

中小学数学教学法

[苏] B·A·奥加涅相 等编



湖南教育出版社

中小学数学教学法

〔苏〕B. A. 奥加涅相等 编
刘远图 管承仲 译
秦 璋 王慧芬

湖南教育出版社

内 容 提 要

本书以数学中的科学方法和现代教育学与心理学的理论为基础，系统而详尽地阐述了中小学数学一般教学法的各种理论和实际问题。

全书共分十章，各章目录如下：数学教学法的对象，数学中的科学方法和数学教学，学习数学过程中思维的形式，学生数学思维的发展与数学习题的配备，数学教学的原则、方法和形式，数学教学的组织，学生的数学课外活动及其实施方法，作为低年级教学科目的数学，数学教学一般教学法的若干问题，数学教师的专业实践培训。

本书可供中小学数学教师、中小学数学教学研究人员以及师范院校数学系师生阅读和参考。

中小学数学教学法

[苏]B. A. 奥加涅相编

刘远图 管承仲 译

秦 璋 王慧芬

*

测绘出版社出版

一二〇一工厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32·印张 13¹/₄·字数 330 千字

1983年8月第一版·1983年8月第一次印刷

印数 1—1.0万册·定价 1.35元

统一书号：7039·新 281

社科书目：77—175

译者说明

本书以数学中的科学方法和现代教育学与心理学的理论为基础，系统而详尽地阐述了中小学数学一般教学法的各种理论和实际问题。

全书共分十章，各章目录如下：数学教学法的对象；数学中的科学方法和数学教学；学习数学过程中思维的形式；学生数学思维的发展与数学习题的配备；数学教学的原则、方法和形式；数学教学的组织；学生的数学课外活动及其实施方法；作为低年级教学科目的数学；数学教学一般教学法的若干问题；数学教师的专业实践培训。

原书是苏联师范学院数学系数学教学法课的教材，比较符合初学数学教学法的大学生以及中小学数学教师的需要。本书理论叙述严谨，内容广泛，注意由浅入深，举例生动形象，符合中小学数学教学的实际情况。

从本书中可以了解近二十年来苏联中小学数学教学改革的实际情况以及在数学教学法方面的研究的进展。同六十年代以前相比，随着教育理论的发展和六十年代开始的中小学数学教育改革的实践，数学教学法在许多理论和具体教学方法方面发生了重大的变化。熟悉苏联五十年代中小学数学教学法的同志，从本书中可以了解这些变化情况，并从中获得有益的启示。

本书对于教和学两个过程的分析，比较强调教师引导学生搞好“学”这一个侧面，让学生能独立地进行创造性的劳动，学会自己去发掘和应用知识。而这些都是现代教学论原则在数学教学法方面的具体体现，也是传统教学法的严重缺陷之所在。

在五十年代，苏联教育界不十分重视学生在智力、兴趣等方面的差异，片面强调统一的教学内容和教学要求以及统一的教学方法，等等。这样无疑会给学生的全面发展带来不利的影响。从六十年代以后，他们开始承认这种差异，并开始注意实行“有区别的教学”（因材施教），在各科教学内容和教学方法等方面作了相应的改革。本书对于这一点也作了相应的论述和总结。

数学教学中，解题教学是很重要的一环。对于解题教学在数学教学中的作用和教学方法，对于如何发展学生的解题能力，对于科学思维的本质，本书作了简单明了的分析。对于习题的类型和配置及其在教学中的功能，本书也作了鲜见于其他书籍的探讨。

此外，本书对于中小学数学教学内容选择标准，世界范围内数学教学改革运动的过去和现状，数学教具的使用等等大家关心的问题，也作了简明的讨论。

本书第一、二、三章和第四章§6由刘远图同志翻译，第四章§1—§5由秦璋同志翻译，第五、六章由管承仲同志翻译，第七—十章由王慧芬同志翻译。第四章§1—§5经梁植文同志校阅，第六章经秦璋同志校阅，第七—十章经余方同志校阅。最后全稿由刘远图同志统一校订。由于我们才疏学浅，加上时间仓促，译文中可能会有许多不妥当的地方，请读者指正。

一九八二年八月

前 言

在全面展开建设共产主义社会的时期，形成全面发展的个性的任务，是共产主义教育的主要任务之一。建设共产主义，要求“教育、训练和培养全面发展的、受到全面训练的人”〔4，第23页〕*。

一个人的一般教育和发展的高度水平，已经成为科学技术革命的条件下从事高效率劳动的一个条件，而科学技术革命使劳动和培训人们参加劳动的工作，具有与过去不同的性质。

因此，使人们获得和谐的发展，成了发展社会生产的客观要求。

在任何一个国民经济部门中，越来越广地要求工人不仅具备基础的一般知识和专业知识，而且要求他们具有创造性劳动的能力，实事求是的主动精神，不断自学和自我教育的能力。正是人的这些本质决定了他能胜任现代化生产的多样性和不断变革的能力。

在现代条件下，人们需要的知识的容量急剧增长，已经不能主要依靠掌握一定的事实的总和。重要的是，培养善于自己补充知识，在科学和政治信息的激流中判定方向的能力。

对于数学教学，上面讲的也有直接的关系。实际上，教学过程是教和学两个过程的有机的统一〔146〕〔372〕。近几年的经验表明，从整体上看，数学教师叙述现成的知识的效果相当好，同时在使学生掌握系统的专门的知识方面取得了不错的结果，也就

* 这里和以后见到的方括号中的数字，前一个是本书末列出的《参考文献》的编号，后面是该书中的页数。

是说，现在教数学的过程搞得比较顺利。但是教学过程的另一个侧面——学生自己学习的过程——搞得不够好。“掌握科学基础知识的学习活动本身也具有片面性：强调的是掌握和记忆现成的知识，而将学生独立进行创造性工作的方面，置于极其次要的地位——很少教学生自己去发掘知识，在不同的情况下分析和应用知识”〔389，第11页〕。

实际上，在现代的条件下，只要教师善于应用能最大限度地促进学生独立的认识活动的教学方法和手段，善于积极地引导这种认识活动，他们的工作就会取得成绩。教师必须尽可能利用学生的认识能力，而且认识到现在的学生与过去十年的学生不同，他们具有相当广泛的知识，具有较高的一般发展和数学知识水平；只有这样的教师才能取得成功。因此，在现代条件下要大大提高数学教学的质量，必须采取两方面的措施：一方面——提高教师工作的作用和质量（必须帮助他们掌握新的教学内容和教学方法），另一方面——提高学生独立的认识活动在教学过程中的作用和扩大这种活动的范围（必须使学生培养对认识活动的兴趣，并且帮助他们掌握进行认识活动的基本方法）。

从两个方面同时改善数学教学过程，是一个现实的教育问题——使教学过程变得积极的问题。

众所周知，学生只是机械地、毫无创造性地掌握数学课本中讲述的大量知识，同培养高度的文化水平，同培养学生具有智育的、道德的和其他的个性品质的规定，同培养他们积极参加建设物质的和精神的财富的任务，不管他们将来从事何种职业，都是极不相称的。

当然，这种考虑决不是什么新思想。早在19世纪时，进步的俄国数学教学法专家坚决主张从教学实践中根除教条主义和陈规俗套，引导教师注意培养学生能自觉地、创造性地学习数学。著名的俄国数学教育家C. И. 肖霍尔-特洛兹基写道：“要保持新的方法，必须力图作到下面一点：教学内容首先应当简单明了，在

由简单内容到较复杂内容的过渡中应当逐渐深入；教学方法应当直观，能真正激起学生对教学内容的浓厚兴趣，学生独立地进行工作应当是最首要的……”[451，第 X I—X II 页]。

关于如何使教学变得积极，苏联的中小学在这方面积累了丰富的经验。同时，培养学生进行创造的积极性的问题，至今仍然具有现实意义。苏联教育部部长 M. A. 普罗柯弗也夫说的一段话也证实了这一点。他说：“……不克服迂腐的学究气，就不能培养具有创造性的、很好地理解社会生活潮流的积极的人”[359，第 2 页]。

在群众性的中小学的条件下实际地解决这个问题，是一件很不简单的事情。首先，它需要克服教学过程中许许多多的矛盾 [144，第 42—53 页]。

例如：1) 大纲硬性规定的教学范围和内容，同具有创造性的教师希望超出大纲的规定或者希望采取不同于课本的方法讲解某一个问题的倾向，二者之间存在矛盾。2) 用演绎法讲授能够节省时间(演绎法表现为向学生介绍现成的知识，并且结果常常是形式地掌握这些知识)，同用归纳法讲授比较费时间(归纳法广泛应用于较复杂的问题的教学和促进学生独立的认识活动)，二者之间存在矛盾。3) 学生平时集体进行学习活动，同他们掌握知识、形成技能和技巧、思维、工作的节奏和品质方面的个性特征之间，也存在矛盾。

要解决这个问题，必须同时大大提高国民教育制度各个环节中教学、发展和思想教育的水平。显然应当用综合的处理方法去解决所有与改善教学过程有关的任务，保证可靠地完成其中任何一项任务，以及广泛地将教育科学和先进的教育经验的一切成果应用于教学实践。

1971 年 8 月，在莫斯科召开了第一届社会主义国家教育学家国际会议。会议指出，由于社会主义教育学的作用，社会主义友好的国家在用共产主义思想教育群众方面(广义地说，这包括受到

现代的教育，全面地、协调地发展和培养具有丰富的精神情操、纯洁的道德和健全的体格的(新人)，积累了丰富的经验。

可能有人会提出这样的问题：为什么没有解决的教育问题不仅没有减少，反而好象有所增加，这该怎样解释呢？因此，上述国际会议的决议中指出，社会主义国家的教育学家合作研究马克思列宁主义的教育学的基本原理的问题，是一个迫切需要解决的问题，而现在仅仅是刚刚着手解决这个问题。

这种奇怪的议论是实际存在的。然而它对于各种知识都是有代表性的：所研究的领域越广，它的边界以及不知道的东西和未解决的问题的边界延伸得越远。

社会发展向人们的教育内容和文化水平提出了越来越新的要求。

除了一般的教育任务以外，在改造各科(特别是数学)教学过程方面，还存在许多迫切需要解决的问题。

“在普及中学义务教育的情况下，对数学教学大纲和在教科书里具体体现的教学内容提出了更高的要求。

我们认为，中学数学教学大纲和教科书应当符合以下的要求：

学校的数学课程应当概括学生的直观观念和实践经验，并且培养学生能够在以后的工作中使用数学知识；

学习数学应当使学生掌握巩固的口算技巧，发展学生的逻辑思维 and 空间想象力；

学生应当掌握在实际工作中将会遇到的那些数学概念，而引用的术语和符号应当与科技书籍中通用的和相邻学科中使用的术语和符号相一致”[90，第12页]。

不言而喻，在普通教育的中学的条件下，数学教师的作用愈来愈显得重要了，对他们的知识修养提出了愈来愈高的要求。

因此，本书的作者认为，必须根据数学教学法大纲[356]，对于未来的数学教师的教学法培训工作作一定的实质性的改革。例如，首先应当改变教给大学生一些“药方式的教学法”的作法，

而教给他们创造性的、培育人才善于发现的教学法，以及介绍各种可能的讲解中学数学课程的方案的教学法。必须为大学生创造最好的条件，使他们能深入地理解所讲授的科目的思想性，深入地认识数学科学同反映在学习科目中的数学基本理论之间的联系，同时考虑到现代教育科学和学校工作经验所取得的成就。

本书讨论了师范学院数学教学法现行大纲的基本问题。值得指出的是，本书对于数学一般教学法和专门教学法所作讨论，不是按照中学数学课程的各个学科，而是根据中学数学课程的中心思想进行的（当然要同时考虑每一学年的特点）。按照这样的系统讲授教学法课程，符合现在对培训数学教师的要求，使他们有机会讨论各种不同的组织教学的方案，让教师在教学过程中有权创造性地选择某种教学处理方法。

在处理本书内容方面，作者采用了如下的原则：

1. 本书中应当向教师讲述数学教学法知识的基本问题（理论知识的内容，独立作业的提示，进行教育实习的建议，完成本课程的作业和毕业论文的提示）。

2. 课内讲授的内容远不是学生知识的唯一来源。自己学习教学书籍和教学法书籍，以及在中学进行数学教学的直接经验，具有同等重要的意义。

3. 大学生必须具备的教学法技能和技巧，只有参加专门为他们组织的教育实习并且从中取得知识的基础上，才能得到训练。

根据这些原则，本书第九章和第十章讲述大学生实习工作时，着重扩大和加深在教学法课内获得的知识，掌握教学法的技能和技巧。这两章包括了大学生在中学进行教育实习的教学大纲所规定的课堂讨论、实际作业和试验工作的内容，以及与本课程的作业、毕业论文和其他独立进行的数学教学法研究的有关知识。第九章的问题和习题，按照所包含的一般教学法中最迫切的问题的项目，分类列出。遵守这一原则，比较易于找到所需要的知识。那里还列出了教学书籍和教学法书籍的书名索引。大学生的课外

作业以问题和习题的形式出现。这里“问题”可以按通常的意义理解；利用教学法理论的知识作出回答，这时应用知识的能力处于次要的地位。“习题”被用来表示作业；完成这些作业需要应用知识，有利于形成一定的数学教学法方面的技能和技巧。

考虑到第九章联系实际的倾向性，作者专门写了一个“引言”，其中对教师和大学生给出了一些建议。以问题和习题的形式提供给大学生的课外作业，已经按照新的数学教学法大纲作了细致的研究。这里总结了各种文献资料中关于对大学生进行教学法培训的经验，以及本书作者工作中的直接得到的经验。

培训大学生创造性地对待自己的职业的工作，可以在大学生科学协会（在数学教学法迫切需要解决的问题的研究小组）中继续进行。为此，本书末列出了所引用的专门性的参考书（例如，心理学和控制论方面的著作）；对于数学教学法有特殊兴趣的大学生，列出这些参考书是有益的。所列出的教学法参考书，对于师范学院主持数学教学课的教师，当他们希望详细了解和分析本书中提到的某一个问题时，也是有益的。参考文献目录列在本书的末尾（为了便于查找和核对，翻译时未将书名译成中文——译注）。

作者认为，讲授数学教学法问题，必须同教育学、哲学、心理学以及部分地同控制论中有关的问题紧密地联系起来：现代中学数学教学的实践和对中学教育提出的新要求，使得有可能在经验的水准上建立教学法课程。

未来的数学教师，应当尽可能了解作为现代数学教学法的基础的整个广泛而且深刻的知识和思想体系。

应当指出，学习“一般数学教学法”的目的，与其说是用中学数学教学的具体事例武装未来的教师，不如说是为了扩大大学生的教育方面的视野，帮助他们正确地掌握有关组织中学生进行数学学习活动的形式和方法以及发展他们的数学思维的一般原则。

对于未来的数学教师——师范学院的毕业生来说，最主要的是不仅要深刻地理解中学数学课程的基本思想，以及掌握有效的

教学方法，而且要很好地掌握与教育学相邻的知识领域中的许多问题，了解国内外的先进经验和教育科学的成就。正是这些东西能够使大学生创造性地掌握教育这门职业。本书中比较广泛地阐明的一系列的数学教学法的原理，以及组织大学生课外作业方面的具体建议，我们认为对于讲授数学教学法课程的教师也是有益的。

本书作者的分工如下：

第一—第五章、第七章、第八章、第十章，是由 B. A. 奥加涅相、Ю. М. 柯里亚金、Г. Л. 卢坎金撰写。

第六章和第九章由 B. Я. 桑宁斯基撰写。

参考文献目录是由 B. A. 奥加涅相和 B. Я. 桑宁斯基编成的。

草稿由 Ю. М. 柯里亚金和 B. A. 奥加涅相作了统一校订。

虽然本书是供师范院校物理-数学系的大学生用的课本，但是对于中学数学教师，本书也将有所帮助。

目 录

前 言

第一章 数学教学法的对象

- §1. 作为一门科学的数学和作为中学教学科目的
数学..... (1)
- §2. 中小学数学教学的目的..... (6)
- §3. 世界各国为改革数学教育而开展的运动
(过去和现在)..... (8)
- §4. 苏联中小学数学教育的改革..... (16)
- §5. 数学教学过程中的思想教育..... (22)

第二章 数学中的科学方法和数学教学

- §1. 科学研究方法概述..... (32)
- §2. 数学教学中的观察和实验..... (32)
- §3. 数学教学中的比较..... (35)
- §4. 数学教学中的分析和综合..... (37)
- §5. 数学教学中的概括和抽象..... (49)

第三章 学习数学过程中思维的形式

- §1. 引 言..... (55)
- §2. 数学的概念..... (56)
- §3. 在学校数学课程中引入数学概念的方法..... (65)
- §4. 数学的判断和推理..... (70)
- §5. 数学判断的基本类型..... (73)
- §6. 必要性和充分性..... (78)
- §7. 数学概念的定义和定理的推广..... (81)

§8. 数学教学中的归纳和演绎·····	(85)
§9. 数学教学中的类比·····	(97)
§10. 数学判断的教学方法及其证明·····	(103)
第四章 学生数学思维的发展与数学习题的配备	
§1. 中学生数学思维发展的一般特点·····	(111)
§2. 数学思维的基本成分和发展学生数学思维的 教学途径·····	(125)
§3. 习题在数学教学中的作用与地位·····	(144)
§4. 现代数学教学中习题的功能·····	(149)
§5. “问题情境”和“题”的概念·····	(156)
§6. 解题过程中的探索方法的教学·····	(163)
第五章 数学教学的原则、方法和形式	
§1. 数学教学中基本的教学论原则·····	(187)
§2. 关于数学教学的方法和形式·····	(197)
§3. 启发式数学教学法·····	(207)
§4. 积极教学法(模型教学法)·····	(225)
§5. 数学教学中的程序教学法·····	(242)
§6. 数学教学的传统方法·····	(246)
§7. 提问式的数学教学·····	(259)
§8. 数学教学中的个别教学·····	(273)
第六章 数学教学的组织	
§1. 数学教学的基本组织形式——课堂教学·····	(278)
§2. 教师的备课制度·····	(288)
§3. 课的基本类型的结构·····	(299)
§4. 学生知识的考查和评分·····	(308)
第七章 学生的数学课外活动及其实施方法	
§1. 中学数学课外活动的目的、内容和基本形式·····	(313)
§2. 数学小组的活动及其实施方法·····	(318)
§3. 学生在数学教学中阅读课外读物的活动·····	(322)

§4. 数学选修课及其教学法·····	(331)
§5. 侧重数学的学校和班级及其工作特点·····	(333)
第八章 作为低年级教学科目的数学	
§1. 低年级学生在数学初级课程教学过程中的学习 和发展问题·····	(342)
§2. 低年级数学教学的现代组织方法·····	(347)
第九章 数学教学一般教学法的若干问题(课堂讨论课的教材)	
引 言·····	(353)
§1. 中学数学教学的目的和内容·····	(354)
§2. 数学概念的教学·····	(357)
§3. 数学判断的教学·····	(358)
§4. 中学数学课程中的科学认识方法、推理的教学·····	(360)
§5. 证明或者反驳数学判断的教学·····	(363)
§6. 数学习题及学生解题教学·····	(365)
§7. 数学教学的方法·····	(368)
§8. 数学教学的组织·····	(370)
§9. 农村普通学校、青年工人学校、职业技术学校 和技术学校的数学教学的特点·····	(373)
§10. 数学选修课·····	(374)
§11. 数学课外活动的内容和形式·····	(376)
第十章 数学教师的专业实践培训	
§1. 对教学实习的建议·····	(378)
§2. 关于大学实习生备课和教课的教学法的简短建 议; 对数学课进行教育心理学和教学法分析的 基本提纲·····	(384)
§3. 关于数学教学法的课程论文和毕业论文·····	(389)
参考文献·····	(396)

第一章 数学教学法的对象

§ 1. 作为一门科学的数学和作为中学教学科目的数学

1.1 关于数学这门科学的发展。

1.2 作为中学教学科目的数学。

1.3 数学教学法。

1.1 众所周知，俄文中“МАТЕМАТИКА”（数学）一词，来源于古希腊的“*mathema*”一词，它的意思是“知识，科学”。

数学发展的历史一般可以分为四个时期。

第一：**数学的萌芽时期**。这个时期出现了实际计算和测量，形成了数和图形的概念。为了解决实际问题，以经验为基础规定了一些法则，以这种形式出现的算术和几何初步创立了。当时的一篇数学论文开头的一句话是：“怎么做取决于该怎么做，而该怎么做取决于……”。

第二：**常量数学时期**（从公元前四——五世纪开始）。在这个时期，已经开始将数学看作是一门独立的科学，它有自己的研究对象（数和图形）和自己的研究方法。亚里士多德（公元前384—322年）把这个时期的数学说成是关于量的科学。这个时期的一个特征是出现了演绎法，它在欧几里得、阿基米德和阿波罗尼亚的著作中得到了发展。

在这个时期，出现和发展了新的数学学科——“代数”，制订了专门的符号。数学所研究的对象大大增加了。

第三：变量数学时期(从十七世纪延续到十九世纪中叶)。它的特征是进一步扩大了研究的对象。函数的思想以及与函数有关的连续性和运动的思想，在数学中占有牢固的地位。数学分析的出现，使数学成了认识自然的强有力的工具。解析几何的出现，在几何与代数和分析之间架设了一座奇异的“桥梁”，在公理方法的发展和应方面取得的巨大成就，将数学的逻辑基础的问题提到了首要的位置，这样才创造了从数学本身出发研究数学的本质的可能。

人们关心的中心问题是，数学所反映的是现实世界的规律和过程，还是把数学看作人的思维的产物？数学中唯物主义和唯心主义的斗争极其尖锐，这一现象是这个时期的特征。恩格斯(1820—1895年)对数学作了众所周知的唯物主义的定义：“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料”[1，第37页]。与此相反，罗素(1872—1970年)对数学作了唯心主义的定义：数学是这样一门科学，“我们决不知道我们在这门学科中说的是什么，也不知道我们所说的是否正确”[364，第83页]。

显然，对数学下的这样一个定义，完全没有揭示这门科学的本质。此外，如果按照罗素的观点，可以引出一个例子，说明当我们并不知道我们所说的是什么时，我们仍然可以断定我们的命题的正确性。例如，由“A是B和B是C”一定可以推出“A是C”。但是，罗素把这个结论归之于形式逻辑，把形式逻辑同数学混为一谈。从他的观点看，前提“A是B”成立是有条件的(主观的)，而不是客观的。但是，由于数学所反映的是现实世界的规律性，所以我们可以断定，“A是B”完全是一个客观的判断，尽管这是一个极其普遍的判断。“A是B——这不是我们思维的产物，而是各种现实事物的集合之间实际存在的活生生的关系的反映。”*

* 有关数学中的唯心主义的问题，可参看本书后所附《参考文献》的[70]。