



俄罗斯数学
教材选译

理论力学

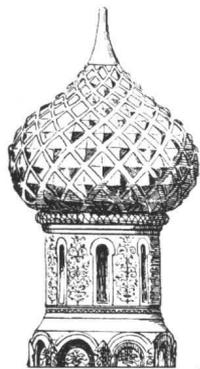
(第3版)

□ A. П. 马尔契夫 著

□ 李俊峰 译



高等教育出版社
Higher Education Press



● 数学天元基金资助项目

俄罗斯数学
教材选译

理论力学

(第3版)

A. П. 马尔契夫 著

李俊峰 译



高等教育出版社
Higher Education Press

图字: 01-2005-5573 号

Originally published in Russian under the title

Theoretical Mechanics by A. P. Markeyev

Copyright © A. P. Markeyev

All Rights Reserved

图书在版编目 (CIP) 数据

理论力学: 第3版/(俄罗斯) 马尔契夫著; 李俊峰
译. —北京: 高等教育出版社, 2006.1

ISBN 7-04-018530-X

I. 理... II. ①马...②李... III. 理论力学-高等
学校-教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 152526 号

策划编辑 张小萍

责任编辑 赵天夫

封面设计 王凌波

责任印制 陈伟光

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市西城区德外大街4号

邮政编码 100011

总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司

印 刷 北京外文印刷厂

购书热线 010-58581118

免费咨询 800-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

网上订购 <http://www.landaco.com>

<http://www.landaco.com.cn>

畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787×1092 1/16

印 张 26.5

字 数 510 000

版 次 2006年1月第1版

印 次 2006年1月第1次印刷

定 价 54.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 18530-00

序

从上世纪 50 年代初起,在当时全面学习苏联的大背景下,国内的高等学校大量采用了翻译过来的苏联数学教材.这些教材体系严密,论证严谨,有效地帮助了青年学子打好扎实的数学基础,培养了一大批优秀的数学人才.到了 60 年代,国内开始编纂出版的大学数学教材逐步代替了原先采用的苏联教材,但还在很大程度上保留着苏联教材的影响,同时,一些苏联教材仍被广大教师和学生作为主要参考书或课外读物继续发挥着作用.客观地说,从解放初一直到文化大革命前夕,苏联数学教材在培养我国高级专门人才中发挥了重要的作用,起了不可忽略的影响,是功不可没的.

改革开放以来,通过接触并引进在体系及风格上各有特色的欧美数学教材,大家眼界为之更新,并得到了很大的启发和教益.但在很长一段时间中,尽管苏联的数学教学也在进行积极的探索与改革,引进却基本中断,更没有及时地进行跟踪,能看懂俄文数学教材原著的人也越来越少,事实上已造成了很大的隔膜,不能不说是一个很大的缺憾.

事情终于出现了一个转折的契机.今年初,在由中国数学会、中国工业与应用数学学会及国家自然科学基金委员会数学天元基金联合组织的迎春茶话会上,有数学家提出,莫斯科大学为庆祝成立 250 周年计划推出一批优秀教材,建议将其中的一些数学教材组织翻译出版.这一建议在会上得到广泛支持,并得到高等教育出版社的高度重视.会后高等教育出版社和数学天元基金一起邀请熟悉俄罗斯数学教材情况的专家座谈讨论,大家一致认为:在当前着力引进俄罗斯的数学教材,有助于扩大视野,开拓思路,对提高数学教学质量、促进数学教材改革均十分必要.《俄罗斯数学教材选译》系列正是在这样的情况下,经数学天元基金资助,由高等教育出版社组织出版的.

经过认真选题并精心翻译校订,本系列中所列入的教材,以莫斯科大学的教材为主,也包括俄罗斯其他一些著名大学的教材.有大学基础课程的教材,也有适合大学高年级学生及研究生使用的教学用书.有些教材虽曾翻译出版,但经多次修订重版,面目已有较大变化,至今仍广泛采用、深受欢迎,反射出俄罗斯在出版经典教材方面所作的不懈努力,对我们也是一个有益的借鉴.这一教材系列的出版,将中俄数学教学之间中断多年的链条重新连接起来,对推动我国数学课程内容和教学内容的改革,对提高数学素养、培养更多优秀的数学人才,可望发挥积极的作用,并起着深远的影响,无疑值得庆贺,特为之序.

李大潜

2005年10月

译者序

译者序通常会归纳和列举所译书的优点, 当作翻译和出版理由. 而本书的特点一目了然, 无需赘述, 只简介一下翻译本书的个人理由, 权作译者序.

1989 年到 1993 年, 我有幸受教育部公派在莫斯科大学数学力学系理论力学教研室攻读 Ph.D. 莫斯科大学不给研究生安排任何专业课程, 只是要求通过资格考试, 为此导师给我指定了十几本参考书, 内容覆盖了当时北京大学力学系一般力学专业研究生的必修课程, 如分析力学、运动稳定性、多刚体动力学、控制理论等, 另外还有与专业相关的卫星轨道和姿态动力学. 我念过北京大学力学系本科和研究生课程, 学习这些内容并不困难, 但是要在一次考试中涉及这么广泛的内容, 是很大的挑战. 非常幸运, 我买到了本书的第一版, 它帮助我在资格考试中得了 5 分.

回国后, 我在清华大学教了十年理论力学课, 本书成了我最亲密的伙伴, 我主编的《理论力学》也借鉴了本书的一些思想. 在十年的教学实践中, 我想翻译出版本书的愿望越来越强烈, 我相信理论力学教师们和学有余力的学生们都会喜欢这本书, 也许这本书对我国理论力学教材会产生相当深远的影响.

原计划一年后完成译稿, 但我开始翻译工作后就爱不释手, 急切地想把它奉献给读者, 暑假里每天经常工作 10 个小时, 只 4 个月就完成了. 感谢高等教育出版社和数学天元基金.

译者

2005 年 10 月于清华园

原书的序

第 3 版序

该版本与上一版没有差别, 仅仅修正了所发现的打字错误.

作者

2001 年 10 月

第 2 版序

该版本与 1990 年的第一版相比有以下不同: 增加了新的第 7 章《撞击运动理论》和第 11 章的第 6 节《作用-角变量》, 在第 95 小节介绍了椭圆积分和椭圆函数, 在第 11 章的第 4 节增加了几个正则变换的例子, 而在该章的第 5 节增加了介绍哈密顿特征函数的 178 小节. 此外还改正了所发现的几个错误.

作者感谢读者对第 1 版的批评指正, 这些都已经第 2 版的编写之中做了修正.

第 1 版序

随着科学技术的发展, 狭窄的专业知识迅速老化. 为了解决不断出现的全新的现实问题, 科技人员和工程师们除了需要具备重新学习的能力以外, 还必须获得基础科学领域的良好培训. 这需要经常全面地完善高等教育. 最有前景的办法就是在培养未来科技人员和工程师的教学方案中加大一般性科学课程的力度, 完善物理、数学和力学等基础性课程的教学.

作为基础课, 理论力学不仅是提供深入理解自然所需知识的一门课程, 而且也是未来专家对自然和工程过程创造性地建立数学模型、研究并获得科学结论的有力工具.

完善理论力学课程应该注重以下两个基本问题: 第一, 课程应该是严谨、逻辑性强、完整和紧凑的, 应该用较短的时间介绍理论力学的基本概念和方法. 第二, 不必在静力学和运动学的基本问题上花很多精力, 应该集中精力介绍内容更丰富、理论与应用价值更大的动力学部分, 以及分析力学方法.

本书是作者在莫斯科航空学院应用数学系教学工作的结晶. 给未来数学家和工程师讲授的一些课程是本书的基础, 但书中有些内容超出了这些课程范围.

撰写此书的主要目的是教学需要. 作者认为本书的可能读者首先是渴望学习理论力学基本问题和方法的大学生. 作者希望本书对力学教师、研究生、应用数学和力学领域的工作人员也是有益的.

本书与现有的理论力学教材在选材和叙述方法上都有本质区别. 从目录上就可以看出, 本书的内容如静力学、运动学主要部分、变分原理、正则变换理论等的叙述方法有很大不同.

在很多教材、专著、文章的影响下, 作者形成了现在的方法和观点. 作者自己以及莫斯科的同事和朋友们的科研教学经验对本书也有重要的影响. 最主要的参考文献已经列在本书最后, 在脚注中也提到了一些专著、教材和文章.

目 录

引 言	1
第一部分 运动学	3
第一章 质点和质点系的运动学	5
§1. 基本概念·运动学的任务	5
1. 时间与空间 (5) 2. 质点与质点系 (6) 3. 运动学的任务 (6)	
§2. 点的运动学	6
4. 向量描述法 (6) 5. 直角坐标描述法 (6) 6. 自然坐标描述法 (8) 7. 圆周运动 (10) 8. 极坐标表示的速度和加速度 (10) 9. 曲线坐标 (11)	
§3. 质点系运动学一般基础	14
10. 自由质点系与非自由质点系·约束 (14) 11. 约束对质点系的位置、位移、速度和加速度的限制 (16) 12. 真实位移与虚位移·等时变分 (18) 13. 自由度 (21) 14. 广义坐标 (21) 15. 广义坐标空间 (22) 16. 广义速度与广义加速度 (23) 17. 伪坐标 (24)	
§4. 刚体运动学	26
18. 刚体运动学的任务·简单位移的定义 (26) 19. 刚体运动的向量-矩阵描述·欧拉角 (26) 20. 刚体定点运动与正交变换 (29) 21. 刚体有限位移的基本定理 (29) 22. 刚体平动的速度与加速度 (32) 23. 刚体的瞬时运动状态 (32) 24. 作一般运动刚体上点的速度与加速度 (32) 25. 刚体定轴转动 (34) 26. 刚体定点运动 (35) 27. 刚体平面运动 (36) 28. 运动学不变量 (41)	
§5. 点的复合运动	42
29. 基本定义 (42) 30. 向量相对运动坐标系的导数 (42) 31. 速度合成定理 (43)	

32. 加速度合成定理 (科里奥利定理) (44)

§6. 刚体复合运动 45

33. 问题的提法 (45) 34. 瞬时平动的合成 (45) 35. 瞬时定轴转动的合成 (46)

36. 欧拉运动学方程 (46) 37. 绕平行轴瞬时转动的合成 (47) 38. 转动偶 (48)

39. 瞬时平动与瞬时转动的合成 (49)

第二部分 动力学 51

第二章 动力学基本概念和公理 53

§1. 牛顿定律 (公理) · 动力学的任务 53

40. 惯性参考系 · 伽利略相对性原理 (53) 41. 牛顿第一定律 (惯性公理) · 力 (53)

42. 质量 · 牛顿第二定律 (动力学基本公理) (54) 43. 牛顿第三定律 (质点相互作用公理) (54) 44. 力的独力作用公理 (力的合成定律) (54) 45. 主动力和约束反力 (55) 46. 外力与内力 (56) 47. 动力学任务 · 平衡 · 静力学 (56)

§2. 力系的主向量与主矩 56

48. 力系的主向量 (56) 49. 力对点的矩与力对轴的矩 (57) 50. 力系的主矩 (57)

§3. 功 · 力函数 · 理想约束 58

51. 力系的功 (58) 52. 作用在刚体上的力的元功 (59) 53. 力场 · 力函数 · 势能 (59) 54. 广义坐标形式的力系的元功 · 广义力 (61) 55. 理想约束 (62)

第三章 微分变分原理 65

§1. 达朗贝尔-拉格朗日原理 65

56. 力学变分原理的概念 (65) 57. 动力学普遍方程 (达朗贝尔-拉格朗日原理) (65)

§2. 若尔当原理 68

58. 若尔当原理 (68)

§3. 高斯原理 68

59. 高斯原理 (最小约束原理) 的公式 (68) 60. 高斯原理的物理意义 (70) 61. 约束反力的极值性质 (71)

第四章 静力学 72

§1. 任意质点系的静力学 72

62. 静力学普遍方程 (虚位移原理) (72) 63. 广义坐标下的静力学普遍方程 (75)

64. 力系等效 (79)

§2. 刚体静力学 80

65. 刚体平衡的充分必要条件 (80) 66. 作用在刚体上的力系等效判据 (81) 67.

合力·伐里农定理 (83) 68. 刚体平衡条件的特殊情况 (83) 69. 两个平行力的合力 (88) 70. 力偶理论 (88) 71. 泊松定理 (89) 72. 静力学不变量·动力学螺旋 (90) 73. 力系简化的特殊情况 (91)

第五章 质量几何 93

- §1. 质心·惯性矩 93
74. 质心 (93) 75. 系统对轴的惯性矩·回转半径 (93) 76. 对平行轴的惯性矩 (95)
- §2. 惯性张量与惯性椭球 96
77. 相对过同一点的不同轴的惯性矩 (96) 78. 惯性椭球·惯性主轴 (97) 79. 主惯性矩的性质 (99)

第六章 动力学基本定理与定律 101

- §1. 力学系统的基本动力学量 101
80. 系统动量 (101) 81. 系统动量的主矩 (动量矩) (101) 82. 定点运动刚体的动量矩 (103) 83. 系统动能·柯尼希定理 (104) 84. 定点运动刚体的动能 (105)
- §2. 系统动力学基本定理 105
85. 关于动力学定理与定律的一般评述 (105) 86. 动量定理 (106) 87. 动量矩定理 (108) 88. 动能定理 (112) 89. 在非惯性系中的动力学基本定理 (116) 90. 相对质心运动的动力学基本定理 (119)

第七章 刚体动力学 120

- §1. 刚体定轴转动 120
91. 运动方程·确定约束反力 (120) 92. 动反力等于静反力的条件 (122) 93. 物理摆的运动方程 (122) 94. 摆运动方程的相平面 (123) 95. 椭圆积分和雅可比椭圆函数理论的某些推论 (125) 96. 摆运动方程的积分 (127)
- §2. 刚体定点运动 128
97. 刚体定点运动微分方程·欧拉动力学方程 (128) 98. 第一积分 (129) 99. 欧拉情况下刚体永久转动 (130) 100. 欧拉情况下动力学对称刚体的运动·规则进动 (130) 101. 泊松几何解释 (132) 102. 欧拉方程的积分 (133) 103. 关于空间极迹的讨论 (137) 104. 欧拉-泊松运动中刚体在空间中方向的确定 (138) 105. 重刚体定点运动方程及其第一积分 (139) 106. 陀螺基本公式 (141) 107. 陀螺基本理论 (144)
- §3. 自由刚体运动 147
108. 自由刚体运动微分方程 (147) 109. 刚体平面运动 (149)
- §4. 重刚体沿水平面的运动 152
110. 一般引言·摩擦概念 (152) 111. 陀螺在绝对光滑平面上的运动 (153) 112. 摩擦对陀螺运动的影响 (155) 113. 存在摩擦时均匀球在平面上的运动 (155) 114.

任意凸形重刚体的运动方程 (158)	
第八章 天体力学基础	161
§1. 二体问题	161
115. 运动方程 (161) 116. 面积积分·开普勒第二定律 (162) 117. 二体问题的能量积分 (163) 118. 拉普拉斯积分 (164) 119. 轨道方程·开普勒第一定律 (165) 120. 轨道性质对初始速度的依赖性·第一与第二宇宙速度 (165) 121. 开普勒第三定律 (166) 122. 开普勒运动中的时间·开普勒方程 (167) 123. 开普勒轨道要素 (168) 124. 三体问题与多体问题 (168)	
§2. 刚体在中心牛顿引力场中的运动	169
125. 引力主向量·引力矩 (169) 126. 刚体相对质心的运动方程 (172) 127. 在圆轨道上刚体的相对平衡 (173) 128. 平面运动 (173)	
第九章 变质量系统动力学	176
§1. 基本概念与定理	176
129. 变质量系统的概念 (176) 130. 变质量系统动量定理 (177) 131. 变质量系统动量矩定理 (178)	
§2. 变质量质点的运动	178
132. 运动微分方程 (178) 133. 火箭在引力场外的运动 (179) 134. 火箭在均匀重力场中的竖直运动 (180)	
§3. 变质量刚体的运动	182
135. 定点运动 (182) 136. 定轴转动 (184)	
第十章 分析动力学微分方程	185
§1. 拉格朗日方程 (第二类)	185
137. 广义坐标下的动力学普遍方程 (185) 138. 拉格朗日方程 (187) 139. 动能表达式分析 (188) 140. 拉格朗日方程相对广义速度的可解性 (190) 141. 有势力情况下的拉格朗日方程·拉格朗日函数 (190) 142. 关于完整系统机械能变化的定理 (191) 143. 陀螺力 (192) 144. 耗散力·瑞利函数 (194) 145. 广义势能 (195) 146. 描述相对非惯性参考系运动的拉格朗日方程 (196) 147. 自然系统与非自然系统 (196)	
§2. 哈密顿正则方程	197
148. 勒让德变换·哈密顿函数 (197) 149. 哈密顿方程 (198) 150. 哈密顿函数的物理意义 (199) 151. 雅可比积分 (200) 152. 惠特克方程与雅可比方程 (201)	
§3. 罗斯方程	204
153. 罗斯函数 (204) 154. 罗斯方程 (205)	

§4. 非完整系统运动方程	206
155. 带约束乘子的运动方程 (206)	
156. 沃洛涅茨方程 (208)	
157. 恰普里金方程 (210)	
158. 阿佩尔方程 (214)	
159. 加速度能的计算·科尼希定理的类比 (216)	
160. 定点运动刚体的加速度能 (217)	
第十一章 动力学方程的积分	220
§1. 雅可比乘子	220
161. 方程组的乘子·乘子的微分方程 (220)	
162. 乘子的不变性·雅可比最后乘子 (223)	
163. 乘子理论在正则方程中的应用 (228)	
§2. 含循环坐标的系统	229
164. 循环坐标 (229)	
165. 利用罗斯方程降阶 (230)	
§3. 泊松括号与第一积分	234
166. 泊松括号 (234)	
167. 雅可比-泊松定理 (235)	
§4. 正则变换	237
168. 正则变换的概念 (237)	
169. 正则变换判据 (239)	
170. 正则变换下哈密顿方程的不变性 (241)	
171. 正则变换与运动过程 (244)	
172. 保持相体积的刘维尔定理 (245)	
173. 自由正则变换及其母函数 (245)	
174. 其它类型的母函数 (248)	
§5. 运动方程积分的雅可比方法	252
175. 哈密顿-雅可比方程 (252)	
176. 含循环坐标系统的哈密顿-雅可比方程 (253)	
177. 保守系统和广义保守系统的哈密顿-雅可比方程 (254)	
178. 哈密顿特征函数 (254)	
179. 分离变量 (255)	
180. 哈密顿系统完全可积的刘维尔定理 (259)	
§6. 作用-角变量	262
181. 单自由度情况 (262)	
182. 单摆运动问题的作用-角变量 (264)	
183. n 个自由度系统的作用-角变量 (268)	
184. 二体问题中的作用-角变量 (269)	
185. 德洛内元素 (272)	
§7. 摄动理论中的正则变换	274
186. 引子 (274)	
187. 力学问题的常数变异 (275)	
188. 经典摄动理论 (277)	
189. 线性哈密顿微分方程 (279)	
190. 比尔科果夫变换·哈密顿方程在平衡位置附近的近似积分 (282)	
第十二章 撞击运动理论	287
§1. 基本概念与公理	287
191. 撞击力与撞击冲量 (287)	
192. 公理 (288)	
193. 撞击冲量的主向量与主矩 (288)	
194. 撞击运动理论的任务 (289)	
§2. 撞击运动的动力学普遍定理	289
195. 动量定理 (289)	
196. 动量矩定理 (289)	
197. 动能定理 (291)	

§3. 刚体的撞击运动	292
198. 自由刚体的撞击 (292) 199. 定点运动刚体的撞击 (294) 200. 定轴转动刚体的撞击 (296)	
§4. 刚体碰撞	299
201. 恢复系数 (299) 202. 两个光滑刚体相撞的一般问题 (301) 203. 光滑刚体碰撞的动能变化 (304) 204. 两个光滑刚体的对心正碰撞 (304)	
§5. 撞击运动理论中的微分变分原理	306
205. 动力学普遍方程 (306) 206. 若尔当原理 (309) 207. 高斯原理 (310)	
§6. 卡尔诺定理	313
208. 卡尔诺第一定理 (313) 209. 卡尔诺第二定理 (314) 210. 刚体情况下损失速度动能 (315) 211. 卡尔诺第三定理与广义卡尔诺定理 (317)	
§7. 德洛内-别尔特朗定理与汤姆孙定理	318
212. 德洛内-别尔特朗定理 (318) 213. 汤姆孙定理 (320)	
§8. 撞击运动的第二类拉格朗日方程	323
214. 广义冲量 (323) 215. 拉格朗日方程 (324) 216. 突加约束情况 (326)	
第十三章 积分变分原理	330
§1. 哈密顿-奥斯特洛格拉得斯基原理	330
217. 完整系统的正路和旁路 (330) 218. 哈密顿-奥斯特洛格拉得斯基原理 (332) 219. 有势力场中系统的哈密顿-奥斯特洛格拉得斯基原理 (334) 220. 哈密顿作用量的极值性质 (336)	
§2. 马朴鸠-拉格朗日原理	340
221. 等能量变分 (340) 222. 莫培督-拉格朗日原理 (341) 223. 雅可比原理和坐标空间中的等高线 (343)	
第十四章 保守系统在平衡位置附近的微振动	345
§1. 关于平衡位置稳定性的拉格朗日定理	345
224. 平衡稳定性 (345) 225. 拉格朗日定理 (346) 226. 关于保守系统平衡位置不稳定性的李雅普诺夫定理 (348) 227. 含循环坐标系系统定常运动及其稳定性 (349)	
§2. 微振动	352
228. 运动方程的线性化 (352) 229. 主坐标与主振动 (354) 230. 保守系统在外周期激励下的振动 (357)	
第十五章 运动稳定性	363
§1. 基本概念与定义	363
231. 受扰运动方程·稳定性定义 (363) 232. 李雅普诺夫函数 (364)	

§2. 李雅普诺夫直接法的基本定理	365
233. 李雅普诺夫稳定性定理 (365) 234. 李雅普诺夫渐近稳定性定理 (369) 235. 不稳定性定理 (370)	
§3. 按一阶近似判断稳定性	373
236. 问题的提法 (373) 237. 按一阶近似判断稳定性的定理 (374) 238. 罗斯-霍尔维茨判据 (376)	
§4. 耗散力和陀螺力对保守系统平衡稳定性的影响	378
239. 完全耗散力和陀螺力对完整系统平衡位置稳定性的影响 (378) 240. 耗散力和陀螺力对不稳定平衡的影响 (379)	
§5. 哈密顿系统的稳定性	383
241. 一般注释 (383) 242. 常系数线性哈密顿系统的稳定性 (384) 243. 周期系数线性系统 (385) 244. 周期系数线性哈密顿系统的稳定性 (386) 245. 周期系数线性系统哈密顿规范型的计算 (387) 246. 参数共振问题·含小参数的线性哈密顿系统 (388) 247. 求参数共振区 (390) 248. 马丢方程 (394)	
参考文献	397
索 引	399

引 言

力学是关于质点运动和相互作用的科学。这里的运动理解为机械运动，即物体或其一部分的位置在空间中随着时间变化。像物理科学一样，力学以观察和实验为基础，可以划分为观察（实验）力学和理论力学。

观察（实验）力学包含在实验物理学、天文学和工程技术的各个领域，它建立物体的性质、物体的运动、产生和改变运动的原因之间的联系。这些原因称为力，而上述联系表述为运动定律。这些定律不是某个原始的真理的数学推论，而是大量实验结果的归纳陈述。这些陈述在一定的精度内确定了物体运动的特性。

理论或者理性力学以实验力学中建立的几个定律为无需证明的公理，在理论力学中这些公理可以代替从实验力学中归纳出的真理。理论力学具有演绎的特性，以实践和实验得到的已知公理为依据，理论力学借助严格的数学推演得到自己的理论。

按照牛顿的说法，理论力学“是关于任何力产生的运动和产生任何运动的力的理论，是精确的论述和证明”。^①

理论力学作为使用数学方法的自然知识的一部分，不仅研究实际物体，而且研究其模型。理论力学中研究的模型是质点、质点系、刚体和连续介质，但本书不研究连续介质力学。

为了方便学习，理论力学可以分为运动学和动力学，还可以从动力学中分出静力学部分。运动学只是从几何的观点研究运动，而不研究运动的原因。动力学研究运动产生和改变的原因。作为动力学的一部分，静力学研究物体保持静止的条件，以及力系等效简化方法。运动学、动力学及其一部分——静力学所研究的问题在本书相应章节做了详细阐述。

^①引自牛顿著名著作《自然哲学的数学方法》第1版序（参见：A. H. 克雷罗夫文集，第7卷，莫斯科，列宁格勒：苏联科学院出版社，1936，第2页）。

