

$\times$ 初中数学 多用实用大全

贺信淳 等编著
刘申有

$\sin B$

$\cos A$

海 洋 出 版 社
 $\log_b N$

b

《中小学各科多用实用大全》丛书

初中数学多用实用大全

贺信淳 刘申有 等 编著

海洋出版社

1991年·北京

内 容 简 介

本书是《中、小学各科多用实用大全》丛书中的一册。本书共有五篇，即双基篇、题型篇、方法篇、思想篇和资料篇。双基篇按照教学大纲汇集了初中数学全部重要的双基；题型篇用概括手法精选了各种常见题型及其解法；方法篇包含了初中所用的数学方法；思想篇介绍了初中全部重点知识的解题思路；资料篇收集了许多很有参考价值的资料。整个内容既有广度，又具有深度和难度，层次分明，语言精炼，对读者培养和提高各种数学能力，本书是很有价值的参考书。

本书不仅适用于初中学生学好数学时参考，也适用于自学青年解决疑难问题和初中教师在教学中使用。

(京)新登字087号

《中小学各科多用实用大全》丛书

初中数学多用实用大全

贺信淳 刘申有 等 编著

*

海洋出版社出版（北京市复兴门外大街1号）

新华书店北京发行所发行 国防科工委印刷厂印刷
开本：787×1092 1/32 印张：19.5 字数：450千字

1991年7月第一版 1991年7月第一次印刷

印数：1—32700

*

ISBN 7-5027-1349-2/G·437 定价：7.20元

《中小学各科多用实用大全》丛书编委会

主 编 刘家桢

副主编 周培岭 赵龙华

编 委 (按姓氏笔划为序)

丁金良	王文勋	王景尧	刘申有
沈鑫甫	李振兴	李占瑞	杨丽娜
荆晓玲	张永生	陈平兴	陈家骏
高思全	徐淑媛	程寿东	裴新生

前 言

为了帮助初中学生学好数学，为了帮助自学青年解决疑难问题，为了帮助初中数学教师查找某些问题时参考，由多年从事教学研究的教研员和多年从事初中数学教学的高级教师等，一起分工合作编写了《初中数学多用实用大全》这本工具书。

本书共有五篇，其中的“双基篇”是依据1990年教学大纲，将四册代数，两册平面几何中的全部重要双基统编入册，便于复习与查找。“题型篇”又将初中数学常见题型及其解法精编入册，可以为读者解各种题型引路。“方法篇”是将初中所用的数学方法，深入浅出的归纳选编入册，可以丰富读者的解题方法。“思想篇”编写了几乎全部重点知识的解题思路，教会读者思路入门，帮助读者逐步学会独立思考，培养自己的解题能力。“资料篇”收集很多很有参考价值的数学资料与史料。本书既照顾到一般读者的实际水平，又有一定的深度、广度和难度。不但有利于读者抓好双基的学习，而且有益于读者各种数学能力的培养与提高。

参加本书编写的还有郝澎、李兴中、张燕成、金象秋、计志国、范淑蕙、王岁飞、刘淑明等同志。

本书既是初中数学多用工具书，又是读者学好数学的向导。本书在编写过程中，由于水平有限，特别是时间紧，本书定有不足之处，恳请读者批评指正。

编 者

1991年3月

目 录

一、双 基 篇

(一)代数部分基础知识.....	1
1. 有理数.....	1
2. 整式的加减.....	6
3. 一元一次方程.....	10
4. 一元一次不等式.....	13
5. 二元一次方程组.....	15
6. 整式乘法.....	20
7. 因式分解.....	26
8. 分式.....	33
9. 数的开方.....	44
10. 二次根式.....	49
11. 一元二次方程.....	53
12. 指数.....	79
13. 常用对数.....	83
14. 函数及其图象.....	83
15. 解三角形.....	94
(二)代数部分基本技能.....	102

(三)平面几何部分基础知识	111
1. 基本概念	111
2. 相交线、平行线	117
3. 三角形	123
4. 四边形	133
5. 面积、勾股定理	142
6. 相似形	145
7. 圆	157
(四)平面几何部分基本技能	178

二、题 型 篇

(一)填空题	184
(二)是非题	190
(三)选择题	199
(四)计算题	227
(五)证明题	240
(六)作图题	254
(七)应用题	257
(八)综合题	261

三、方 法 篇

(一)综合法	273
(二)分析法	275
(三)分类法	277
(四)比较法	280
(五)迭合法	283

(六)反例法	287
(七)直接证法	288
(八)间接证法	288
(九)反证法	288
(十)同一法	304
(十一)演绎法	308
(十二)归纳法	308
(十三)类比法	312
(十四)换元法	312
(十五)消去法	329
(十六)配方法	333
(十七)分离系数法	343
(十八)待定系数法	347
(十九)三角形奠基法	361
(二十)平行移动法	363
(二十一)轨迹交截法	364

四、思 想 篇

(一)思想	367
1. 数形结合的思想	368
2. 分类讨论的思想	377
3. 布列方程的思想	387
4. 等量变换的思想	397
5. 等积变换的思想	406
6. 猜想试验的思想	413
7. 参变量的思想	422

8. 辅助线的思想.....	428
9. 辅助圆的思想.....	435
10. 割补的思想.....	443
11. 构造的思想.....	450
12. 换元的思想.....	455
13. 平移的思想.....	460
14. 旋转的思想.....	468
15. 对称的思想.....	475
(二)综合题及其解法.....	482
1. 综合题及其分类.....	482
2. 综合题解题思路.....	491
(1)用综合分析法思考	492
(2)重视转化思想的作用	504
(3)重视方程思想的作用	514
(4)注意解题的严密性	523

五、资 料 篇

(以第一个字的汉语拼音的第一个字母为序)

B

不定方程	529	百鸡问题	530
------------	-----	------------	-----

C

《测圆海镜》	530	问题	531
尺规作图	531	抽屉原则	532

尺规作图的三大不能

D

笛卡尔	532
-----------	-----

费马大定理	533
费马和他的一个错误的	
高斯	540
哥尼斯堡七桥问题	542
哥德巴赫猜想	543
勾股定理	545
《海岛算经》与重差术	549
海伦公式	551
海伦三角形	551
《九章算术》	561
九点圆定理	564
罗巴切夫斯基与非欧几何	
.....	570
刘徽	573
梅内劳斯定理	583
欧几里得	585
π	586
三等分角问题	592

F

猜想	535
斐波那契数列	537

G

勾股数	547
勾股圆方图注	
.....	548
规与矩	549

H

希尔伯特	553
黄金分割	555
华罗庚	558

J

《几何原本》	566
--------------	-----

L

刘徽的割圆术	575
连分数	580

M

O

P

皮亚诺公理	591
-------------	-----

S

三斜求积	593
------------	-----

塞瓦定理595

斯太纳-莱默斯定理597

《数书九章》598

《算经十书》599

托勒密定理603

韦达604

韦达定理604

新数学运动607

一元二次方程608

祖冲之609

实数600

数学奥林匹克601

孙子定理602

T

W

无理数606

X

Y

Z

《周髀算经》610

一、双 基 篇

学好数学双基人人皆知，它的重要性归结起来有以下几方面：

首先，学好数学双基是今后学好数学的根本大计，打不好基础，想学好数学是十分困难的。

其次，学好数学双基是提高分析问题能力，发展思维的需要。

再者，学好数学双基是实现理想的需要，从历届中考看，双基知识的考查都占百分之六十或占百分之六十强。不学好双基又怎能取得优异的成绩呢！

为此要学好数学的人，必须狠抓双基的学习。

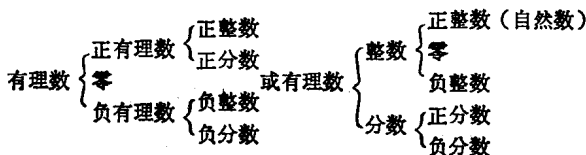
(一)代数部分基础知识

1. 有理数

(1) 基本概念

① 正数和负数 数码前面带有正号的数叫正数（正号“+”可以省略）。数码前面带有负号的数叫负数。

② 有理数 整数和分数统称为有理数。可以按以下结构表示：



③ 非负数 正数和零总称为非负数。

④ 数轴 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫数轴（原点、方向、单位称为数轴的三要素）。

⑤ 相反数 只有符号不同的两个数，其中一个数是另一个数的相反数。

零的相反数是零。

⑥ 绝对值 一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。

绝对值的几何意义是：一个数的绝对值就是表示这个数在数轴上的点离开原点的距离。

有理数（或实数） a 的绝对值可以表示为

$$|a| = \begin{cases} a (a > 0) \\ 0 (a = 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$$

⑦ 有理数大小的比较 正数都大于零，负数都小于零。正数大于一切负数；两个负数，绝对值大的反而小。

在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大。

⑧ 代数和 把加减法统一写成加法的式子叫做代数和。

$$\begin{aligned} \text{例} \quad & (-3) - (-2) + (-6) - (+5) \\ & = (-3) + (+2) + (-6) + (-5) \quad (\text{代数和}) \\ & = -3 + 2 - 6 - 5 \quad (\text{省略加号的代数和}) \\ & = -12. \end{aligned}$$

⑨ 倒数 1 除以一个数的商，叫做这个数的倒数。也可以说两个数的乘积是 1，这两个数互为倒数。零没有倒

数。

例 $\therefore 1 \div \frac{2}{5} = \frac{5}{2},$

$\therefore \frac{5}{2}$ 是 $\frac{2}{5}$ 的倒数。

例 $\therefore 1 \div \left(-\frac{1}{2}\right) = -2,$

$\therefore -2$ 是 $-\frac{1}{2}$ 的倒数。

⑩ 乘方 求几个相同因数的积的运算叫做乘方。

$$\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n\text{个}} = a^n. \quad a \text{ 叫底数, } n \text{ 叫指数.}$$

幂 乘方的结果叫做幂。 a^n 又叫 a 的 n 次幂。

⑪ 近似数 按要求接近而不等于某一个准确数的数叫做这个数的近似数。

如 $\frac{16}{99} = 0.\dot{1}\dot{6} \approx 0.16.$ (是精确到0.01的不足近似数)

$\frac{16}{99} \approx 0.162.$ (是精确到0.001的过剩近似数)

⑫ 有效数字 一个数从左起第一个不是零的数字起，到这个数的右一位数字止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字。

如0.00205的有效数字有三个，是2、0、5。而0.2050的有效数字有四个，是2、0、5、0。

(2) 基本运算法则

① 有理数加法法则 同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加。异号两数相加，取绝对值较大的加数的符

号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。互为相反数的两个数相加得零。一个数同零相加，仍得这个数。

例 $(-7) + (-5) = -12;$
 $(-4) + (+9) = +5;$
 $(-6) + (+6) = 0;$
 $(-2) + 0 = -2.$

② 加法的运算律

加法交换律 两个数相加，交换加数的位置，和不变。

表示为 $a+b=b+a.$

加法结合律 三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变。表示为 $(a+b)+c=a+(b+c).$

③ 有理数减法法则 减去一个数，等于加上这个数的相反数。

例 $(-4) - (-7) = (-4) + (+7) = +3.$
 $(-3) - (+8) = (-3) + (-8) = -11.$

④ 有理数乘法法则 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。任何数同零相乘，都得零。

例 $(-2.5) \times (-4) = 10;$ $(-2.5) \times (+4) = -10;$
 $\left(-35\frac{2}{3}\right) \times 0 = 0.$

几个不等于零的有理数相乘，积的符号由负因数的个数决定。当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正。

⑤ 乘法的运算律

乘法交换律 两个数相乘，交换因数的位置，积不变。

表示为 $ab=ba.$

乘法结合律 三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变。表示为 $(ab)c=a(bc)$ 。

分配律 一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加。表示为 $a(b+c)=ab+ac$ 。

这个定律的直接应用与逆向应用都应重视。

$$\text{例 } \left(3\frac{1}{7}-7\frac{1}{3}\right)\times\frac{21}{22}=\left(\frac{22}{7}-\frac{22}{3}\right)\times\frac{21}{22}=3-7=-4.$$

$$\begin{aligned}\text{例 } & \left(+\frac{5}{6}\right)\times(-12)-\left(-\frac{1}{3}\right)(-12)+\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-12) \\ & =\left[\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)\right]\times(-12) \\ & =\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}\right)\times(-12) \\ & =1\times(-12) \\ & =-12.\end{aligned}$$

⑥ **有理数除法法则** 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。零除以任何一个不等于零的数都得零。

除法可以转化为乘法。除以一个数，等于乘以这个数的倒数。

$(-7)\div 0$ 不存在。

⑦ **有理数乘方符号法则** 正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数。

⑧ **有理数混合运算法则**

不含括号时：只含有同一级运算，由左向右依次演算。有两个以上运算级，要先三级运算乘方开方，再二级运算乘

除，再一级运算加减。

含有括号时：先做小括号，再做中括号，再做大括号，后做括号外边的。

例

$$-3^2 = -3 \times 3 = -9,$$

$$\frac{2^2}{5} = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5},$$

$$\begin{aligned}& \left[(-2)^3 - \left| 1\frac{1}{2} - 75 \right| \div (-3)^2 \right] \div \left(1\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) \\&= \left[-8 - 73\frac{1}{2} \div 9 \right] \div 1\frac{1}{12} \\&= \left[-8 - 8\frac{1}{6} \right] \div 1\frac{1}{12} \\&= \left(-\frac{97}{6} \right) \times \frac{12}{13} \\&= -14\frac{12}{13}.\end{aligned}$$

(3) 其他方面：平方表与立方表。

2. 整式的加减

(1) 基本概念

① 代数式 用运算符号把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做代数式。单独一个数或一个字母，也是一个代数式。

② 代数式的值 用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果，叫做代数式的值。

例 当 $x = -3$ 、 $y = \frac{1}{3}$ 时，求 $x^2 - 3y + 5$ 的值。