DAXUE WULI FENLEI XITI JINGXUAN YU JIEDA

大学物理分类习题
精选与解答

北京邮电大学理学院物理系　编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

大学物理分类习题精选与解答

北京邮电大学理学院物理系　编

北 京 邮 电 大 学 出 版 社
·北京·

内 容 简 介

本书为大学物理的辅助教材，供学生课后练习和准备考试之用，这有助于帮助读者学习、复习大学物理，深刻理解大学物理内容，提高分析问题及解决问题的能力。

本书是根据高等学校大学物理的教学要求编写的。内容分为力学、电磁学、振动与波动、光学、热学、近代物理。全书分为14章，有选择题、填空题和计算题。所有题目都给出答案。其中部分选择题、填空题给出详细解答或提示解题思路，计算题给出详细解答。

本书在选题的深度和广度上均有适当的考虑，而且题量大、题型多，适合各种层次学习大学物理的读者阅读，也可作为大学物理教师的教学参考书，对报考硕士研究生的读者亦有复习参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理分类习题精选与解答/北京邮电大学理学院物理系编.—北京：北京邮电大学出版社，2006

ISBN 7-5635-1140-7

Ⅰ.大… Ⅱ.北… Ⅲ.物理学—高等学校—习题 Ⅳ.04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第002533号

书　　名：大学物理分类习题精选与解答
编　　者：北京邮电大学理学院物理系
责任编辑：李欣一
出版发行：北京邮电大学出版社
社　　址：北京市海淀区西土城路10号(100876)
电话传真：010-62282185(发行部)　010-62283578(FAX)
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：北京通州皇家印刷厂
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：18
字　　数：389千字
印　　数：1—5 000册
版　　次：2006年1月第1版　2006年1月第1次印刷

ISBN 7-5635-1140-7/O·101　　定　价：25.00元

前　言

大学物理是高等工科院校一门重要的基础课程。开设此课程，除了系统地给学生传授物理学的基本概念、规律及其应用，还需要培养学生科学的思维学习方法、分析问题以及解决问题的能力。因此大学物理是工科院校非常重要的一门基础课。

为了指导和帮助读者学好大学物理这门课程，本书参照教育部颁行的“高等工科学校大学物理课程教学基本要求”，并结合北京邮电大学理学院物理系多年从事大学物理教学工作的经验和体会，编写了这本《大学物理分类习题精选与解答》，旨在帮助学生更好地学习大学物理课程。

本书每章都包括：填空题、选择题和计算题。全书内容与现行多数工科大学物理教学大纲基本一致，选题得当、结构紧凑、难度适中，特别是对某些重点难点的内容进行有针对性的讲解。此外，本书还特别注意对读者解题的思路和方法进行指导，在每道题的结尾都有提示，切实注重培养读者分析问题和解决问题的能力。

本书由北京邮电大学理学院物理系编写，具体参加编写的人员有：杨树（力学）、张霞（静电场）、焦荣珍（稳恒磁场）、席丽霞（变化电磁场）、王凤英（热学）、韩利红（振动）、李朝阳（波动）、赵玉芳（光学）、芦鹏飞（近代物理）。

本系的于丽教授组织了该书的编写，提出了许多建议与意见。杨伯君教授、俞重远教授、王永钢教授、张小光教授、张茹教授和田贵花教授给予了许多帮助和支持，特此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，时间仓促，缺点和错误难免，恳请使用本书的师生批评指正，以便进一步修改，加以完善。

2005年12月

编　者

目　　录

第 1 章
质点运动学

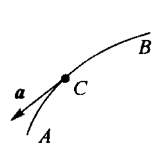
一、选择题

1. 质点作曲线运动,若 $\boldsymbol{r}$ 表示位矢,s 表示路程,$\boldsymbol{v}$ 表示速度,v 表示速率,a 表示加速度,a_t 表示切向加速度,则下列 4 组表达式中,正确的是: ( )

   A. $\dfrac{dv}{dt}=a$, $\dfrac{d|\boldsymbol{r}|}{dt}=v$　　B. $\dfrac{d|\boldsymbol{v}|}{dt}=a_t$, $\left|\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|=v$

   C. $\dfrac{ds}{dt}=v$, $\left|\dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right|=a_t$　　D. $\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\boldsymbol{v}$, $\dfrac{d|\boldsymbol{v}|}{dt}=a$

2. 质点沿轨道 AB 作曲线运动,速率逐渐减小,图中哪一种情况正确地表示了质点在 C 处的加速度? ( )



A.　　B.　　C.　　D.

3. 一质点沿 x 轴运动的规律是 $x=t^2-4t+5$(SI 制),则前 3 秒内它的 ( )

   A. 位移和路程都是 3 m　　B. 位移和路程都是 −3 m

   C. 位移是 −3 m,路程是 3 m　　D. 位移是 −3 m,路程是 5 m

4. 一质点的运动方程是 $\boldsymbol{r}=R\cos\omega t\boldsymbol{i}+R\sin\omega t\boldsymbol{j}$,$R$、$\omega$ 为正常数,从 $t=\pi/\omega$ 到 $t=2\pi/\omega$ 时间内,

   (1) 该质点的位移是 ( )

   A. $-2R\boldsymbol{i}$　　B. $2R\boldsymbol{i}$

   C. $-2\boldsymbol{j}$　　D. 0

   (2) 该质点经过的路程是 ( )

   A. $2R$　　B. πR

   C. 0　　D. $\pi R\omega$

5. 某物体的运动规律为$\frac{dv}{dt}=-kv^2t$,式中 k 为大于零的常数,当 $t=0$ 时,初速为 v_0,则速度 v 与时间 t 的关系为 ( )

A. $v=\frac{1}{2}kt^2+v_0$　　B. $v=-\frac{1}{2}kt^2+v_0$

C. $\frac{1}{v}=\frac{kt^2}{2}+\frac{1}{v_0}$　　D. $\frac{1}{v}=-\frac{kt^2}{2}+\frac{1}{v_0}$

6. 一质点从静止出发绕半径为 R 的圆周作匀变速圆周运动,角加速度为 α,该质点走完一圈回到出发点时,所经历的时间为 ( )

A. $\frac{1}{2}\alpha^2 R$　　B. $\sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}}$

C. $\frac{2\pi}{\alpha}$　　D. 条件不足,不能确定

7. 设抛射体的初速率为 v_0,抛射角为 θ_0,则其抛物线最高点的曲率半径为 ( )

A. ∞　　B. 0

C. v^2/g　　D. $v_0^2\cos^2\theta_0/g$

二、填空题

1. 一质点沿 x 轴运动,坐标与时间的变化关系为 $x=4t-2t^3$(SI 制),则 1 s 末到 3 s 末的位移为________,平均速度为________,平均加速度为________,3 s 末的瞬时加速度为________。

2. 某车的速率 v 和时间 t 的关系为 $v=\frac{20}{1+t}$ km/h,当车的速率减小到 4 km/h 时,车走过的路程为________,车走完 10 km 的路程所需时间为________。

3. 一质点在 x-y 平面内运动,其运动学方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}$。当 $t=$______s 时,质点的位矢与速度恰好垂直;当 $t=$______s 时,质点离原点最近。

4. AB 杆以匀速 $\boldsymbol{u}$ 沿 x 轴正方向运动,带动套在抛物线($y^2=2px$, $p>0$)导轨上的小环,如图 1.1 所示,已知 $t=0$ 时,AB 杆与 y 轴重合,则小环 C 的运动轨迹方程为________,运动学方程为________,________,速度为____________,加速度为________。

5. 试说明质点作何种运动时,将出现下述各种情况($v\neq0$):

(1) $a_t\neq0, a_n\neq0$;________________。

(2) $a_t\neq0, a_n=0$;________________。

(3) $a_t=0, a_n\neq0$;________________。

6. 一质点作半径为 0.2 m 的圆周运动,其角位置随时间的变化规律是 $\theta=6+5t^2$(SI 制)。在 $t=2$ s 时,它的法向加速度 $a_n=$________;切向加速度 $a_t=$________。

7. 点 P 在水平面内沿一半径为 $R=1$ m 的圆轨道转动,转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega=kt^2$,已知 $t=2$ s 时,质点 P 的速率为 16 m/s,则 $t=1$ s 时,质点 P 的速率与加速度的大小分别为________和________。

8. 一物体作如图 1.2 所示的斜抛运动,测得在轨道 P 点处速度大小为 v,其方向与水平方向成 30°角。则物体在 P 点的切向加速度 a_t = ______,轨道的曲率半径 ρ = ______________。

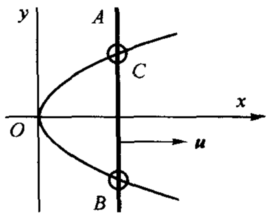


图 1.1

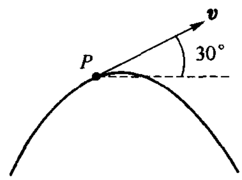


图 1.2

9. 轮船以 $v_1 = 18$ km/h 的航速向正北航行时,测得风是西北风,当轮船以 $v_2 = 36$ km/h 的航速改向正东航行时,测得风是正北风,则在地面上测得的风速为________,方向为________________。

10. 一小圆沿一大圆滚动,分别处于大圆的内侧、外侧和与大圆垂直。大、小圆的半径分别为 R、r,小圆的自转角速度为 ω,则 3 种情况下小圆绕大圆一周所用时间分别为__________,__________和__________。

三、计算题

1. 一质点以初速度 v_0 作直线运动,因受阻力作减速运动,加速度与速度的三次方成正比,试求质点速度和位移随时间的变化规律及速度随位置的变化规律。
2. 一细直杆 AB,长度为 l,竖直靠在墙壁上,B 端沿水平方向以速度 $\boldsymbol{v}$ 滑离墙壁,则当细杆运动到图 1.3 所示位置时,求细杆中点 C 的速度和加速度。
3. 如图 1.4 所示,在离水面高度为 h 的岸边,有人用绳子拉船靠岸,船在离岸边 s 距离处。当人以速率 v_0 匀速收绳时,试求船的速率和加速度大小并求绳上任一点的速度。

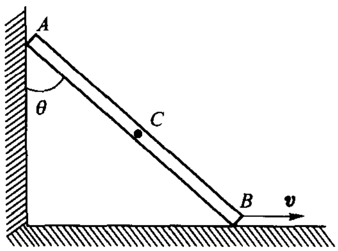


图 1.3

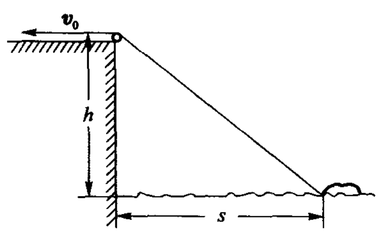


图 1.4

4. 一弹性球自静止竖直地落在斜面上的 A 点，下落高度为 $h=0.20\ \mathrm{m}$，斜面与水平夹角 $\theta=30°$，问弹性球第二次碰到斜面的位置 B 距 A 多远。设弹性球与斜面碰撞前后速度数值相等，碰撞时入射角等于反射角。

5. 一张致密光盘(CD)音轨区域的内半径 $R_1=2.2\ \mathrm{cm}$，外半径 $R_2=5.6\ \mathrm{cm}$，如图 1.5 所示，径向音轨密度 $N=650$ 条/毫米。在 CD 唱机内，光盘每转一圈，激光头沿径向向外移动一条音轨，激光束相对光盘是以 $v=1.3\ \mathrm{m/s}$ 的恒定线速度运动的。

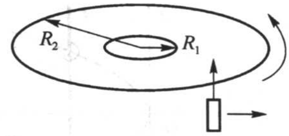


图 1.5

(1) 这张光盘的全部放音时间是多长？

(2) 激光束到达离盘心 $r=5.0\ \mathrm{cm}$ 处时，光盘转动的角速度和角加速度各是多少？

6. 一质点沿着半径 $R=64\ \mathrm{m}$ 的圆周以 $v_0=1\ \mathrm{m/s}$ 的初速行驶，其切向加速度与时间的关系为 $a_\mathrm{t}=\dfrac{1}{2\sqrt{t+1}}$，求 t 为多少秒时，总的加速度最小。

7. 点沿半径为 R 的圆轨道运动，其加速度方向与法线方向之间的夹角恒定为 60°。已知 $t=0$ 时，$\varphi=0$，$\omega=\omega_0$，求 $\varphi=\varphi(t)$。

8. 一人欲横渡 500 m 宽的江面，他的游泳速率(相对于水)为3 000 m/h，江水以 2 000 m/h 的速率流动着，此人若在岸上步行，速率为 5 000 m/h，求此人应取什么路径(游泳和步行相结合)，才可以使从出发点到达正对岸一点所用的时间最短？此时间为多长？

9. 一架飞机在确定的燃油消耗速率下无风时可以匀速 v 相对地面飞行，能飞出的最远距离为 L(要求能飞回)。现在飞机在风速为 u、方向为北偏东 α 度的风中飞行，而飞行的实际航行为北偏东 β 度，求在这种情况下飞机能飞出的最远距离是多少？(设燃油消耗速率不变)

答　案

一、选择题

1. B　2. C　3. D　4. (1) B　(2) B　5. C　6. B　7. D

二、填空题

1. $-44\ \mathrm{m}$；　$-22\ \mathrm{m/s}$；　$-24\ \mathrm{m/s^2}$；　$-36\ \mathrm{m/s^2}$
2. 32.19 km；　0.65 h
3. 3；　3
4. $y=\sqrt{2px}$；　$x=ut$；　$y=\sqrt{2put}$；　$u\boldsymbol{i}+\sqrt{\dfrac{pu}{2t}}\boldsymbol{j}$；　$-\sqrt{\dfrac{pu}{8}}\,t^{-3/2}\boldsymbol{j}$
5. 变速曲线运动；　变速直线运动；　匀速曲线运动
6. $80\ \mathrm{m/s^2}$；　$2\ \mathrm{m/s^2}$

7. 4 m/s;　$8\sqrt{5}$ m/s^2

8. $g/2$;　$\dfrac{2v^2}{\sqrt{3}g}$

9. 40.25 km/h;　东偏南 26°34′

10. $\dfrac{2\pi(R-r)}{\omega r}$;　$\dfrac{2\pi(R+r)}{\omega r}$;　$\dfrac{2\pi R}{\omega r}$

提示:根据伽利略变换知:小圆圆心的速度为 $v=\omega r$。

三、计算题

1.

设 $a=\dfrac{dv}{dt}=-kv^3(k>0)$,则

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^3}=\int_0^t -k\,dt;\quad -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{v^2}-\frac{1}{v_0^2}\right)=-kt$$

故

$$v=v_0\sqrt{\frac{1}{1+2kv_0^2t}} \tag{1.1}$$

由 $\dfrac{dx}{dt}=v_0\sqrt{\dfrac{1}{1+2kv_0^2t}}$,得

$$\begin{aligned}\int_0^x dx &= \int_0^t v_0\sqrt{\frac{1}{1+2kv_0^2t}}\,dt \qquad (\text{这里设 } t=0 \text{ 时}, x=0)\\ &= \int_0^{1+2kv_0^2t}\frac{1}{2kv_0}\sqrt{\frac{1}{y}}\,dy\\ &= \frac{1}{kv_0}\left(\sqrt{1+2kv_0^2t}-1\right)\end{aligned}$$

即

$$x=\frac{1}{kv_0}\left(\sqrt{1+2kv_0^2t}-1\right) \tag{1.2}$$

由式(1.1)和式(1.2),得

$$v=\frac{v_0}{1+kv_0x}$$

2.

由 $\boldsymbol{r}_C=\dfrac{\boldsymbol{r}_A+\boldsymbol{r}_B}{2}$,得

$$\boldsymbol{v}_C=\frac{\boldsymbol{v}_A+\boldsymbol{v}_B}{2}=\frac{1}{2}(v\boldsymbol{i}+y'\boldsymbol{j})$$

$$\boldsymbol{a}_C=\frac{\boldsymbol{a}_A+\boldsymbol{a}_B}{2}=\frac{1}{2}y''\boldsymbol{j}$$

由 $x^2+y^2=l^2$，得

$$2xx'+2yy'=0$$

即

$$y'=-\frac{x}{y}x'=-\operatorname{tg}\theta v \tag{1.3}$$

故

$$\boldsymbol{v}_C=\frac{v}{2}(\boldsymbol{i}-\operatorname{tg}\theta\boldsymbol{j})$$

$\boldsymbol{v}_C$ 的大小为 $v_C=\frac{v}{2}\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\theta}=\frac{v}{2\cos\theta}$，方向向右下方与水平方向成 θ 角。

由式(1.3)得

$$y''=-\frac{x'y-xy'}{y^2}x'=-\frac{vy+x\operatorname{tg}\theta v}{y^2}v=-\frac{v^2}{y\cos^2\theta}=-\frac{v^2}{l\cos^3\theta}$$

故

$$\boldsymbol{a}_C=-\frac{v^2}{2l\cos^3\theta}\boldsymbol{j}$$

其大小为 $\frac{v^2}{2l\cos^3\theta}$，方向竖直向下。

3.

先求船的速度和加速度，如图 1.6 所示。

由 $l^2=h^2+s^2$ 得 $2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，所以

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{l}{s}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=-v_0\frac{l}{s}=-v_0\sqrt{\frac{s^2+h^2}{s}}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-v_0\left(-\frac{v_0}{s}+\frac{v_0l^2}{s^3}\right)=-v_0^2\frac{h^2}{s^3}$$

现在求绳上任一点的速度，设此点的坐标为 (x,y)，到船和绳的上端距离分别为 l_2 和 l_1。

$$x=l_1\frac{s}{l};\quad y=l_2\frac{h}{l}$$

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-v_0\frac{s}{l}+\frac{l_1}{l}\left(-v_0\frac{l}{s}\right)+l_1s\frac{v_0}{l^2}=-v_0\left(\frac{s}{l}+\frac{l_1}{s}-\frac{l_1s}{l^2}\right)=-v_0\left(\frac{sl_2}{l^2}+\frac{l_1}{s}\right)$$

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0l_2h}{l^2}$$

注意到 $l_2=0$ 时即得到船的速度，与前面结果一致，并可进一步求出绳上任一点的加速度。

4.

设小球在 A 点反弹后的速度为 $\boldsymbol{v}_0$。以 A 点为坐标原点建立坐标系如图 1.7 所示。

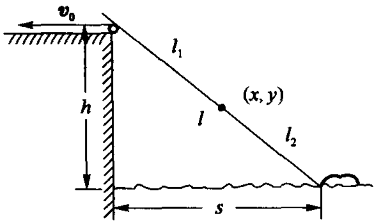


图 1.6

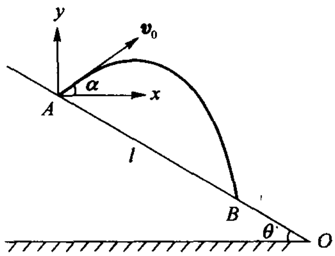


图 1.7

$\boldsymbol{v}_0$ 的大小 $v_0=\sqrt{2gh}$，与 x 轴的夹角 $\alpha=\frac{\pi}{2}-2\theta$。

小球反弹后作抛体运动，其轨迹方程为

$$y=x\,\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{1}{2}\cdot\frac{gx^2}{v_0^2\cos^2\alpha} \tag{1.4}$$

斜面满足方程

$$y=-\mathrm{tg}\,\theta x \tag{1.5}$$

将式(1.5)代入式(1.4)，得

$$-\mathrm{tg}\,\theta x=\mathrm{tg}\,\alpha x-\frac{1}{2}\cdot\frac{gx^2}{v_0^2\cos^2\alpha}$$

故

$$x=\frac{2v_0^2\cos^2\alpha}{g}(\mathrm{tg}\,\theta+\mathrm{tg}\,\alpha)=4h\sin^2 2\theta\cdot(\mathrm{tg}\,\theta+\mathrm{ctg}\,2\theta)$$

AB 间的距离为

$$l=\frac{x}{\cos\theta}=4h\,\frac{\sin^2 2\theta}{\cos\theta}(\mathrm{tg}\,\theta+\mathrm{ctg}\,2\theta)$$

当 $\theta=30°$时，有

$$l=8h\sin\theta=8\times0.20\times\frac{1}{2}=0.80\text{ m}$$

5.

(1) 设激光头到光盘中心的距离为 r，则在 $\mathrm{d}r$ 宽度内的音轨长度为 $2\pi rN\mathrm{d}r$，划过此长度所需时间为 $\mathrm{d}t=\frac{2\pi rN}{v}\mathrm{d}r$，故光盘全部放音时间为

$$T=\int\mathrm{d}t=\int_{R_1}^{R_2}\frac{2\pi rN}{v}\mathrm{d}r=\frac{\pi N}{v}(R_2^2-R_1^2)$$

$$=\frac{\pi\times650\times10^3\times(0.056^2-0.022^2)}{1.3}=4.16\times10^3\text{ s}=69.4\text{ min}$$

(2) 光盘的角速度为

$$\omega=\frac{v}{r}=\frac{1.3}{0.05}=26\text{ rad/s}$$

角加速度为

$$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=-\frac{v}{r^2}\cdot\frac{dr}{dt}=-\frac{v}{r^2}\cdot\frac{v}{2\pi rN}=-\frac{v^2}{2\pi Nr^3}=\frac{1.3^2}{2\pi\times650\times10^3\times0.05^3}$$
$$=-3.31\times10^{-3}\ \mathrm{rad/s^2}$$

6.

由 $a_t=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{1}{2\sqrt{t+1}}$得

$$\int_{v_0}^{v}dv=\int_0^t\frac{dt}{2\sqrt{t+1}}=\sqrt{t+1}-1$$

故

$$v=v_0+\sqrt{t+1}-1=\sqrt{t+1}$$

法向加速度为

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{t+1}{R}$$

总加速度满足

$$a^2=a_n^2+a_t^2=\frac{(t+1)^2}{R^2}+\frac{1}{4(t+1)}$$

加速度取极值需满足

$$\frac{da^2}{dt}=0$$

即

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{(t+1)^2}{64^2}+\frac{1}{4(t+1)}\right]=0$$

解得

$$t=7$$

易验证$\left.\dfrac{d^2a^2}{dt^2}\right|_{t=7}>0$,故 $t=7$ s时加速度取最小值。

7.

由题意知应分为质点作加速运动和减速运动两种情况。

当质点作加速运动时(如图 1.8 所示),有

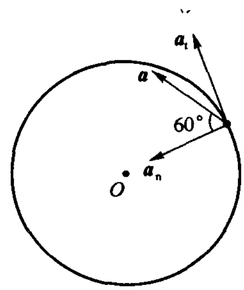


图 1.8

$$\frac{a_t}{a_n}=\mathrm{tg}\,60°=\sqrt{3}$$

即

$$\frac{R\alpha}{R\omega^2}=\sqrt{3};\quad \frac{d\omega}{dt}=\sqrt{3}\omega^2;\quad \int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\omega^2}=\int_0^t\sqrt{3}t$$

$$-\frac{1}{\omega}+\frac{1}{\omega_0}=\sqrt{3}t;\quad \omega=\frac{\omega_0}{1-\sqrt{3}\omega_0 t}$$

注意：ω 恒大于零，故 $t>\frac{1}{\sqrt{3}\omega_0}$ 时无意义。

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{\omega_0}{1-\sqrt{3}\omega_0 t}$$

$$\int_0^{\varphi}d\varphi=\int_0^t\frac{\omega_0 dt}{1-\sqrt{3}\omega_0 t}$$

$$\varphi=-\frac{\sqrt{3}}{3}\ln(1-\sqrt{3}\omega_0 t)\qquad\left(t\leqslant\frac{1}{\sqrt{3}\omega_0}\right)$$

当质点作减速运动时，有

$$\frac{a_t}{a_n}=-\sqrt{3}$$

同理得

$$\omega=\frac{\omega_0}{1+\sqrt{3}\omega_0 t}$$

此时 $t>0$ 时均有意义。

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{\omega_0}{1+\sqrt{3}\omega_0 t}$$

$$\varphi=\int_0^t\frac{\omega_0 dt}{1+\sqrt{3}\omega_0 t}=\frac{\sqrt{3}}{3}\ln(1+\sqrt{3}\omega_0 t)$$

8.

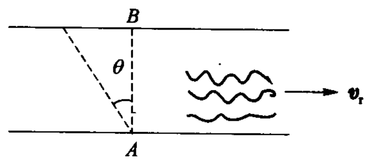


图 1.9

如图 1.9 所示，设江水流速为 v_r，人步行和游泳的速率分别为 v_w 和 v_s，人渡江时相对于江水的速度与 AB 的夹角为 θ。θ 的取值范围为 $-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$。人渡江所用时间为

$$t_s=\frac{l}{v_s\cos\theta}$$

人在对岸行走到 B 点所用时间为

$$t_w=\frac{t_s}{v_w}|v_r-v_s\sin\theta|=\frac{l}{v_w v_s\cos\theta}|v_r-v_s\sin\theta|$$

人从 A 点到达 B 点共用时间为

$$t=t_s+t_w=\frac{l}{v_s\cos\theta}\left(1+\frac{|v_r-v_s\sin\theta|}{v_w}\right)$$

为求 t 的最小值,对 θ 进行分段讨论:

当 $\sin\theta\leqslant\frac{v_r}{v_s}$时,有

$$t=\frac{l}{v_s\cos\theta}\left(1+\frac{v_r}{v_w}-\frac{v_s}{v_w}\sin\theta\right)$$

$$\frac{dt}{d\theta}=\frac{l}{v_s\cos^2\theta}\left[-\frac{v_s}{v_w}+\left(1+\frac{v_r}{v_w}\right)\sin\theta\right]=0\left(去除\ \theta=-\frac{\pi}{2}点\right)$$

故

$$\sin\theta=\frac{v_s}{v_w+v_r}=\frac{3\,000}{5\,000+2\,000}=\frac{3}{7};\quad \theta=25.4°$$

易验证$\frac{d^2t}{d\theta^2}>0$,故 $\theta=25.4°$为极小值点。

当 $\sin\theta>\frac{v_r}{v_s}$时,有

$$t=\frac{l}{v_s\cos\theta}\left(1+\frac{v_s}{v_w}\sin\theta-\frac{v_r}{v_w}\right)$$

$$\frac{dt}{d\theta}=\frac{l}{v_s\cos^2\theta}\left[\frac{v_s}{v_w}+\left(1-\frac{v_r}{v_w}\right)\sin\theta\right]>0\left(去除\ \theta=\frac{\pi}{2}点\right)$$

所以 $\theta=25.4°$是$-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$范围内的最小值点,以此角度渡江到达 B 点用时最短。

$$t_{\min}=\frac{500}{3\,000\times\cos 25.4°}\left(1+\frac{2\,000}{5\,000}-\frac{3\,000}{5\,000}\sin 25.4°\right)=0.21\text{ h}$$

9.

设飞机飞去和飞回时相对地面的速度分别为$\boldsymbol{v}_1$ 和$\boldsymbol{v}_2$,相对风的速度分别为$\boldsymbol{v}'_1$ 和$\boldsymbol{v}'_2$,则与 $\boldsymbol{u}$ 满足如图 1.10 所示的矢量三角形。由于$|\boldsymbol{v}'_1|=|\boldsymbol{v}'_2|=v$,故两三角形组成一等腰三角形,设其底角为 φ_0,由图可知:

$$v_1=u\cos(\alpha-\beta)+v\cos\varphi \tag{1.6}$$

$$v_2=v\cos\varphi-u\cos(\alpha-\beta) \tag{1.7}$$

注意到:

$$u\sin(\alpha-\beta)=v\sin\varphi$$

$$u^2\sin^2(\alpha-\beta)=v^2(1-\cos^2\varphi)$$

$$v\cos\varphi=\sqrt{v^2-u^2\sin^2(\alpha-\beta)} \tag{1.8}$$

设有风时飞机能飞出的最大距离为 s,则所需时间为

$$t=\frac{s}{v_1}+\frac{s}{v_2}$$

而飞机的最大飞行时间 $t_{\max}=\frac{2L}{v}$,则有

$$\frac{s}{v_1}+\frac{s}{v_2}=\frac{2L}{v} \tag{1.9}$$

将式(1.8)代入式(1.6)和(1.7),再将式(1.6)、(1.7)代入式(1.9),得

$$s\left[\frac{1}{u\cos(\alpha-\beta)+\sqrt{v^2-u^2\sin^2(\alpha-\beta)}}+\frac{1}{-u\cos(\alpha-\beta)+\sqrt{v^2-u^2\sin^2(\alpha-\beta)}}\right]=\frac{2L}{v}$$

故

$$s=\frac{(v^2-u^2)L}{v\sqrt{v^2-u^2\sin^2(\alpha-\beta)}}$$

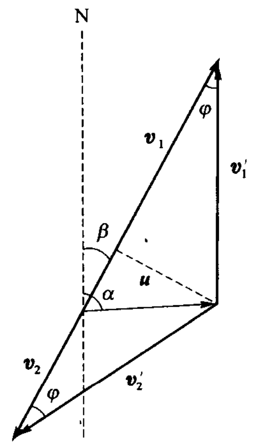


图 1.10

第 2 章
质点动力学

一、选择题

1. 如图 2.1 所示，质量相同的物体 A、B 用轻弹簧连接后，再用细绳悬挂，当系统平衡后，突然将细绳剪断，则剪断的瞬间有 ( )

   A. A、B 的加速度均为 g

   B. A、B 的加速度均为零

   C. A 的加速度为零，B 的加速度为 $2g$

   D. A 的加速度为 $2g$，B 的加速度为零

2. 一轻绳跨过一定滑轮，两端各系一重物，它们的质量分别为 m_1 和 m_2，且 $m_1 > m_2$(滑轮质量及一切摩擦均不计)，此时系统的加速度大小为 a，今用一竖直向下的恒力 $F = m_1 g$ 代替质量为 m_1 的重物，系统的加速度大小为 a'，则有 ( )

   A. $a' = a$　　B. $a' > a$

   C. $a' < a$　　D. 条件不足，无法确定

3. 质量为 0.25 kg 的质点，受 $\boldsymbol{F} = t\boldsymbol{i}$ 的力作用，$t = 0$ 时该质点以 $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{j}$ m/s 的速度通过坐标原点，该质点任意时刻的位置矢量是 ( )

   A. $2t^2\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j}$ m　　B. $\frac{2}{3}t^3\boldsymbol{i} + 2t\boldsymbol{j}$ m

   C. $\frac{3}{4}t^4\boldsymbol{i} + \frac{2}{3}t^3\boldsymbol{j}$ m　　D. 条件不足，无法确定

4. 如图 2.2 所示，质点从竖直放置的圆周顶端 A 处分别沿不同长度的弦 AB 和 AC($AC < AB$)由静止下滑，不计摩擦阻力。质点下滑到底部所需要的时间分别为 t_B 和 t_C，则 ( )

   A. $t_B = t_C$　　B. $t_B > t_C$

   C. $t_B < t_C$　　D. 条件不足，无法确定