

波雪兒微積分詳解

第三版

上册

Calculus
with **Analytic**
Geometry

PURCELL

曉園出版社

版權所有・翻印必究

中華民國六十七年九月初版
中華民國七十二年十月修訂版

波雪兒微積分詳解

上册定價：新台幣 140 元

下册定價：新台幣 150 元

原著者：PURCELL

譯著者：駱 效 宗

發行人：黃 旭 政

發行所：曉 園 出 版 社

臺北市永康街12巷2-3號

電話：(02) 394-9931 三線

郵撥：一九四五三號

門市部：台北市新生南路三段96號之三

電話：3917012 • 3947375

台北市重慶南路一段61號地下樓

電話：三一四九五八〇

印刷所：遠 大 印 刷 廠

臺北市武成街36巷16弄15號

出版登記：局版台業字第 1244 號

著作執照：台內著字第 號

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

波雪兒微積分詳解

(上 冊 目 錄)

第一章 引 介

1

1. 導論 1 / 2. 集合 1 / 3. 實數 5 / 4. 直線坐標與區間 8 / 5. 不等式 8 /
6. 絕對值 18 / 7. 歸納法 22 / 8. 複習習題 25

第二章 笛卡兒平面、函數

35

1. 直角坐標 35 / 2. 斜率與線段的中點 39 / 3. 平面坐標上的部份集合 45
/ 4. 直線 51 / 5. 平行和垂直線、圓 56 / 6. 方程式圖形畫法 62 / 7. 不等
式圖形 67 / 8. 函數 71 / 9. 特殊函數 79 / 10. 函數運算 85 / 11. 反函數 91
/ 12. 複習習題 96

第三章 極限和連續

1. 極限導論 104 / 2. 函數極限的定義 109 / 3. 極限定理 115 / 4. 單側極
限 120 / 5. 連續 125 / 6. 增量 133 / 7. 複習習題 138

第四章 導數

148

1. 曲線之切線 148 / 2. 瞬時速度 153 / 3. 導數 158 / 4. 導數的應用·速率
173 / 5. 導數和連續 182 / 6. 複習習題 191

第五章 代數函數的微分公式與應用

203

1. 多項式函數的導數 203 / 2. 函數積或商的導數 205 / 3. 合成函數的鏈
導法 210 / 4. 函數任意有理冪之導數 215 / 5. 高階導數 221 / 6. 隱微分
229 / 7. 切線和法線 234 / 8. 相對變率 240 / 9. 微分 245 / 10. 微分法求
線性近似 251 / 11. 反函數的導數 257 / 12. 複習習題 263

第六章 導數應用的推廣

272

1. 洛耳定理 272 / 2. 均值定理 278 / 3. 增函數和減函數 285 / 4. 直線運
動的速度和加速度 289 / 6. 局部極值二次導數之測定 296 / 7. 求極值
301 / 8. 極大和極小的應用問題 305 / 9. 經濟學的應用 318 / 10. 凹性
反曲點 323 / 11. $x \rightarrow \infty$ 的極限、漸近線 328 / 12. 圖形之描繪 334 / 13. 決
定 $f(x)=0$ 之根的牛頓法 340 / 14. 複習習題 347

第七章 反導數

358

2. 求反導數 358 / 3. 廣義的反導數冪公式 362 / 4. 某些反導數微分方程

式的應用 371

第八章 定積分

378

1.面積導論 378 / 2.和號 384 / 3.定積分 389 / 4.微分基本理論 394 /
5.定積分的性質 399 / 7.梯形法則求近似積分 405 / 8.複習習題 415

第九章 定積分的應用

421

1.平面面積 421 / 2.迴轉體的體積 427 / 3.利用柱形殼求體積 434 / 4.
功 440 / 5.液壓 445 / 6.弧長 451 / 7.迴轉體的表面積 455 / 8.平面區
域的形心 458 / 9.迴轉體的形心 473 / 10.經濟學的應用 477 / 11.複習習題
481

第十章 超越函數

490

1.自然對數函數 490 / 3.指數函數 500 / 4.底與 e 不同的指數和對數函
數 508 / 5.三角函數 514 / 7.三角函數的導數 519 / 8.反三角函數 528
/ 9.雙曲函數 535 / 10.反雙曲函數 542 / 11.複習習題 548

第一章 引 介

1.1

1.2

1 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 4, 5, 6\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 判定下列敘述的真偽：

- | | |
|------------------------|------------------------|
| (a) $3 \in A$; | (b) $1 \in C$; |
| (c) $2 \notin C$; | (d) $3 \notin B$; |
| (e) $B \subseteq A$; | (f) $C \subseteq A$; |
| (g) $C \subset A$; | (h) $4 \in A \cup C$; |
| (i) $6 \in B \cup C$; | (j) $4 \in A \cap C$; |
| (k) $6 \in B \cap C$; | (l) $A \cap C = C$; |
| (m) $B \cap C = A$; | (n) $A \cup C = A$; |

解：(a) 真 (b) 偽
(c) 偽 (d) 真
(e) 偽 (f) 真
(g) 真 (h) 真
(i) 真 (j) 偽
(k) 偽 (l) 真
(m) 偽 (n) 真

2 $A = \{a, c, e\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$, $C = \{b, c, d\}$ 判定下列敘述的真偽：

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (a) $c \in A$ | (b) $a \in C$ |
| (c) $e \notin C$ | (d) $b \notin A$ |
| (e) $C \subseteq B$ | (f) $C \subset B$ |
| (g) $\phi \subset A$ | (h) $d \in A \cup C$ |
| (i) $c = A \cap C$ | (j) $c \in A \cap C$ |
| (k) $A \cup C = B$ | (l) $A \cup B = B$ |
| (m) $A \cap C = B$ | (n) $A \cap B = A$ |

解：(a) 真 (b) 偽
(c) 真 (d) 真
(e) 真 (f) 真
(g) 真 (h) 真

2 1-1, 1-2

- | | |
|-------|-------|
| (i) 偽 | (j) 真 |
| (k) 真 | (l) 真 |
| (m) 偽 | (n) 真 |

3 重寫下述各集合，以元素一一列出：

- (a) $\{x \mid x = 2n + 1, n = 1, 2, 3, 4\}$
 (b) $\{x \mid x = n^3, n = 2, 4, 5\}$
 (c) $\{x \mid x \text{ 爲正整數}, x^2 - 3x + 2 = 0\}$
 (d) $\{x \mid x^3 + 2x^2 - 8x = 0\}$

解：(a) $n = 1, 2, 3, 4$ 依次代入 $x = 2n + 1$

$$\therefore \{3, 5, 7, 9\}$$

(b) $n = 2, 4, 5$ 依次代入 $x = n^3$

$$\therefore \{8, 64, 125\}$$

(c) $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2) = 0$

$$\therefore \{1, 2\}$$

(d) $x^3 + 2x^2 - 8x = x(x^2 + 2x - 8)$

$$= x(x + 4)(x - 2)$$

$$= 0$$

$$\therefore \{2, 0, -4\}$$

4 以元素排列法重寫下列各集合：

- (a) $\{x \mid x = 2n, n = 1, 2, 3, 4, 5\}$
 (b) $\{x \mid x = 2n^2 - 1, n = 1, 2, 3, 4\}$
 (c) $\{x \mid x^2 - 9 = 0\}$
 (d) $\{x \mid 2x^3 - 3x^2 - 2x = 0\}$

解：(a) 以 $n = 1, 2, 3, 4, 5$ 依次代入 $x = 2n$

$$\therefore \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

(b) 以 $n = 1, 2, 3, 4$ 依次代入 $x = 2n^2 - 1$

$$\therefore \{1, 7, 17, 31\}$$

(c) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$

$$\therefore \{3, -3\}$$

(d) $2x^3 - 3x^2 - 2x = x(2x^2 - 3x - 2) = x(x - 2)(2x + 1) = 0$

$$\therefore \{0, 2, -\frac{1}{2}\}$$

5 以符號 $\{x \mid \dots\}$ 描述下列各集合：

(N 表正整數)

- (a) $\{3, 5, 7, 9, 11\}$
- (b) $\{4, 7, 10, 13, 16\}$
- (c) $\{2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$
- (d) $\{3, 9, 27, 81, 243, \dots\}$
- (e) $\{-2, 5\}$
- (f) $\{-1, 0, 7\}$

解：(a) $\{x \mid x = 2n + 1, n = 1, 2, 3, 4, 5\}$

(b) $\{x \mid x = 3n + 1, n = 1, 2, 3, 4, 5\}$

(c) $\{x \mid x = 2^n, n \in N\}$

(d) $\{x \mid x = 3^n, n \in N\}$

(e) $\because (x+2)(x-5) = 0$

$\therefore \{x \mid x^2 - 3x - 10 = 0\}$

(f) $\because (x+1)(x-0)(x-7) = 0$

$\therefore \{x \mid x^2 - 6x^2 - 7x = 0\}$

6. 以符號 $\{x \mid \dots\}$ 描述下列各集合：

(a) 正偶數所成的集合

(b) 正奇數所成的集合

(c) $\{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$

(d) $\{2, 5, 10, 17, 26, \dots\}$

(e) $\{2, 9\}$

(f) $\{0, 3, 4\}$

解：(a) $\{x \mid x = 2n, n \in N\}$

(b) $\{x \mid x = 2n - 1, n \in N\}$

(c) $\{x \mid x = n^2, n \in N\}$

(d) $\{x \mid x = n^2 + 1, n \in N\}$

(e) $\because (x-2)(x-9) = 0 \therefore \{x \mid x^2 - 11x + 18 = 0\}$

(f) $\because (x-0)(x-3)(x-4) = 0 \therefore \{x \mid x^3 - 7x^2 + 12x = 0\}$

7. $A = \{a, c, d, e, g\}$

$B = \{b, c, d, f\}$

$C = \{d, e, g\}$ 則

(a) $A \cup C$ (b) $B \cup C$

(c) $A \cap C$ (d) $B \cap C$

解：(a) $A \cup C = A = \{a, c, d, e, g\}$

1-1, 1-2

(b) $B \cup C = \{b, c, d, e, f, g\}$

(c) $A \cap C = C = \{d, e, g\}$

(d) $B \cap C = \{d\}$

$A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 6\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 則

(a) $A \cup (B \cap C)$

(b) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

(c) $A \cap (B \cup C)$

(d) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

解: (a)=(b) = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

c)=(d) = $\{1, 3, 4, 5\}$

9. $A = \{a, b, c, e, g\}$, $B = \{b, c, d, f\}$, $C = \{a, d, e, g\}$ 則

(a) $A \cup (B \cap C)$

(b) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

(c) $A \cap (B \cup C)$

(d) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

解: (a)=(b) = $\{a, b, c, d, e, g\}$

(c)=(d) = $\{a, b, c, e, g\} = A$

10. (a) 試證 $A \cap (A \cup B) = A$

(b) 試證 $A \cup (A \cap B) = A$

解: (a) $x \in A \cap (A \cup B) \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in (B \cup C)$

$$\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B)$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in A) \vee (x \in A \wedge x \in B)$$

$$\Leftrightarrow x \in A$$

$$\therefore A \cap (A \cup B) = A$$

(b) $A \cup (A \cap B) = (A \cup A) \cap (A \cup B)$

$$= A \cap (A \cup B) = A$$

11. 述明下列各敘述之真偽。如偽，述明其理由。

(a) 若 S 為集合， $\phi \subseteq S$ 。

(b) $\{3\} = 3$

(c) $0 = \phi$

(d) $\{0\} = \phi$

(e) $0 \in \phi$

解：(a) 真

(b) 偽， $\{3\}$ 表集合，3 為集合中之一元素。

(c) 偽， ϕ 集合中無元素，而 0 為集合中之一元素。

(d) 偽， ϕ 中無元素， $\{0\}$ 中有一元素 0。

(e) 偽， ϕ 中無元素。

12 若 A, B, C 為非空集合，下列何者敘述為真？何者為偽？若為偽，舉一反例說明。

(a) 若 $5 \in A$ ，且 $A \subseteq B$ ，則 $5 \in B$ 。

(b) 若 $5 \in A$ ，且 $A \in B$ ，則 $5 \in B$ 。

(c) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ 。

(d) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ 。

(e) $(A \cap B) \cup C = (A \cup B) \cap C$ 。

解：(a) 真

(b) 偽，若 $A = \{5, 2\}$ ， $B = \{\{5, 2\}, \{1, 3\}\}$ ，而 $5 \notin B$ 。

(c) 真

(d) 真

(e) 偽，設 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{3, 4, 5\}$ ， $C = \{2, 3, 4, 7\}$

而 $(A \cap B) \cup C = \{2, 3, 4, 7\}$ ，但 $(A \cup B) \cap C = \{2, 3, 4\}$

1-3

1 下列何者為有理數？

$\sqrt{4}$ ，2.718， $1 + \sqrt{2}$ ， $(1 + \sqrt{3})^2$ ， $(1 + \sqrt{5})$ ， $(1 - \sqrt{5})$ ， $7/13$ ，

$\sqrt{2}/(3\sqrt{2})$ ，0.3333...，-2.6666...，1.034034034...，

6.194073482090206...

解：有理數者為 $\sqrt{4}$ ，2.718， $\frac{7}{13}$ ， $\sqrt{2}/3\sqrt{2}$ ，0.3333...，-2.666...，

1.034034034...

2 將下列有理數表成分數（若要證明，自行將分子除以分母）

(a) 0.7777...

(b) 0.131313...

(c) -0.027027027...

(d) 0.037037037...

(e) 21.62037037037...（提示：因為 $21.62 = 2162/100$ ，所給予數

(f) 2.1794040... 等於 $2160/100 + x/100$ ，其中 $x = 0.037037037...$ ）

解：(a) $0.7777... = \frac{7}{9}$

$$(b) \quad 0.131313 \dots = \frac{13}{99}$$

$$(c) \quad -0.027027027 \dots = -\frac{27}{999} = -\frac{1}{37}$$

$$(d) \quad 0.037037037 \dots = \frac{37}{999} = \frac{1}{27}$$

$$(e) \quad 21.62037037037 \dots = \frac{2162}{100} + \frac{0.037037037 \dots}{100}$$

$$= \frac{2162}{100} + \frac{1}{100} \cdot \frac{37}{999} = \frac{2335}{108}$$

$$(f) \quad 2.1794040 \dots = \frac{2179}{1000} + \frac{40}{99000} = \frac{215761}{99000}$$

3. 下面各敘述是真或偽利用 1.3.5 證明

$$(a) \quad 2 < -20$$

$$(b) \quad 1 > -39$$

$$(c) \quad -3 < \frac{5}{9}$$

$$(d) \quad -4 > -16$$

$$(e) \quad \frac{6}{7} < \frac{34}{39}$$

$$(f) \quad -\frac{5}{7} < -\frac{44}{59}$$

解：(a) F ； $\because -20 - 2 = -22 < 0$

(b) T ； $\because 1 - (-39) = 40 > 0$

(c) T ； $\because \frac{5}{9} - (-3) = 3\frac{5}{9} > 0$

(d) T ； $\because -4 - (-16) = 12 > 0$

(e) T ； $\because \frac{34}{39} - \frac{6}{7} = \frac{4}{273} > 0$

(f) F ； $\because (-\frac{44}{59}) - (-\frac{5}{7}) = \frac{-13}{413} < 0$

4. 對正整數之集合 Z 及加法和乘法運算能否構成一個體？如果不能，是何項公理使 Z 不滿足？

解： Z 不能構成一體

$\because$ 由 $F7$ ， $xx = 1$ ，除 1 以外找不到 $x^{-1} \in Z$

例： $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ ，但 $\frac{1}{2} \notin Z$

5. 寫出下列各值：

$$(a) 0+0 \quad (b) 0 \cdot 0 \quad (c) \frac{0}{0}$$

$$(d) \frac{0}{8} \quad (e) \frac{8}{0} \quad (f) 0-0$$

解： (a) 0 (b) 0 (c) 未定義

(d) 0 (e) 未定義 (f) 0

6. $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, 試證明若 $b \neq 0$, 且 $d \neq 0$

則(a) $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \in \mathbb{Q}$;

(b) $\left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{c}{d}\right) \in \mathbb{Q}$

是否 $\left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right) \in \mathbb{Q}$?

解： $\because$ 有理數可用 $\frac{q}{p}$ 來表示 ($p \neq 0$, 且 p, q 為整數)

$\therefore a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, b, d 不為 0

$$(a) \therefore \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \quad \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$$

$$\therefore \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \in \mathbb{Q} \quad (\mathbb{Q} \text{ 具加法封閉性})$$

$$(b) \therefore \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, \quad \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$$

$$\therefore \left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{c}{d}\right) \in \mathbb{Q} \quad (\mathbb{Q} \text{ 具乘法封閉性})$$

又 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ 不一定屬於有理數

$$\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, \quad \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\therefore \text{若 } c = 0, \text{ 則 } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \notin \mathbb{Q}$$

$$\text{若 } c \neq 0, \text{ 則 } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$$

8 1-4, 1-5

7. 證明 1 的負 -1 為負數。

解：若 $-1 > 0$ ，則 $-(-1) < 0$ 即 $1 < 0$ 矛盾

故 $-1 < 0$

8. 試證有序體中之元素 x ，若 $x \neq 0$ ，則 $-x$ (x 的負) 可能為正或負，視 x 而定。

解：若 $x \neq 0$ ，則 $x > 0$ 或 $x < 0$

若 $x > 0$ ，則 $-x < 0$

若 $x < 0$ ，則 $-x > 0$

故 x 可能為正或負

1-4

1-5

1. 畫出下列區域或半線：

(a) $(-4, 1)$;

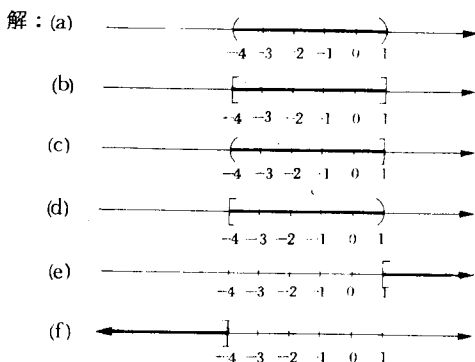
(b) $[-4, 1]$;

(c) $[-4, 1]$;

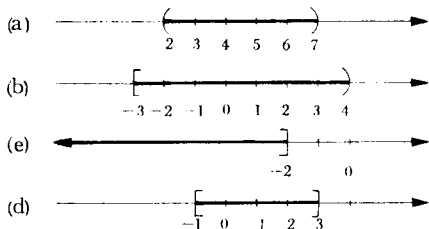
(d) $[-4, 1)$;

(e) $\{P : (x) \mid 1 \leq x\}$

(f) $\{P : (x) \mid x \leq -4\}$



2. 用第一題的符號描述下列區間。



解：(a) $(2, 7)$

(b) $[-3, 4]$

(c) $\{P : (x) \mid x \leq -2\}$

(d) $[-1, 3]$

3~30題，求各不等式的解集並繪其圖形。

3. $4x - 7 < 3x + 5$

解： $4x - 7 < 3x + 5$

$\Leftrightarrow x - 7 < 5$

$\Leftrightarrow x < 12$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid x < 12\}$



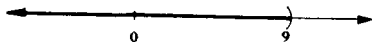
4. $2x + 16 < x + 25$

解： $2x + 16 < x + 25$

$\Leftrightarrow x + 16 < 25$

$\Leftrightarrow x < 9$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid x < 9\}$



5. $7x - 1 < 10x + 4$

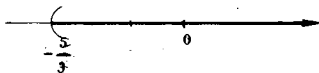
解： $7x - 1 < 10x + 4$

$\Leftrightarrow -1 < 3x + 4$

$\Leftrightarrow -5 < 3x$

$\Leftrightarrow -\frac{5}{3} < x$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid x > -\frac{5}{3}\}$



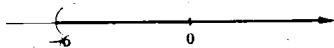
6. $6x - 10 > 5x - 16$

解： $6x - 10 > 5x - 16$

$\Leftrightarrow x - 10 > -16$

$\Leftrightarrow x > -6$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid x > -6\}$



7. $10x + 1 > 8x + 5$

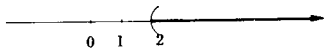
解： $10x + 1 > 8x + 5$

$10x - 8x > 5 - 1$

$2x > 4$

$x > 2$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid x > 2\}$



10 1-4, 1-5

8 $3x+5 > 7x+17$

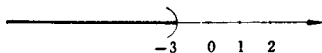
解: $3x+5 > 7x+17$

$5-17 > 7x-3x$

$-12 > 4x$

$-3 > x$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid x < -3\}$



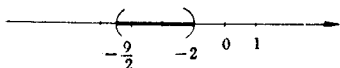
9 $-6 < 2x+3 < -1$

解: $-6 < 2x+3 < -1$

$\Leftrightarrow -6 < 2x+3$ 且 $2x+3 < -1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -9 < 2x & \Leftrightarrow -\frac{9}{2} < x \\ 2x < -4 & \Leftrightarrow x < -2 \end{cases}$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid -\frac{9}{2} < x < -2\}$



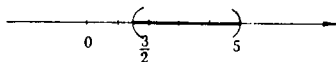
10 $-3 < 4x-9 < 11$

解: $-3 < 4x-9 < 11$

$\Leftrightarrow -3 < 4x-9$ 且 $4x-9 < 11$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 < 4x & \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x \\ 4x < 20 & \Leftrightarrow x < 5 \end{cases}$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid \frac{3}{2} < x < 5\}$



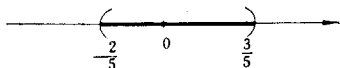
11 $-2 < 1-5x < 3$

解: $-2 < 1-5x < 3$

$\Leftrightarrow -2 < 1-5x$ 且 $1-5x < 3$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < -5x & \Leftrightarrow x < \frac{3}{5} \\ -5x < 2 & \Leftrightarrow x > -\frac{2}{5} \end{cases}$

$\therefore$ 解集合為 $\{x \mid -\frac{2}{5} < x < \frac{3}{5}\}$



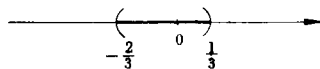
$$12. \quad 4 < 5 - 3x < 7$$

$$\text{解: } 4 < 5 - 3x < 7$$

$$\Leftrightarrow 4 < 5 - 3x \quad \text{且} \quad 5 - 3x < 7$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < -3x & \Leftrightarrow \frac{1}{3} > x \\ -3x < 2 & \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\therefore \text{解集合爲 } \{x \mid -\frac{3}{2} < x < \frac{1}{3}\}$$



$$13. \quad 2 + 3x < 5x + 1 < 16$$

$$\text{解: (i) } 2 + 3x < 5x + 1$$

$$1 < 2x$$

$$\frac{1}{2} < x$$

$$\text{(ii) } 5x + 1 < 16$$

$$5x < 15$$

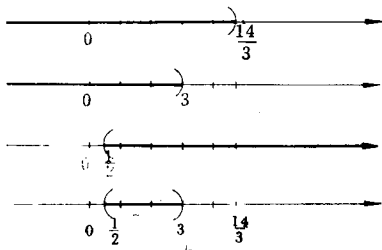
$$x < 3$$

$$\text{(iii) } 2 + 3x < 16$$

$$3x < 14$$

$$x < \frac{14}{3}$$

$$\therefore \text{(i) } \cap \text{ (ii) } \cap \text{ (iii): 得解集合爲 } \{x \mid \frac{1}{2} < x < 3\}$$



$$14. \quad 2x - 4 < 6 - 7x < 3x + 6$$

$$\text{解: (i) } 2x - 4 < 6 - 7x$$

$$9x < 10$$

$$x < \frac{10}{9}$$

$$\text{(ii) } 6 - 7x < 3x + 6$$

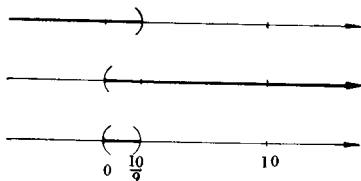
12 1-4, 1-5

$$0 < 10x$$

$$\therefore 0 < x$$

(i) $\cap$ (ii) 得解集為

$$\{x \mid 0 < x < \frac{10}{9}\}$$



15. $3x+6 < x+4 < 2x-1$

解: (i) $3x+6 < x+4$

$$2x < -2$$

$$x < -1$$

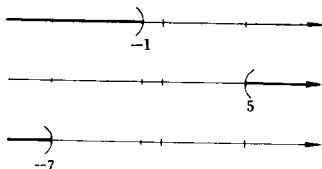
(ii) $x+4 < 2x-1$

$$5 < x$$

(iii) $3x+6 < 2x-1$

$$x < -7$$

$\therefore$ (i) $\cap$ (ii) $\cap$ (iii) 得解集為 ϕ



16. $-x-8 < 4x+1 < 3x-3$

解: (i) $-x-8 < 4x+1$

$$-9 < 5x$$

$$x > -\frac{9}{5}$$

(ii) $4x+1 < 3x-3$

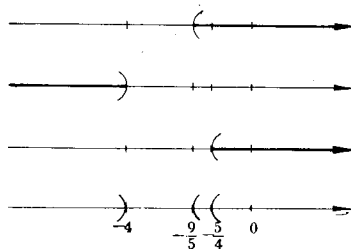
$$x < -4$$

(iii) $-x-8 < 3x-3$

$$-5 < 4x$$

$$-\frac{5}{4} < x$$

(i) $\cap$ (ii) $\cap$ (iii) 得解集為 ϕ



17. $\frac{1}{x} < 5$

解: 當 $x > 0 \Rightarrow \frac{1}{5} < x, x < 0 \Rightarrow \frac{1}{x} < 5 \Rightarrow x < 0$

