(25)
第四章 从理想光学系统到实际光学系统	(31)
第一节 实际光学系统像差的形成	(31)
第二节 轴上点像差——球差	(34)
第三节 轴外点像差	(37)
第四节 色差及波像差	(41)
第五节 实际光学系统的评价与公差	(44)
第五章 现代光学系统	(48)
第一节 激光原理	(48)
第二节 激光特点及常用激光器	(54)
第三节 激光光学系统	(59)
第四节 光电检测原理	(66)
第五节 常用光电探测器	(71)
第六节 光电光学系统	(80)
第七节 光纤原理	(85)
第八节 光纤光学系统	(92)
第九节 扫描光学系统	(100)
第十节 傅里叶变换光学系统	(108)
第六章 物理光学	(113)
第一节 从电磁场理论到光干涉原理	(113)
第二节 光衍射与傅里叶变换	(124)
第三节 傅里叶光学	(128)
第四节 从光学的发展看科学	(137)

第七章 信息光学	(139)
第一节 标量衍射理论	(139)
第二节 光学成像系统的频率特性	(142)
第三节 相干光学	(148)
第四节 全息干涉计量简介	(152)
第八章 统计光学	(157)
第一节 光的某些一阶统计特性	(157)
第二节 随机非均匀媒质成像统计分析	(167)
第三节 光电探测中的基本限制	(172)
第九章 光电图像处理系统	(177)
第一节 电荷耦合器件 (CCD)	(177)
第二节 连续图像及离散图像	(181)
第三节 连续图像处理检测技术	(183)
第四节 数字图像处理技术	(186)
第五节 数字图像压缩技术	(191)
参考文献	(201)

第一章 概 论

人类很早就对光有了十分丰富的认识,如公元前我国就有小孔成倒像的记载,而古希腊的学者最早提出了光是物质微粒的观点。近代科学对光的研究是在探讨光的本性问题上发展的,这种探讨有力地推动了光学以及整个物理学的发展。人们对光的本性的认识,从“光是物质的微粒流”,到“光是以太的振动”,从“光是电磁波”,到“光是波粒二象性的统一”,经历了三百多年的探索,人们遵循实验—假设—理论—实验的途径,逐步达到了对光的本性的认识:光和电磁的统一,光的波动性和微粒性的统一。

一、人们对光的本性的认识

十七世纪,法国物理学家笛卡儿认为光在本质上是一种压力,在一种完全弹性的、充满一切空间的介质(以太)中传播,类似机械脉冲,光是波动的;但他又从光的微粒观念推导出了反射和折射定律:把光线设想为无数球形微粒,光的速度分解可以为垂直分量和水平分量,当小球入射到两种介质的界面时,假定介质有空隙,光的微粒可以穿过这些空隙,而垂直方向的速度减小,水平方向的速度不变。由此可以得到光的折射公式: $\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = \frac{v_2}{v_1}$ 。这时人们对光本性的认识刚刚开始,所以这只是一种猜想,而且与很多实际的现象相矛盾。

在人们以后对光的研究中,先后产生了波动说与微粒说。英国物理学家、天文学家胡克明确提出光是一种振动,“在一种均匀介质中这一运动在各个方向都以相等的速度传播,所以发光体的每一个脉动或振动都必须形成一个球面,这个球面将不断地增大。”这实际上就是波前或波面的概念。

而牛顿主张微粒说,提出了光是微粒流的理论,认为这些微粒从光源飞出,在真空或均匀介质中由于惯性做匀速直线运动。牛顿认为波动说不能解释阴影这个现象,“如果光是瞬时传播或在时间中传播的压力或运动,它就应当朝影子内部弯曲。”牛顿还对光做了很多研究工作,包括“牛顿环”的发现,提出并确立了光的周期性,以及光的色散现象。

荷兰物理学家惠更斯发展了波动说。他认为光波是纵波,以非常大但又有限的速度在以太中传播,以太由不均匀的、微小的、弹性的、压缩得非常紧密的颗粒组成,因此光是一种“运动的趋势”,而不是实际上的物质的迁移。惠更斯原理确定了波的传播方向:传播中波前上的每一点,都可以看作一个新的波或子波的波源,新的波前位置就是这些小子波的包络线,这些子波是从原先波前上所有的点发出的。惠更斯成功地解释了反射和折射现象,并得出稠密介质中光的速度小于稀疏介质中光的速度的正确结论。

十九世纪初叶,一系列发现导致人们普遍接受波动理论。英国物理学家托马斯·杨和法国物理学家菲涅尔等人进行了大量的实验和理论工作,解释了光的干涉和衍射现象,初步测定了光的波长,并根据光的偏振现象确定光是横波。托马斯·杨提出了光波的频率和波长的

概念,并用干涉原理证实了“牛顿环”现象:“同一束光的两个不同部分,以不同的路径或者完全一样地、或者在方向上十分接近地进入眼睛,在光线路程差是某个长度的整数倍的地方,光增强;而在干涉区域的中间部分,光最强;对于不同颜色的光束来说,这个长度不同。”托马斯·杨提出了光的干涉现象产生的条件及获得相干光的方法,并演示了光干涉的实验。菲涅尔根据惠更斯的子波假设,发展为惠更斯-菲涅尔原理。他认为由于子波的互相干涉而使合成波具有显著的强度,由惠更斯的包络面作图出发同杨氏干涉理论结合,定量计算了圆孔、圆板等形状的障碍物产生的衍射花纹,并用实验验证了圆孔衍射的中央亮斑。

十九世纪中叶,麦克斯韦在电磁学理论的研究基础上,从理论上推导出电磁波的传播速度等于光速,这使麦克斯韦推测:光的传播也是一种电磁现象,是电磁振动在空间的传播。20年后,赫兹第一次在实验上证实了光波就是电磁波,从而肯定了麦克斯韦的预言,产生了光的电磁理论。光的电磁理论给出了电磁波的波动方程,解释了光在不同界面(电介质界面、金属表面)的反射、折射、透射等现象,及干涉、衍射、偏振等现象,并在此基础上,发展了全息、散斑、光学多普勒等技术,奠定了现代光学的基础,推动了光学以及整个物理学的发展,现代光学尽管产生了很多新的领域,但是光的电磁理论仍然是阐明大多数光学现象及掌握现代光学的重要基础。

光的电磁理论揭示了光的电磁波本质,可以很好地解释光传播时的干涉、衍射、偏振等具有波动性质的光现象;但同时也发现了很多新的不能用电磁理论解释的现象,如黑体辐射、光电效应等辐射和物质之间的相互作用。为了解释黑体辐射分布的函数曲线,1900年普朗克提出了辐射能量子的假设。1905年爱因斯坦推广了普朗克的能量子假设,引进了光子的概念,成功地解释了光电效应。至此,人们对光的本性的认识发展到了新的阶段,物理学的概念产生了从连续到量子化的飞跃。

二、现代科学技术的发展推动了光学的实际应用

1916年,爱因斯坦在讨论辐射的电磁场与物质粒子相互作用而发生能量交换的问题时,提出了自发辐射、受激辐射和受激吸收的假说,并推导出普朗克辐射定律,为以后激光的诞生奠定了理论基础。在此基础上,1960年美国人梅曼研制出世界上的第一台红宝石激光器,伊朗物理学家贾万研制出了第一台气体激光器。气体激光器利用氦氖两种气体作为激活介质,第一次得到了连续输出的激光束,为应用开辟了广阔的前景。以红宝石激光器为代表的固体激光器和以氦氖激光器为代表的气体激光器的相继问世,引起了全世界科技界研究激光的热潮,各种新型的激光器陆续出现,其中有可获得大功率脉冲的钕激光器,连续输出大功率的二氧化碳激光器,可以在室温下工作的小型半导体激光器,从化学反应获得能量的化学激光器,光谱线很宽的可以连续改变激光输出波长的染料激光器等。为光学的实际应用提供了大量优质的光源,使光学及光学的应用有了飞速的发展。

激光器按照增益介质的种类,可分为气体激光器、固体激光器、半导体激光器、液体激光器四类;按照工作方式可分为连续激光器与脉冲激光器。激光自问世以来,由于其亮度高、单色性好、方向性强等优点,在许多领域代替了传统的光源,并得到了更广泛应用,将光在实际领域的应用提高了一大步,如激光加工、激光精密测量与定位、光学信息处理的全息技术、模式识别、光通信、激光存储、激光印刷等方面,都离不开激光束的传输。

光纤是根据光的全反射原理制成的光传输器件,但是早期的玻璃纤维在长距离传输时,还是会有很大的衰减,1970年,玻璃纤维对光波的衰减从1000dB/km下降到20dB/km,同时

室温下连续工作的半导体激光器获得了突破性进展,使得光纤能够在实际通信中应用,所以1970年被称为光纤通信年,人们不仅提出了光纤通信的概念,而且光纤通信技术在这以后也获得了很快的发展。在光纤通信中,人们发现:通信质量受干扰的一个原因是光纤对外界环境因素十分敏感,如压力、温度、电场、磁场等环境条件的变化将引起光波参量(如强度、相位、频率、偏振态等)的变化,这一现象启发人们提出了光纤传感的概念,而光学又多了一个分支——光纤传感。

同时,现代科学技术的飞速发展也增加了光学与其他学科的联系。人类利用自然界存在的光线进行科学研究,最早是在天文和地理方面,自从望远镜和显微镜的出现,光学与精密机械的结合,使许多传统的光学原理广泛用于各个计量和生产领域。而激光器的出现和傅里叶光学的形成,特别是激光技术与微电子技术、计算机技术的结合,出现了光机电算一体化的近代光学应用技术,如图1-1所示的光机电算金字塔,塔顶为光学的基本原理,如全息、干涉、衍射等光学原理,是这个基本体系的原理基础;而精密机械、电子技术与计算机技术构成塔底,是近代光学应用技术的支撑基础。近代光学应用技术的特点主要有:

①从主观光学发展为客观光学,即用光电探测器代替人的眼睛,提高了精度与效率;

②用激光这种单色性、方向性、相干性、稳定性都好的光源代替传统光源,获得了性能极好的实际光线用于各种光学系统;

③从光机结合的模式向光机电算一体化的模式转换,实现测量与控制的一体化。

所以,光学已经在科学研究、现代工业生产、空间技术、国防等领域中得到广泛应用,成为一种无法取代的技术,是当代先进技术的表征之一。随着科学技术的进步,光学系统也向着微型化、集成化、经济化方向发展,促使光学技术更上一个层次,成为现代科学技术、工业生产的眼晴,是保证科学技术、工业生产日新月异发展的主要高新技术之一。

光学与其他技术的关系见图1-1。

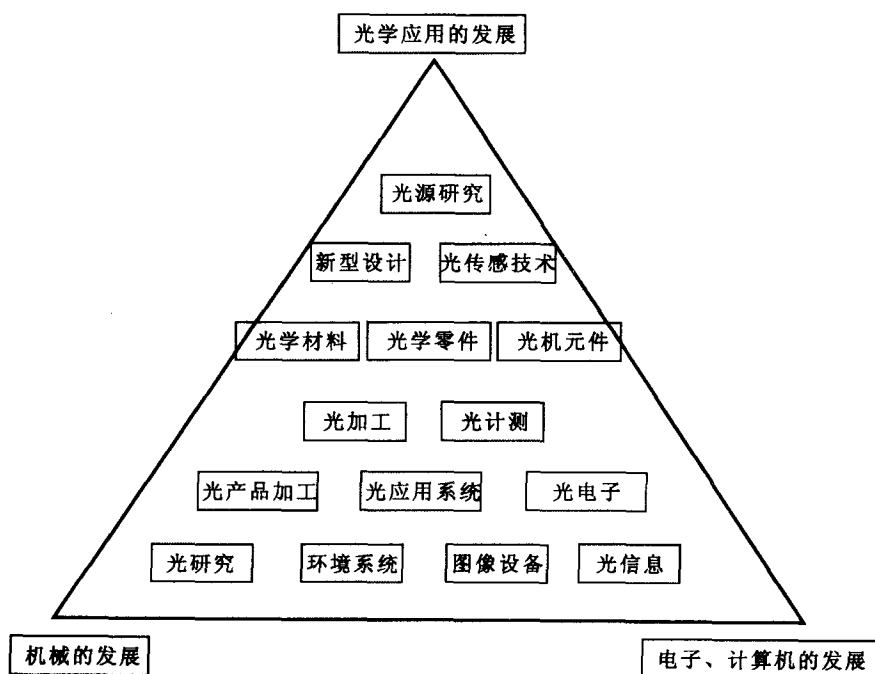


图 1-1 光学与其他技术的关系

第二章 传统光学回顾

为了更好地了解光学的发展及其在现代科技中的应用，有必要首先围绕几何光学、理想光学系统对早期的光学理论与方法作一番回顾。

在传统光学研究中，几何光学主要是以光线为基础、用几何的方法来研究光在介质中的传播规律及光学系统对它的作用。特别是成像特性。随着研究结果的日益完善和应用的广泛发展，人们还运用了泛函分析与抽象的标准化模型手段来实现光学理论与应用技术的普遍性。本章回顾几何光学、理想光学系统的基本概念、基本定律、基本分析与计算方法以及泛函描述和抽象模型描述在其中的应用。

第一节 几何光学的基本概念

一、光波与光线

实质上，通常人们所指的可见光是一种波长在 $400\sim 760\text{nm}$ 之间的电磁波，能为人眼所感知；波长大于 760nm 的临近电磁波称为红外光；波长小于 400nm 的临近电磁波称为紫外光（图 2-1）。光波在真空中的传播速度（记作 c ）是 $c=3\times 10^8\text{m/s}$ ，在介质中的传播速度小于 c ，且随波长的变化而变化。

可见光随其频率的不同而引起人眼不同的颜色感觉。具有单一频率的光称为单色光，而不同单色光混合而成的光称为复色光。太阳光是由无限多种单色光组成的。其中的可见光范围包含赤、橙、黄、绿、青、蓝、紫等七种主要颜色光的频率范围。在烈日下的太阳光中各种频率的可见光强度十分接近，于是就呈现出“白光”的现象；而当这些不同频率的光被按照频率范围分解开（例如使用三棱镜进行分光）时，它们就各自呈现出相应的颜色。

下面介绍一些常用的概念与名称〔参看图 2-2，图 2-3(1)，图 2-3(2)〕。

1. 发光体与光源

通常，能够辐射（或反射）光能量的物体称为发光体或光源。发光体可看作由许多发光点或点光源组成，每个发光体向四周辐射光能。

2. 光线

在几何光学中，通常将发光点发出的光抽象为许许多多携带能量并具有方向性的几何线条，称之为光线，其方向代表光的传播方向。

3. 波面

发光点发出的光以波的形式向四周传播时，某一时刻其振动位相相同的点所构成的面称为波阵面，简称波面。

4. 光束

波面法线构成波面对应的对应光线，与波面对应的所有光线的集合称为光束。

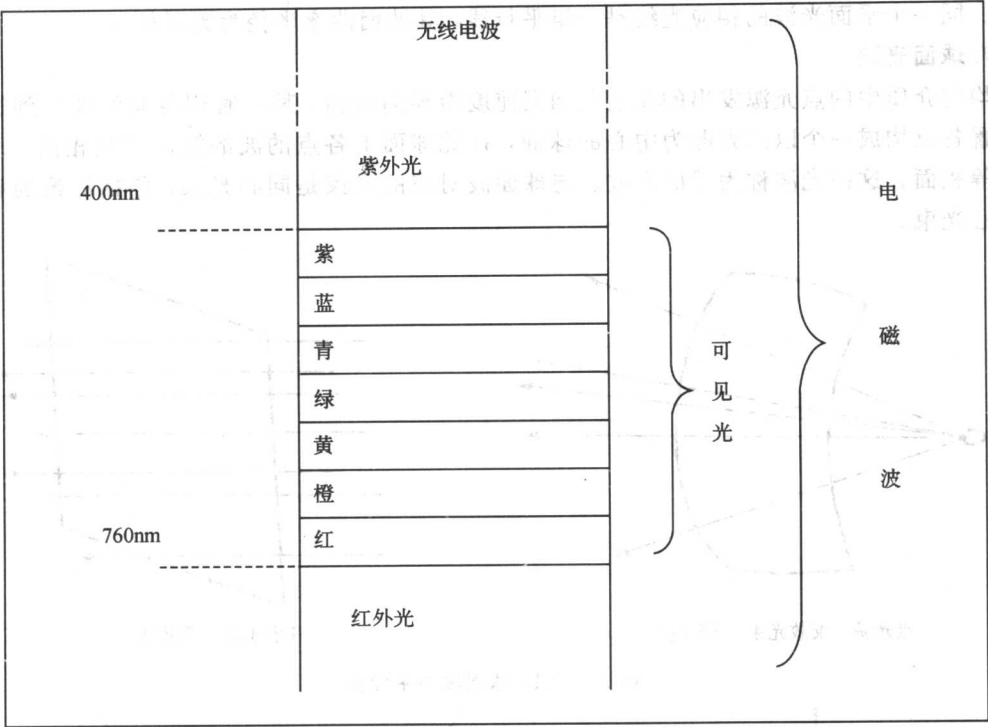


图 2-1 电磁波的不同频率区域



图 2-2 点光源与发光体

波面可分为平面波、球面波和任意曲面波。与平面波对应的光束称为平行光束，与球面波对应的光束称为同心光束，而同心光束可分为汇聚光束和发散光束。实际上，同心光束经实际光学系统的作用后，由于像差的作用而不再是同心光束，与之对应的光波则为非球面光波。

5. 光的传播方向

光的传播即为光波波阵面的传播。在各向同性介质中，波面上某点的法线代表了该点处光的传播方向，即光沿着波面法线方向传播。因此，波面法线即为光线。

6. 平面光波

若在与光的传播方向正交的平面上各点的电场和磁场具有相同的值,则此种波称为平面光波。同一个平面光波的相应光线是一组平行线,其波面曲率半径为无限长。

7. 球面光波

均匀介质中的点光源发出的光波以相同速度沿径向传播,某一时刻各向的波所到达的空间位置各点构成一个以点光源为中心的球面,在此球面上各点的波的振动相位相同,即此球面为等相面。这种光波称为球面光波。与球面波对应的光束是同心光束,包括汇聚的和发散的同心光束。

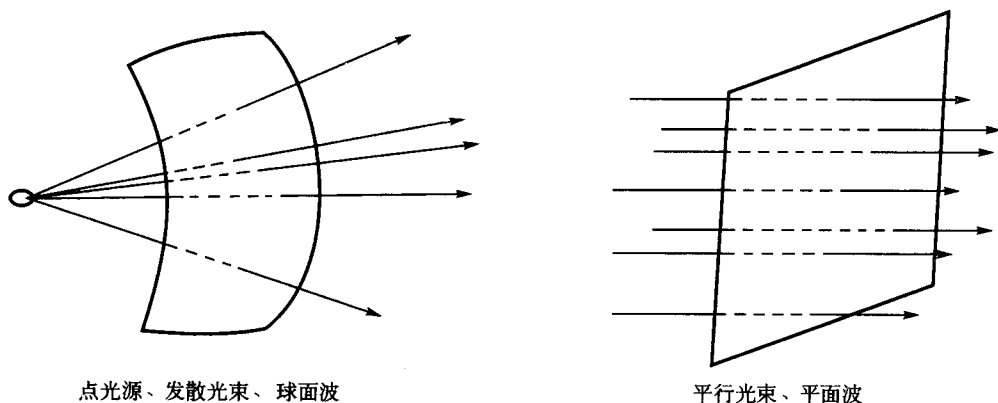


图 2-3 (1) 球面波与平面波

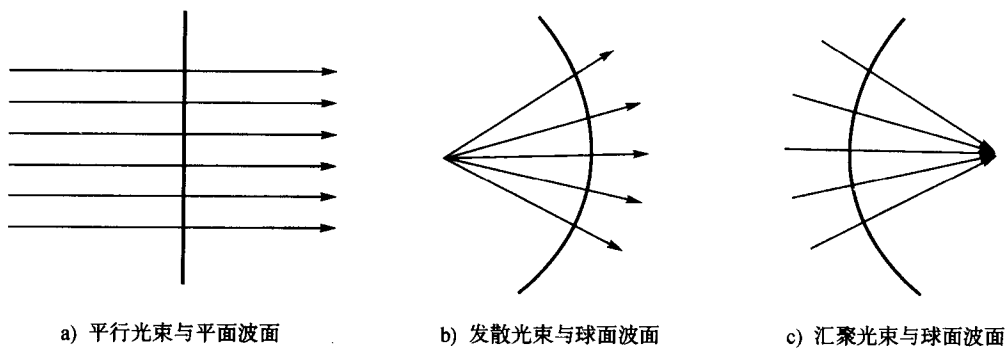


图 2-3 (2) 平面波、球面波及其相应光束

二、几何光学的基本定律及其局限性

几何光学把研究光经过介质的传播问题归结为四个基本定律,它是研究各种光的传播现象和规律以及物体经过光学系统的成像特性的基础,但随着物理学、特别是光学本身的发展,它们的局限性又逐渐表现出来。四个基本定律分别是:直线传播定律、独立传播定律、折射定律和全反射定律。

(一) 直线传播定律

1. 定律

在各向同性的均匀介质中,光沿着直线方向传播。影子的形成、日食和月食等现象都能

很好地证明这一定律。许多精密测量，如精密天文测量、大地测量、光学测量及相应光学仪器都是以这一定律为基础的。

2. 定律的局限性

没有考虑光在一定条件下的衍射作用。

当光经过小孔或狭缝时，将不再沿直线方向传播而发生“衍射”现象，光线违反直线传播规律而进入非直接光照区。此时，直线传播定律不适用。

(二) 独立传播定律

1. 定律

不同光源发出的光在空间某点相遇时，彼此互不影响，各自独立传播。

按照这一定律，在各光束的同一交会点上，光的强度是各光束强度的简单叠加，离开交会点后，各光束仍按各自原来的方向传播。

2. 定律的局限性

没有考虑光的波动性。

当两束光是由光源上同一点发出，经不同途径传播后在空间某点交会时，交会点处的光强有可能不再是各光束光强度的简单叠加，而是根据两束光所走过的光程不同，可能加强，也可能减弱。这种现象称为光的干涉现象。

(三) 光的折射定律与反射定律

光的直线传播定律与光的独立传播定律概括了光在同一均匀介质中传播的规律，而光的折射定律与反射定律则是研究光传播到两种均匀介质分界面时的现象和规律。

1. 反射与折射现象

当一束光投射到两种均匀介质的光滑分界面上时，一部分光被光滑表面“反射”回到原介质中，这种现象称为光的反射，反射回原介质的光称为反射光；另一部分光将“透过”光滑表面，进入第二种介质，这种现象称为光的折射现象，透过光滑表面的这部分光称为折射光。与反射光和折射光相对应，原投射到光滑表面发生折射和反射之前的光叫入射光。

如图 2-4 所示，入射光线 AO 入射到两种介质的分界面上，在 O 点发生折射（折射光线为 OC ）和反射（反射光线为 OB ）。其中 NN' 为界面上 O 点处的法线。入射光线、反射光线和折射光线与法线的夹角 I 、 I' 和 I'' 分别称为入射角、反射角和折射角，它们均以锐角度量，由光线转向法线，顺时针方向旋转形成的角度为正，反之为负。由入射光分解而成的反射光和折射光各自分别满足反射定律和折射定律。

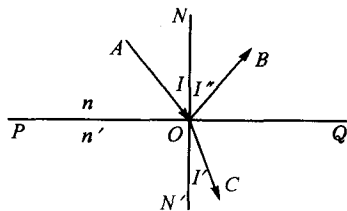


图 2-4 光的折射与反射现象

2. 反射定律

① 反射光线位于由入射光线和法线所决定的平面内；

② 反射光线和入射光线位于法线的两侧，且反射角与入射角的绝对值相等，符号相反，

即

$$I'' = -I \quad (2-1)$$

3. 折射定律

① 折射光线位于由入射光线和法线所决定的平面内；

②折射角的正弦值与入射角的正弦值之比与入射角的大小无关,仅由两种介质的性质决定。对于一定波长的光线而言,在一定温度和压力下,该比值为一常数,等于入射光所在介质的折射率 n' 与折射光所在介质的折射率 n 之比,即

$$\frac{\sin I}{\sin I'} = \frac{n'}{n} \quad (2-2)$$

折射率是表征透明介质光学性质的重要参数。我们知道,各种波长的光在真空中的传播速度相同(通常设之为 c),而在不同介质中的传播速度各不相同,且都比在真空中慢。介质的折射率正是用来描述介质中光速减慢程度的物理量,即

$$n = \frac{c}{v} \quad (2-3)$$

式中, v 为光的波长。

真空的折射率(它等于 1)称为介质的绝对折射率。而在标准条件(大气压强 $p = 101275\text{Pa} = 760\text{mmHg}$, 温度 $t = 293\text{K} = 20^\circ\text{C}$)下,空气的折射率为 1.000273,与真空的折射率非常接近,因此,为方便起见,常把任一种介质相对于空气的相对折射率作为该介质的绝对折射率,简称折射率。

在式(2-2)中,若令 $n' = -n$, 则有 $I' = I$, 可见折射定律可转化为反射定律。利用了这种转化方法,传统光学研究中的许多有关反射的研究结论,都可由已获得的有关折射的研究结果得出。

(四)全反射现象

1. 全反射现象

在一定条件下,入射到介质上的光会全部反射回原来的介质中,而没有折射光产生,这种现象称为光的全反射现象。

2. 由折射到全反射的过程

光在折射率高的介质(光密介质)中的传播速度较慢,而在折射率低的介质(光疏介质)中的传播速度较快。当光从光密介质向光疏介质传播时,遇到的条件是 $n' < n$, 于是有 $I' > I$ 。这就是说,折射光线比相应的入射光线更偏离法线方向。当入射角增大到某一程度时,会使折射角大于 90° , 于是折射光线便会沿界面掠射出去,这时的入射角称为临界角,记为 I_m 。由折射定律公式(2-2)得 $\sin I_m = (n' \sin I')/n = (n' \sin 90^\circ)/n = n'/n$ 。

若入射角继续增大,使 $I > I_m$, 即 $\sin I > n'/n$, 于是发生全反射,即光线全部反射回第一种介质。

3. 全反射发生条件

发生全反射的条件是:

- ①光线从光密介质射向光疏介质;
- ②入射角大于临界角。

在光学仪器中,人们常常根据全反射原理制成转折光路的各种全反射棱镜,用以代替平面反射镜,从而减少反射时的光能损失,并简化仪器结构。从理论上说,全反射棱镜可以将入射光全部反射,而镀有反射膜层的平面反射镜只能反射 90% 左右的人射光能。

目前广泛应用于光通信的光学纤维(简称光纤)和各种光纤传感器,其最基本的原理就是利用全反射原理传输光能。

三、费马原理

有关光的传播状态的描述的概念,除了与时间、位移有关的简单的光速和几何路程之外,还有一个与所经过的介质有关的概念——“光程”。费马原理概括了在光的传播历程中光程所遵循的规律。其中运用泛函概念对光程规律进行描述的方法对于发现光程规律与其他物理学规律之间的本质联系以及建立光学研究中的数学体系具有十分重要的意义。

(一) 光程的概念

假设光在折射率为 n 的均匀介质中走过了长度为 l 的路程,那么它在这段路程上经历的光程(设之为 s)就是

$$s = n \times l$$

假设光从 A 点出发到达 B 点,其间在折射率依次为 $n_i (i=1, 2, \dots, m,)$ 的均匀介质中传播了长度依次为 $l_i (i=1, 2, \dots, m)$ 的路程,那么它在总的路程上经历的光程(设之为 s)就是

$$s = \sum_{i=1}^m n_i \times l_i$$

当上述每一段路程都趋于无限小时,总的光程为

$$s = \int_A^B n(p) \times dl(p) \quad (2-4)$$

式中, $n(p)$ 、 $l(p)$ 为 p 点附近且以 p 为函数的介质折射率和几何路程; $p = p(x, y, z)$ 为光所经历的空间中任一点的位置标记; x, y, z 为空间直角坐标系的坐标。这里,我们建立了这样一个概念:在均匀介质中,光是沿直线方向传播的。但是,在非均匀介质中,由于折射率 n 是空间位置的函数,光将不再沿直线方向传播,其轨迹是一条空间曲线,也就是说,是一条多周折曲线在其每个子段趋于无限短时的极限(参看图 2-5)。

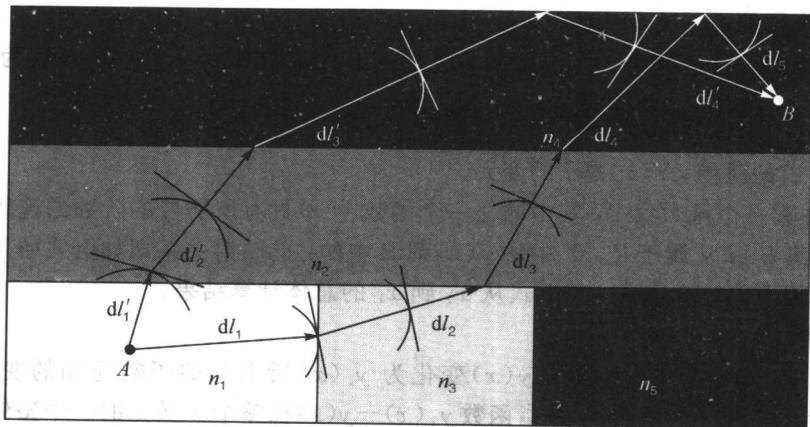


图 2-5 光在非均匀介质中的传播

$$n_1 dl'_1 + n_2 dl'_2 + n_4 dl'_3 + n_4 dl'_4 = n_1 dl_1 + n_3 dl_2 + n_2 dl_3 + n_4 dl_4 + n_4 dl_5$$

(二) 费马原理

光从空间中的点传播到另一点,其间无论经过多少次折射或反射,其光程总是等于某

个极值(极大、极小或常量)。也就是说,光是沿着光程为某个极大、极小值或常量的路径传播的,所以费马原理又叫极端光程定律。

上述光程满足如下规律

$$s = \sum_{i=1}^m n_i \times l_i = C_1 \quad (\text{离散情况})$$

或

$$s = \int_A^B n(p) \times dl(p) = C_2 \quad (\text{连续情况}) \quad (2-5)$$

其中 C_1, C_2 只取决于起点和终点,而与中间所经历的路程无关。

(三) 费马原理的泛函描述

1. 泛函与变分的概念

(1) 泛函定义

设 Y 是给定的某函数集, Y 中各函数具有问题所需要的各阶导数(连续)。若对于 Y 中的每一个函数 $y(x)$, 都有一个数 $J \in R$ (R 为实数集)与之对应, 则称变量 J 为 $y(x)$ 的泛函, 记作 $J = J[y(x)]$ 。

解释: 泛函是函数集 Y 到实数集 R 上的一个映射。其自变元是一个函数 $y(x)$, 映射则是一系列与 $y(x)$ 一一对应的实常数。 Y 中的每个 $y(x)$ 称为容许函数。

(2) 泛函定义推广

① 依赖于多个一元函数的泛函

$$J[y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)]$$

其中 $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ 为一元函数。

② 依赖于多个多元函数的泛函

$$J[y_1(x_1, x_2, \dots, x_n), y_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, y_n(x_1, x_2, \dots, x_n)]$$

其中 $y_1(x_1, x_2, \dots, x_n), y_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, y_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为多元函数。

(3) 泛函应用例

连续平面上的两个定点 $M_0(x_0, y_0), M_1(x_1, y_1)$ 之间的弧 $y=y(x)$ 的长度为 l :

$$l = L[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} [1 + y'^2(x)]^{1/2} dx \quad (2-6)$$

则 l 为 $y(x)$ 的泛函, $Y(x)$ 是 l 的变元。

解释: 存在着一个函数集 Y , 其中的任一个函数 $y(x)$ 具有所需要的阶数的连续导数, 又存在着一个实数集 R , l 从属于 R 。 Y 中的 $y(x)$ 到 R 中的 l 的映射关系即如上式所示。 l 与 $y(x)$ 或 x 的变化过程无关, 而只取决于上式从 x_0 到 x_1 的总体计算结果。

(4) 变分概念

设 $y(x), y_1(x) \in Y$, 则反映从 $y(x)$ 变化为 $y_1(x)$ 所引起的函数泛函的变化称为函数 $y(x)$ 的变分, 记作 σy 。这里的 σy 是指函数 $y_1(x) - y(x)$ 在整个 x 域上的一个整体结果, 此结果也可以用它在实数集上的一个映射来表示(参看图 2-6)

图中 Y : 函数集; R : 实数集; $y(x)$: 函数, 变元; x : 自变量; $J[y(x)]$: $y(x)$ 的泛函; $J[y(x) + \sigma y(x)]$: $y(x) + \sigma y(x)$ 的泛函; σJ : $y(x)$ 的变分

2. 费马原理的泛函描述

在非均匀介质中, 当光线从 A 点传播至 B 点时, 其光程 L 为

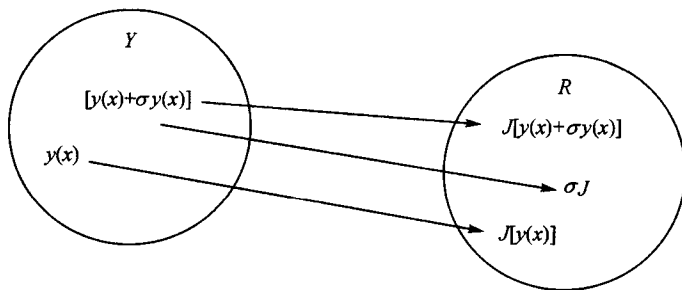


图 2-6 函数、泛函、映射、变分

$$L = \int_A^B n dl = C \quad (2-7)$$

当 A, B 固定时, 无论 n 如何变化, C 为固定常数, 简言之: 路径可变, 光程不变。

即:
$$\sigma s = \sigma L = \sigma \int_B^A n dl = 0 \quad (2-8)$$

n : 从 A 到 B 的路径中所经历的所有介质的折射率(变量); dl : 路径的微分段; s : 光程(注意它和路程的区别); $\sigma(\cdot)$: 求函数 ndl 的变分—求 ndl 的中间过程发生变化时的差值函数的泛函。

费马原理描述了光线传播的基本规律, 由它可直接导出光的直线传播定律、反射定律与折射定律。

四、马吕斯定律

在各向同性的均匀介质中, 光线就是波面的法线, 光束对应着波面的法线束。而光在其中无论经过多少次折射与反射, 其最终光束与波面、光线与光程之间总满足于一些确定的关系。由此建立起马吕斯定律。

马吕斯定律指出, 光线在各向同性的均匀介质中传播的任一时刻、任一位置上, 总保持着与相应的波面呈正交的方向, 保持着入射波面与出射波面上所有对应点之间的光程均为定值。由此可得出结论: 垂直于入射波面射入某界面的光束经任意多次折射、反射后, 无论折射、反射面形状如何, 最终出射光束必定仍然垂直于出射波面(参看图 2-5)。

五、传统光学定律的关系

折射与反射定律、费马原理与马吕斯定律之中的任何一个都可视作几何光学的基本定律之一, 而另外两个则可视作其推论。从任意的一个基本定律出发, 都可导出其余两个定律来(参看图 2-7)。

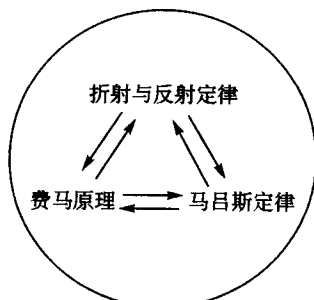


图 2-7 传统光学基本定律的关系