



高等院校信息与通信工程系列教材

# 编码调制技术原理及应用

袁东风 张海霞 编著

清华大学出版社



高等院校信息与通信工程系列教材

# 编码调制技术原理及应用

袁东风 张海霞 编著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了编码调制技术的最新进展、各种设计方案以及近年来笔者所在的“无线移动通信与传输”研究组(WMCT Lab.)取得的研究成果,较充分地反映了编码调制技术在现代数字通信中的设计和应用。

全书共由9章组成。主要内容包括编码调制技术的最新进展、信道容量规则及不同的集分割方法、多级编码(multi-level coded,MLC)调制方案及两种译码方法、以截断卷积码作为分量码的多级编码调制系统、基于广义阵列码的多级编码调制系统、简化的译码方法、基于新型度量的多级编码调制方案、采用软判决译码的多级编码调制方案、多级编码调制和时空分组编码以及正交频分复用混合系统的性能、其他编码调制方案——Turbo TCM方案和BICM(bit interleaved coded modulation)方案等。

本书可以作为通信专业高年级本科生、研究生学习编码调制技术、纠错编码技术等课程的教材或参考书。也可供无线通信、移动通信与传输技术领域的科技工作者参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

### 图书在版编目(CIP)数据

编码调制技术原理及应用/袁东风,张海霞编著. —北京:清华大学出版社,2006.2

(高等院校信息与通信工程系列教材)

ISBN 7-302-12179-6

I. 编… II. ①袁… ②张… III. 通信理论—编码数字调制—高等学校—教材 IV. TN911.3

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第141541号

出版者:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社总机:010-62770175

地 址:北京清华大学学研大厦

邮 编:100084

客户服务:010-62776969

组稿编辑:陈国新

文稿编辑:徐跃进

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×260 印张:15.25 字数:386千字

版 次:2006年2月第1版 2006年2月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-12179-6/TN·293

印 数:1~3000

定 价:25.00元

## 高等院校信息与通信工程系列教材编委会

主 编：陈俊亮

副 主 编：李乐民 张乃通 邬江兴

编 委 (排名不分先后)：

王 京 韦 岗 朱近康 朱世华

邬江兴 李乐民 李建东 张乃通

张中兆 张思东 严国萍 刘兴钊

陈俊亮 郑宝玉 范平志 孟洛明

袁东风 程时昕 雷维礼 谢希仁

责任编辑：陈国新

# 出版说明

---

信息与通信工程学科是信息科学与技术的重要组成部分。改革开放以来,我国在发展通信系统与信息系统方面取得了长足的进步,形成了巨大的产业与市场,如我国的电话网络规模已占世界首位,同时该领域的一些分支学科出现了为国际认可的技术创新,得到了迅猛的发展。为满足国家对高层次人才的迫切需求,当前国内大量高等学校设有信息与通信工程学科的院系或专业,培养大量的本科生与研究生。为适应学科知识不断更新的发展态势,他们迫切需要内容新颖又符合教改要求的教材和教学参考书。此外,大量的科研人员与工程技术人员也迫切需要学习、了解、掌握信息与通信工程学科领域的基础理论与较为系统的前沿专业知识。为了满足这些读者对高质量图书的渴求,清华大学出版社组织国内信息与通信工程国家级重点学科的教学与科研骨干以及本领域的一些知名学者、学术带头人编写了这套高等院校信息与通信工程系列教材。

该套教材以本科电子信息工程、通信工程专业的专业必修课程教材为主,同时包含一些反映学科发展前沿的本科选修课程教材和研究生教学用书。为了保证教材的出版质量,清华大学出版社不仅约请国内一流专家参与了丛书的选题规划,而且每本书在出版前都组织全国重点高校的骨干教师对作者的编写大纲和书稿进行了认真审核。

祝愿《高等院校信息与通信工程系列教材》为我国培养与造就信息与通信工程领域的高素质科技人才,推动信息科学的发展与进步做出贡献。

北京邮电大学  
陈俊亮

# 前言

进入 21 世纪后,中国的无线移动通信事业正在以前所未有的速度向前发展。在国家“863”计划的支持下,以自主创新为目标的“第四代”(或称为超三代)移动通信关键技术的研究正在如火如荼地展开。下一代系统最主要的特征是高速宽带的传输系统。为此系统的设计应着眼于更大的容量、更高的传输效率、更可靠的传输质量和性能。

信息在无线移动信道中进行高速宽带传输时,其可靠性设计面临新的问题和严峻挑战。首先,用户数目的增加、信道的日益拥挤要求此时采用的纠错编码方案应具有高效、不展宽频带的特点,因此编码调制结合方案就具有新的、特殊的意义。1982 年,Ungerboeck 首先提出网格编码调制(trellis-coded modulation,TCM)方案。他创造性地提出:将编码及调制这两个原本独立设计的部分结合在一起,同时进行联合优化设计即可在不展宽频带的前提下获得所需要的编码增益。这从根本上解决了通信系统中信息传输的可靠性和有效性这一对长期以来难以解决的矛盾,被誉为“不展宽频带”的信道编码方案。同时期,日本学者 Imai 提出另一种编码调制结合方案,它是将分组码同调制结合的一体化方案(block-coded modulation,BCM)。

其次,近几年出现的 Turbo 码、LDPC 码虽然都是接近香农限的好码,但是其最佳结果都是在较低的频带有效性下取得(如 Turbo 码的最佳结果是在 1 比特/符号的频带有效性下取得),在此基础上研究其同高效编码调制的结合、进一步提高系统的频带有效性具有重要意义。

最后,采用“不展宽频带”的编码调制方案同下一代系统必须采用的其他关键技术(如 OFDM 技术、MIMO 技术)结合,实现系统的高效、高可靠性传输时新的评价体系是什么,也是需要回答的一个新问题。本书提出的基本思路是,在新一代系统中采用的纠错编码方案必须兼顾功率有效性和频带有效性。这一点是如今在宽带系统中设计纠错编码方案同过去在窄带系统中设计时的最根本区别。

笔者结合在编码调制领域多年来研究工作的体会,试图从一个侧面回答以上问题。本书将全面介绍编码调制技术的最新进展、各种设计方案以及近

年来笔者所在的“无线移动通信与传输”研究组已经取得的研究成果。全书共 9 章:第 1 章介绍编码调制技术的最新进展;第 2 章介绍信道容量规则及不同的集分割方法;第 3 章介绍多级编码调制方案及其两种译码方法;第 4 章介绍以截断卷积码作为分量码的多级编码调制系统;第 5 章介绍基于广义阵列码的多级编码调制系统,并提出了简化的译码方法;第 6 章介绍基于新型量度的多级编码调制方案,并提出了设计最优多级编码调制方案的“非欧氏量度”;第 7 章介绍具有软判决译码的多级编码调制方案,以进一步提高系统的功率有效性;第 8 章介绍多级编码调制、时空分组编码、正交频分复用混合系统的性能,初步探讨了构建在 OFDM 和 MIMO 上的多级编码调制方案;第 9 章介绍其他编码调制方案,主要有 Turbo TCM 方案和 BICM(bit interleaved coded modulation)方案。

本书思想的形成与完成,曾得到国内外诸多前辈及同行们的指教。笔者同他们进行过有益的讨论,得到他们的热情帮助与大力支持,在此表示衷心的感谢!他们是 J. Huber 教授、Schill 博士、W. Stark 教授、曹志刚教授、匡镜明教授、程时昕教授、毕光国教授、吴伟陵教授、李道本教授、张平教授、杨义先教授、范平志教授、韦岗教授、樊平毅教授等。

作者还要感谢近年来在“无线移动通信与传输”实验室学习、工作过的部分研究生同学们,他们对本书的完成起到了重要的作用。他们是王承祥、隋爱芬、高春艳、李作为、张鹏、宋晓飞、白智全、吴大雷等。

此外,本书中部分结果来源于作者已完成的和正在进行的国家自然科学基金项目。在此特别对国家自然科学基金对本人多年来研究工作的支持表示衷心的感谢!

由于作者水平所限,书中难免有错误和不妥之处,恳请广大读者批评指正(dfyuan@sdu.edu.cn)。

**编 者**  
2005 年 8 月于山东大学

# 目 录

<b>第 1 章 编码调制技术基础</b> .....	1
1.1 概述 .....	1
1.2 编码调制 .....	2
1.3 CM 在衰落信道中的应用 .....	3
1.3.1 移动衰落信道下的 EEP 分析 .....	3
1.3.2 编码调制的构成 .....	7
1.3.3 小结 .....	21
1.4 一种新的 CM 方案 <sup>[27]</sup> ——BICM .....	24
1.5 多级编码调制技术的最新进展 .....	24
1.5.1 特定调制方案下信道容量计算的实现 .....	25
1.5.2 一种量度概念——旋转量度 .....	26
1.5.3 适用于 Rayleigh 信道中的 8-ASK、 MLC/MSD 方案 .....	27
1.5.4 采用分组码的网格译码技术简化了 MLC 译码的复杂度 .....	27
1.5.5 采用软译码方案的多级编码调制性能 增益得以量化 .....	28
1.5.6 高效多级编码调制方案 .....	29
1.5.7 将高效多级编码调制方案应用于 OFDM 系统 .....	30
参考文献 .....	31
<b>第 2 章 信道容量规则及不同集分割方法下的信道容量</b> .....	35
2.1 信道容量规则及其在 MLC 最优方案设计中的应用 .....	36
2.1.1 多级编码 .....	36
2.1.2 等价信道 .....	37
2.1.3 信道容量规则 .....	38
2.2 在 AWGN 信道中不同集分割方法下的信道容量 .....	40



2.2.1	不同集分割方法的定义与非均匀信号星座 .....	40
2.2.2	AWGN 信道中不同集分割方法下的信道容量 .....	42
2.3	在 Rayleigh 衰落信道下采用 3 种不同集分割方法时的信道容量 .....	45
2.3.1	独立 Rayleigh 衰落信道的信道容量的计算 .....	45
2.3.2	Rayleigh 信道中不同集分割方法下的信道容量 .....	47
2.4	分析、比较与结论 .....	49
	参考文献 .....	53
<b>第 3 章</b>	<b>MLC 方案的两种不同译码方法的性能 .....</b>	<b>54</b>
3.1	多级编码方案中分量码的选择 .....	55
3.2	多级编码的译码 .....	58
3.2.1	最大似然译码 .....	58
3.2.2	多级并行译码法 .....	58
3.2.3	多级译码 .....	59
3.3	移动 Rayleigh 快衰落信道的表征与模化 .....	67
3.3.1	快衰落的表征 .....	67
3.3.2	衰落信道的模化 .....	69
3.4	MLC/MSD 及 MLC/PDL 在 AWGN 和 Rayleigh 衰落信道中的性能 <sup>[8]</sup> ...	70
3.4.1	在 AWGN 信道中的结果 .....	71
3.4.2	在 Rayleigh 衰落信道中的结果 .....	78
	参考文献 .....	89
<b>第 4 章</b>	<b>Punctured 卷积码作为分量码的 MLC 系统 .....</b>	<b>90</b>
4.1	Punctured 卷积码的原理 .....	91
4.2	(2,1,N) 系列卷积码通用编、译码的实现 .....	93
4.2.1	编码 .....	93
4.2.2	Viterbi 译码过程和硬件实现 .....	94
4.3	Punctured(2,1,N) 编、译码的软件及硬件实现 .....	97
4.3.1	Punctured(2,1,N) 编、译码的软件实现 .....	97
4.3.2	Punctured(2,1,N) 卷积码 Viterbi 译码器的硬件实现 <sup>[17]</sup> .....	99
4.4	多级编码调制方案中分量码的码率问题 .....	99
4.5	MSD 与 PDL 译码方法的性能比较 .....	101
4.6	图像传输中的两级不等错误保护方案研究 .....	102
4.6.1	数据分割准则 .....	102
4.6.2	非均匀信号星座 .....	104
4.6.3	两级不等错误保护方案 .....	104

4.6.4	$\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 在实现 BP 集分割方式下的 UEP 中的作用 .....	105
4.6.5	两级与一级 UEP 的性能比较 .....	109
4.7	小结 .....	110
	参考文献 .....	111
<b>第 5 章</b>	<b>基于广义阵列码的多级编码调制系统 .....</b>	<b>113</b>
5.1	分组码网格译码在 Rayleigh 衰落信道中的性能 .....	113
5.1.1	分组码的软判决译码 .....	114
5.1.2	广义阵列码的构造 .....	115
5.1.3	网格构造及译码 .....	117
5.1.4	分组码在 Rayleigh 信道中的性能及图像传输中的应用 .....	118
5.2	基于广义阵列码的单级编码调制 .....	122
5.2.1	TCM 方案 .....	122
5.2.2	分组编码调制 .....	124
5.2.3	单级分组编码调制方案 .....	126
5.2.4	未编码的 M-PSK 在 Rayleigh 衰落信道中的性能 .....	127
5.2.5	Rayleigh 衰落信道中单级分组编码调制的性能 .....	128
5.3	多级分组编码调制系统 .....	130
5.3.1	多进制幅度调制 .....	131
5.3.2	多进制相位调制 .....	132
5.4	多级广义阵列码 .....	133
5.4.1	3 级广义阵列码的 8-PSK/PDL/UP 方案 .....	134
5.4.2	3 级 BCM 的 PDL/BP 方案性能 .....	138
5.5	多级广义阵列码 MSD 方案 .....	141
5.6	低复杂度的 MLC/MSD 新方案 .....	142
5.6.1	新方案的优势 .....	143
5.6.2	新方案示例及性能结果 .....	143
	参考文献 .....	145
<b>第 6 章</b>	<b>基于新型量度的编码调制方案 .....</b>	<b>148</b>
6.1	新型量度规则 .....	148
6.1.1	信道容量规则的局限性 .....	148
6.1.2	多级编码及其传统的距离量度 .....	149
6.1.3	新的距离量度及码设计准则 .....	151
6.2	基于新距离规则的多级编码 .....	154
6.3	采用新型量度的 MSD/BP 与 MSD/UP 性能比较 .....	156

6.4	基于新型量度的以卷积码为分量码的 MLC/PDL 性能 .....	159
6.4.1	以 BCH 为分量码的 MLC/PDL .....	160
6.4.2	以截断卷积码为分量码的 MLC/PDL .....	161
	参考文献 .....	163
<b>第 7 章</b>	<b>采用软判决译码的多级编码技术 .....</b>	<b>164</b>
7.1	软判决译码简介 .....	164
7.1.1	软判决译码概述 .....	164
7.1.2	软判决译码准则 .....	166
7.1.3	软判决译码的关键技术 .....	168
7.2	卷积码和分组码的软判决译码 .....	170
7.2.1	卷积码编译码原理 .....	171
7.2.2	分组码编译码原理 .....	173
7.3	移动信道中单级纠错码的软判决译码性能 .....	177
7.3.1	系统参数设定 .....	177
7.3.2	衰落信道下的性能分析 .....	180
7.3.3	衰落信道下卷积码软判决译码性能 .....	181
7.3.4	衰落信道下删除型卷积码软判决译码性能 .....	184
7.3.5	分组码软判决译码性能 .....	186
7.3.6	卷积码和分组码的软判决译码比较 .....	187
7.4	采用软判决译码的 MLC 系统性能 .....	188
7.4.1	采用软判决算法的多阶段译码 .....	188
7.4.2	分量码采用软、硬判决译码的比较 .....	189
7.4.3	仿真及结果分析 .....	190
7.5	自适应多级编码调制系统设计 <sup>[27][28][31]</sup> .....	193
7.6	小结 .....	195
	参考文献 .....	196
<b>第 8 章</b>	<b>MLC-STBC 宽带级联方案 .....</b>	<b>198</b>
8.1	时空分组编码 .....	198
8.1.1	传输模型 .....	199
8.1.2	编码 .....	199
8.1.3	译码 .....	200
8.2	时空分组编码的 OFDM 系统 .....	201
8.3	MLC-STBC 级联方案的性能研究 .....	202
8.3.1	MLC-STBC 级联的 OFDM 系统框图 .....	202

8.3.2 MLC-STBC 级联的 OFDM 系统的性能仿真和分析 .....	203
参考文献 .....	210
<b>第 9 章 其他编码调制方案 .....</b>	<b>211</b>
9.1 网格编码调制 .....	211
9.1.1 传统的 TCM 系统模型 .....	212
9.1.2 Turbo TCM .....	213
9.1.3 Turbo TCM 编码调制结构 .....	213
9.1.4 Turbo TCM 译码器结构及对应的 Log-MAP 算法 .....	213
9.1.5 Turbo TCM 的性能分析 .....	215
9.2 比特交织编码调制 .....	219
9.2.1 BICM 关键技术 .....	219
9.2.2 比特交织编码调制与多级编码调制方案的性能比较 .....	220
9.2.3 比特交织编码调制与多级编码调制的联系 .....	225
参考文献 .....	226

# 第 1 章 编码调制技术基础

## 1.1 概述

人类社会已进入信息时代,现代通信成为人们社会生活中不可缺少的一种重要工具。现代通信系统的一般模型如图 1.1 所示。

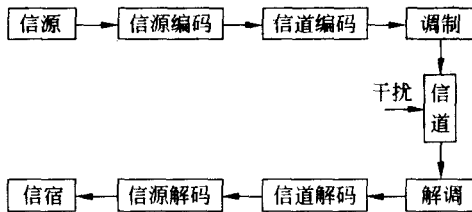


图 1.1 数字通信系统方框图

图中信源编码和信道编码是相邻的两部分,信源编码是把连续消息变换成数字信号,而信道编码部分则是使数字信号与传输媒介匹配,以提高传输的可靠性。已调制信号进入信道受到干扰后,再经过一系列的反变换:解调、信道解码、信源解码,到达接收端,完成通信的整个过程。

人们对现代通信的需求随着社会的发展和水平的提高而日益提高。人们不但要求沟通点线间的联系,而且要求覆盖整个活动面的信息沟通;不但要求在固定地点更快更好地传递信息,还要求在汽车、火车、轮船和飞机上,即在运动中实现通信联络。因此,移动通信成为当今世界发展最快的通信领域之一,也得到广泛的重视和应用。

随着微电子技术和现代计算机技术的迅猛发展,移动通信已从原来的低容量、小区域、模拟式和单一功能向高容量、大区域、数字式和多功能的方向发展。一方面由于通信业务的不断扩展,移动频带越来越拥挤,人为干扰和环境干扰越来越严重;另一方面,人们对通信质量的要求也越来越高。因此,在移动无线环境中,频谱资源极其有限,合理并充分利用这些资源,实现通信的高效和可靠传输是现代通信技术研究领域的主要课题。

传统的信道编码通过增加信息冗余位来提高通信质量,但对于带

宽严格受限而传输特性极差的移动信道,往往不得不以牺牲数据率和带宽为代价。将信道编码和调制结合起来(简称编码调制,coded modulation,CM)则是一种不展宽频带的高效数字传输方案。CM方案最初起源于1976年和1977年,Ungerboeck和Imai分别提出的网格编码调制<sup>[1][2]</sup>和分组编码调制,则可以在不牺牲带宽和有效传输率的前提下,获得明显的编码增益。

## 1.2 编码调制

编码调制(coded modulation,CM)一直是很热的研究课题。最初的编码调制技术又常被称为网格编码调制(trellis-coded modulation,TCM),这是因为在Ungerboeck最初提出的编码调制方案中,采用网格表示的卷积码。导致20世纪70年代后期TCM技术发展的直接驱动力是在公共交换电话网(public switched telephone network,PSTN)上采用高速语音频带调制解调器的要求。而Ungerboeck关于TCM技术的发明正好为推进高速语音调制解调器的发展走出了关键性的一步。采用TCM技术构成的一个8状态网格编码调制方案作为CCITT的标准于1984年出现,其中9.6Kb/s调制解调器用在PSTN上,另一个14.4Kb/s调制解调器用在个人线路上,随后,TCM在其他通信领域中的应用也被迅速激发起来,比如在卫星通信中、在数字微波无线传输中以及移动通信等领域。

Ungerboeck提出TCM的主要思想是使用冗余的信号星座:一个工作在部分并行输入信息位上的卷积码,一个可以逐渐增加子集欧氏距离的“集分割”方案和从比特(bit)级向符号(symbol)级映射(mapping)的规则,这个规则包括怎样映射编码比特流到星座(constellation)图某个子集上,怎样将比特流中的信息比特映射到该子集的特殊点上。在早期编码调制研究上,注意力基本集中在“网格”编码上,随后出现的多维TCM方案主要目的在于减小星座的扩展以及同二维TCM相比达到更好的性能与复杂度的折中。

分组编码调制(block-coded modulation,BCM)也称为多级编码调制(multi-level coded modulation,MLCM),是CM的另一个分支,它是在CM方案中用分组码代替卷积码构成的CM。虽然起源可追溯到1977年Imai和Hirakawa发表在IEEE信息论杂志上的一篇文章,但人们对该研究产生兴趣却是近几年的事。该论文介绍了在PAM(pulse amplitude modulation,脉冲幅度调制)和PSK(phase-shift-keying相移键控)调制下的多级编码和最佳多级译码(MSD)方案。有趣的是,多级编码基于的自然二进制信号表示(对两个信号空间)与Ungerboeck提出的基于集分割的信号表示是一致的。

通过十几年的研究,TCM现已成为一个成熟的研究领域,并正在成为带宽有限信道(如移动通信信道)中信道编码设计的标准方法。其应用也不再仅限于低比特信息传输系统中,因为高速超大规模集成电路(VLSI)技术的出现已使开发符号速率(symbol rate)在20MBaud(波特)以上的译码器成为可能。一个最好的例证是在无线数字微波中已有TCM编码用在国际同步数字传输体系(SDH)的STM-1(155Mb/s)上,根据信号星座情况和要求的编码类型,在这些系统中的符号速率大致可在20M~35MBaud范围变化。

近年来,有关CM的研究更多集中在其各个应用领域和实现上,并且有越来越多的

注意力投向一个正在迅速发展、极具发展前途的通信方式——移动通信中,因为这种信道是目前已知的最复杂的信道,既频带受限又功率受限,而且信道快衰落造成的长突发错误对采用典型的CM方案(TCM或BCM)提出了挑战。已有大量结果表明:TCM、BCM在AWGN信道中都是最佳方案,有着最佳的编译码方法、最佳的映射规则;但是在衰落信道中,结果均不理想,丧失掉大量的编码增益。因此,讨论衰落信道中应用各种CM方案的性能已成为CM研究中新的热点。

## 1.3 CM在衰落信道中的应用

如前所述,虽然CM尤其是TCM在AWGN信道中的应用已很成熟,好码的设计规则及度量均已找到,但在衰落信道中CM的研究却刚刚起步。已有大量研究表明:在AWGN信道中的好码完全不是衰落信道中的好码,而且Ungerboeck提出的设计规则在衰落信道中已不适用。因此,如果把CM技术应用到典型的衰落信道中,需要解决以下问题:第一,也是最重要的是要确定系统设计参数;第二,要确定新的设计的度量;第三,要确定TCM、BCM两种方案中哪种更适用于移动衰落信道;第四,要解决采用特定CM方案后的最佳和准最佳译码等问题。

### 1.3.1 移动衰落信道下的EEP分析

首先必须分析移动信道的特征,导出其错误事件概率(event error probability, EEP),才能从理论上建立起设计针对衰落信道的CM方案的理论指导。在这方面参考文献[1]~[4]均给出了衰落信道中EEP推导的理论基础,D. Divsalar等第一次提出了衰落信道中同Ungerboeck完全不同的设计判据,即非欧CM码的设计度量,这大大推动了CM技术,尤其是后来兴起的MLC分支在衰落信道中的研究热潮。但十分遗憾的是,所有这些推导分析都是在高(大)噪声比假设条件下得出的。在 $K$ (直射分量因子)为一般值的Rician信道中的理论分析结果进展不大,多年来仅仅是在界上找出一些针对某种特殊情况不同的松、紧界而已。

本节中,在给出Rayleigh信道下的EEP分析之前先给出AWGN(加性白高斯噪声)信道下的EEP分析。首先在二维M-PSK星座中进行分析,这里以8-PSK为例,对其他不同星座的情况可类似分析得出。

#### 1. AWGN信道的EEP分析

假设在AWGN信道上,进行理想的相干传输。

令 $s_j(a) = \sqrt{E} e^{j\theta(a)}$ 为 $t$ 时刻传输的M-PSK信号,其中 $a$ 是相应的输入数据序列,则 $j$ 时刻的接收信号为:

$$r_j = s_j(a) + n_j \quad (1.1)$$

其中, $n_j = n_{Ij} + jn_{Qj}$ 是一个复二阶高斯白噪声,其均值为零,方差满足:

$$E(n_{Ij}^2) = E(n_{Qj}^2) = N_0/2$$

两数据序列  $a$  与  $c$  之间的 EEP 为:

$$P_E(a, c) = Q\left(\sqrt{\frac{D^2(a, c)}{2N_0}}\right) \quad (1.2)$$

其中,  $D^2(a, c)$  为  $a, c$  间的平方欧氏距离, 由下式给定:

$$D^2(a, c) = E_s \cdot 2 \sum_k (1 - \cos \Delta \phi_k(a, c)) \quad (1.3)$$

其中,  $E_s$  为每传输符号(symbol)的能量,  $\Delta \phi_k(a, c)$  在  $k$  时刻对应于  $a, c$  两码序列之间的相位差。归一化的平方欧氏距离可表示如下:

$$d^2(a, c) = \frac{D^2(a, c)}{2E_b} \quad (1.4)$$

其中,  $E_b$  为每信息比特能量, 它与  $E_s$  的关系如下:

$$E_b = \frac{E_s}{R \cdot \text{lb}M}$$

式中  $R$  是码率。因此, (1.4) 式可表示为:

$$d^2(a, c) = \frac{R \cdot \text{lb}M}{2} \sum_k |d_k(a, c)|^2 \quad (1.5)$$

其中,  $|d_k(a, c)|^2$  是由于  $\Delta \phi_k(a, c)$  的存在使两个信号产生之间的平方距离, 记为:  $d_k^2 = d_k^2(a, c)$ 。已知在大信噪比下,  $a, c$  之间的 EEP 可以表示为:

$$P_E(a, c) \propto \exp\left(-\frac{d^2(a, c)}{2} E_b / N_0\right) \quad (1.6)$$

由上式可见, 在 AWGN 信道中, 由成对不同码序列之间的最小自由距离( $d_{\min}^2$ )即可确定系统的性能界, 所以尽可能增大方案中的最小平方欧氏距离是最佳化编码系统的第一考虑。这是因为

$$d_{\min}^2 = \min_{a, c} d^2(a, c) \quad (1.7)$$

## 2. Rayleigh 衰落信道中的 EEP 分析

在 Rayleigh 衰落下, 假定第  $j$  时刻的接收信号为:

$$y_j = b_j s_j(a) + n_j \quad (1.8)$$

其中,  $b_j$  为第  $j$  时刻的衰落幅度, 服从 Rayleigh 分布;  $s_j$  和  $n_j$  与 AWGN 中定义相同。每符号平均接收能量为:

$$E\{b_j^2 E_s\} = E\{b_j^2\} \cdot E(E_s) = 1 \cdot \bar{E}_s = \bar{E}_s \quad (1.9)$$

其中, 在 Rayleigh 分布下,  $E\{b_j^2\} = 1$ 。

$$P(b) = 2be^{-b^2} \quad b \geq 0 \quad (1.10)$$

首先给出在衰落信道中每对 EEP 的上界, 条件是: 每信道符号具有独立的衰落(理论上可由“理想交织”达到), 具有理想信道状态信息的理想的相干检测(即仅有幅度的衰落, 而忽略相位服从 Normal-log 的相位衰落, 从而使问题得以简化)。

利用 Chernoff 界技术<sup>[3]</sup>, 可有:

$$\bar{P}_E(a, c) \leq \prod_{k=1}^L E\left\{e^{-\frac{E_s b_k^2}{4N_0} d_k^2(a, c)}\right\} \quad (1.11)$$



$d_k^2(a, c)$  是单位圆平方距离值,  $E\{\}$  是对随机变量衰落幅度  $b_k$  (具有 Rayleigh 分布) 取数学期望。利用式(1.9)及  $e^x$  的展开式, 可得:

$$\overline{P_E}(a, c) \leq \prod_{k=1}^L \frac{1}{1 + \frac{\overline{E_s} d_k^2(a, c)}{4N_0}} \quad (1.12)$$

其中,  $L$  是符号中错误事件的长度, 注意到某些符号到符号的距离  $d_k$  可能为零, 非零错误事件中位置的数目称之为错误事件的有效长度并表示成  $L'$ , 它是与错误事件相关联的错误的输出序列与传输的符号序列之间的汉明距离, 故式(1.12)又可表示成一个  $L'$  项的乘积形式:

$$\overline{P_E}(a, c) \leq \prod_{\substack{k=1 \\ d_k^2 \neq 0}}^{L'} \frac{1}{1 + \frac{\overline{E_s} d_k^2(a, c)}{4N_0}} \quad (1.13)$$

其中  $\prod$  表示连乘, 它可进一步由式(1.14)确定上界:

$$\overline{P_E}(a, c) \leq \prod_{\substack{k=1 \\ d_k^2 \neq 0}}^{L'} \frac{1}{\frac{\overline{E_s} d_k^2(a, c)}{4N_0}} \quad (1.14)$$

引入新的变量  $\Gamma$ , 并假定  $\Gamma = \overline{E_s}/N_0$ , 并严格大于零, 即有:

$$\overline{P_E}(a, c) \leq \frac{1}{\Gamma^{L'}} \cdot \frac{1}{\prod_{k=1, d_k^2 \neq 0}^{L'} \left( \frac{d_k^2(a, c)}{4} \right)} = \text{const} \cdot \frac{1}{\Gamma^{L'}} \quad (1.15)$$

再引入一个新变量  $d_0^2$ 。

$$\overline{P_E}(a, c) \leq \text{const} \cdot \frac{1}{(d_0^2(a, c) \cdot \Gamma)^{L'}} \quad (1.16)$$

其中,

$$d_0^2(a, c) = \sqrt{\prod_{k=1, d_k^2 \neq 0}^{L'} d_k^2(a, c)} \quad (1.17)$$

可知  $d_0^2(a, c)$  表示错误事件中非零平方欧氏距离分量的“几何均值”。

式(1.16)是一个渐近上界, 条件不是很严格, 但它确实给出了正确的说明, 现解释如下: 例如, 对于理想相干 D-PSK 或 Q-PSK, 当 Chernoff 界是  $\frac{1}{\Gamma}$  时, 对于大的信噪比, 其错误概率表现为  $\frac{1}{4\Gamma}$ , 虽然该界的斜率正确, 但是有 6dB 的损失。

至此, 一个平均错误事件概率(或比特错误概率的等量描述)的综合上界可由对全部不同错误事件的联合界加和给出:

$$P_E \leq \sum_{c=\{(a, c)\}} \frac{A_c}{\left[ \frac{d_0^2(a, c) \Gamma}{4} \right]^{L'}} \quad (1.18)$$

其中,  $A_c$  是具有分集  $L'$  和平方距离为  $d_0^2(a, c)$  的错误事件的数目, 加和是在全部成对的不同序列  $(a, c)$  间进行。