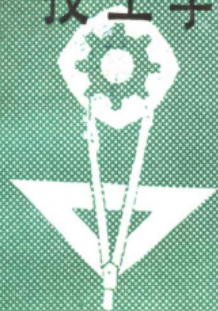


技工学校机械类通用教材

(第二版)



数 学

SHUXUE

机械工业出版社

技工学校机械类通用教材

数 学

(第 二 版)

技工学校机械类通用教材编审委员会 编



机械工业出版社

本书是根据1980年版修订的。

本书内容有：集合与函数，任意角的三角函数，两角和、两角差的三角函数，幂函数、指数函数、对数函数，复数，空间图形，直线的方程，二次曲线等共九章，考虑有些工种需要学习部分行列式，因此在附录内增加了相应行列式的知识，供需要时选学。

本书每章后面附有复习题，考虑到有些工种对数学知识要求较高，需要加强练习，因此本书又编写了《数学习题集》与本教材配套使用。

原参加本书编写的有倪志轩、凌林欣、丁克忠、徐人琴、陈志鹤同志，陈良国同志参加修改，并由王祖显、张志高、卢梦生、刘柱和、王槐铭、范培明六同志审稿。参加本书修订的有倪志轩、陈皓、徐义侠三同志，张绪润、郭愿生、风德润三同志审稿。

数 学

(第二版)

技工学校机械类通用教材编审委员会 编

责任编辑：俞逢英

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可出字第117号）

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ ·印张 $12\frac{3}{4}$ ·字数278千字

1980年5月北京第一版

1987年6月北京第二版·1987年6月北京第八次印刷

印数 1,480,201—1,530,200·定价：2.00元

统一书号：15033·4902

前 言

建国以来，我国的技工教育事业曾得到很大发展。技工学校的广大干部、教师辛勤劳动，努力工作，积累了不少教学经验，并编写过一套比较完整的技工学校教材，对保证教学质量、培训合格的技术工人，支援祖国的社会主义建设，发挥过积极的作用。

为了满足教学需要，不断提高技工学校的培训质量，加速实现我国的四个现代化，国家劳动总局和第一机械工业部委托上海市劳动局、上海市第一机电工业局负责全国机械类技工学校教材的编写工作。这次编写的教材共二十二种。计有：语文、数学、物理、化学、工程力学、机械基础、金属工艺学、电工与电子基础、机械制图、车工工艺学、钳工工艺学、铣工工艺学、磨工工艺学、刨工工艺学、铸工工艺学、锻工工艺学、木模工艺学、焊工工艺学、热处理工艺学、电工工艺学、冷作工艺学和工业企业管理基本常识。这套教学计划、教学大纲和教材，分别适用于二年制（招收高中毕业生）和三年制（招收初中毕业生）技工学校（其中数学，语文，物理，化学主要是供招收初中毕业生的学校使用的）。

在教学计划、教学大纲和教材的编写中，我们在坚持以生产实习教学为主的原则的同时，还强调了基本理论和基本技能的训练，注意了新技术、新工艺的吸收。在教学计划说明中，对各门课程的授课目的，提出了明确的要求，以便使这套教学文件能够更好地适应四个现代化的需要。

由于编写时间仓促，加之编写经验不足，这套教材可能尚存在不少缺点和错误，我们恳切地希望同志们提出批评指正，以便作进一步的修改。

技工学校机械类通用教材编审委员会

一九七九年五月

第二版说明

技工学校机械类通用教材，自一九八〇年出版发行后在技工学校的教学、工矿企业工人技术培训等方面，发挥了很大作用，取得了较好的社会效益。但也存在一些问题。按照培养目标的教学要求，主要是部分教材内容偏多偏深，其中个别章节还有一些差错，各课程之间的协调配合不够紧密。同时，近年来随着国家新的技术标准和法定计量单位制的颁布，原教材中采用的技术标准、计量单位制已不再适用，亟需对这套教材进行修订再版。为此，我们组织了这套教材第二版编审委员会，聘请各门课程的大多数原编者，并适当吸收了在教学第一线的教师担任编审工作，对技工学校机械类通用教材的文化、技术、专门工艺学等课进行了修订，以满足当前技工培训的需要。另外，我们还新编了《机械制图习题集》、《机械制图习题集解答》与《机械制图》配套使用；并将《电工与电子基础》改名为《电工基础》。

由于修订时间仓促，调查研究不够深入，收集意见不够全面，仍有可能存在不当之处，我们恳切地希望大家批评指正，以供再次修订时参考。

《技工学校机械类通用教材》

第二版编审委员会

一九八六年三月

目 录

前言

第二版说明

第一章 集合与函数	1
§ 1-1 集合的概念	1
一、集合与元素	1
二、子集	5
三、交集、并集、补集	6
§ 1-2 函数	11
一、常量、变量	11
二、函数	11
三、函数定义域的求法	13
四、函数关系的表示法	16
五、反函数	18
六、互为反函数的函数图象间的关系	20
§ 1-3 二次函数	23
一、二次函数的特征	23
二、函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象和性质	23
三、函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象和性质	26
四、二次函数的最大值和最小值	29
五、函数的奇偶性和单调性	33
§ 1-4 一元一次不等式组	37
一、一元一次不等式组及其解法	37
二、绝对值的不等式	40
§ 1-5 一元二次不等式及其解法	42

一、分解因式解法	42
二、利用一元二次方程求根公式解法	43
三、二次函数的图象解法	44
复习题	47
第二章 任意角的三角函数	57
§ 2-1 角的概念的推广、弧度制	57
一、角的概念的推广	57
二、弧度制	60
§ 2-2 任意角三角函数的定义与符号	63
一、任意角三角函数的定义	63
二、任意角三角函数的符号	71
§ 2-3 任意角三角函数值的求法	73
一、 $-\alpha$ 角的三角函数与 α 角的三角函数间的关系	73
二、 $(180^\circ \pm \alpha)$, $(360^\circ - \alpha)$ 角与 α 角的三角函数间的关系	75
三、任意角三角函数值的求法	80
四、接近于零的正角的正弦与正切的近似值	82
§ 2-4 直角三角形和斜三角形的解法	84
一、直角三角形的解法及其应用	84
二、斜三角形的解法及其应用	87
复习题	99
第三章 三角函数的图象和性质	108
§ 3-1 三角函数的图象和性质	108
一、正弦函数 $y = \sin x$ 的图象和性质	108
二、余弦函数 $y = \cos x$ 的图象和性质	112
三、正切函数 $y = \tan x$ 的图象和性质	113
四、正弦型函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质	116
§ 3-2 反三角函数及其图象	124
一、反三角函数的概念	124

二、反正弦函数	125
三、反余弦函数	129
四、反正切、反余切	132
复习题	134
第四章 两角和、两角差的三角函数	139
§ 4-1 两角和、两角差的正弦、余弦与正切	139
一、两角和、两角差的余弦与正弦	139
二、两角和、两角差的正切	144
§ 4-2 倍角与半角的三角函数	147
一、倍角的三角函数	147
二、半角的三角函数	150
§ 4-3 三角函数的积化和差及和差化积	155
一、三角函数的积化和差	155
二、三角函数的和差化积	158
复习题	162
第五章 幂函数、指数函数、对数函数	168
§ 5-1 幂函数	168
一、幂函数	168
二、幂函数的定义域和值域	168
三、幂指数是正整数的幂函数	169
四、幂指数是负整数的幂函数	171
§ 5-2 指数函数	172
一、指数函数	172
二、指数函数的图象和性质	172
§ 5-3 对数	176
一、对数	176
二、两种经常使用的对数	177
三、对数换底公式	178
§ 5-4 对数函数	181
一、对数函数	181

二、对数函数的图象和性质	181
复习题	185
第六章 复数	192
§ 6-1 复数的概念	192
一、虚数单位	192
二、复数	193
三、复数的相等与共轭复数	194
§ 6-2 复数的几何表示	195
一、用平面上的点表示复数	195
二、用平面矢量表示复数	196
§ 6-3 复数的四则运算	199
一、复数的加法和减法	199
二、复数的乘法和除法	201
§ 6-4 复数的三角形式及其运算	202
一、复数的三角形式	202
二、复数三角形式的运算	205
复习题	214
第七章 空间图形	220
§ 7-1 平面、平面的基本性质	220
一、平面的表示法	220
二、平面的基本性质	221
§ 7-2 空间两直线的位置关系	222
一、空间两直线的位置关系	222
二、空间平行直线	223
三、异面直线所成的角	225
§ 7-3 直线和平面的位置关系	226
一、直线和平面的位置关系	226
二、直线和平面平行的判定和性质	227
三、直线和平面垂直的判定和性质	231

四、 直线和平面所成的角	237
§ 7-4 平面和平面位置关系	243
一、 两个平面的位置关系	243
二、 平面和平面平行的判定和性质	243
三、 二面角和二面角的平面角	246
四、 平面和平面垂直的判定和性质	247
§ 7-5 棱柱、圆柱及其有关计算	250
一、 棱柱及其有关计算	250
二、 圆柱及其有关计算	257
§ 7-6 棱锥、圆锥及其有关计算	259
一、 棱锥及其有关计算	259
二、 圆锥及其有关计算	265
§ 7-7 棱台、圆台、球及其有关计算	269
一、 棱台及其有关计算	269
二、 圆台及其有关计算	274
三、 球及其有关计算	279
复习题	284
第八章 直线的方程	297
§ 8-1 坐标法	297
一、 有向线段	297
二、 平面直角坐标系	298
三、 两个重要公式	300
四、 直线的倾角和斜率	308
§ 8-2 曲线与方程	311
一、 曲线与方程的关系	311
二、 曲线与方程的两个基本问题	313
三、 由方程画出它的曲线	315
§ 8-3 直线方程的几种形式	317
一、 点斜式方程	317

二、 两点式方程.....	318
三、 直线的一般式方程.....	321
§ 8-4 两直线的关系.....	323
一、 两直线平行与垂直.....	323
二、 点到直线的距离.....	329
三、 两条直线的夹角.....	331
复习题	334
第九章 二次曲线	342
§ 9-1 圆.....	342
一、 圆的方程.....	342
二、 坐标轴的平移.....	347
§ 9-2 椭圆.....	350
一、 椭圆的定义和标准方程.....	350
二、 椭圆的性质和形状.....	352
§ 9-3 双曲线.....	359
一、 双曲线的定义和标准方程.....	359
二、 双曲线的性质和形状.....	361
§ 9-4 抛物线.....	369
一、 抛物线的定义和标准方程.....	369
二、 抛物线的性质和形状.....	371
复习题	378
附录 二阶和三阶行列式	386
§ 1 二阶行列式	386
一、 二阶行列式的概念	386
二、 用二阶行列式解二元一次方程组	388
§ 2 三阶行列式	390
一、 三阶行列式的概念	390
二、 用三阶行列式解三元一次方程组	394
复习题	395

第一章 集合与函数

§ 1-1 集合的概念

一、集合与元素

1. 什么叫集合?

我们来看下面一些例子:

- (1) 某技校一年级钳工甲班的全体学生;
- (2) 某工厂里的全部机床;
- (3) 大于 1 而小于 10 的偶数;
- (4) 1 到 5 的自然数;
- (5) 和点 A 等距的所有的点。

以上五个例子, 都是由许多“个体”组成的一个整体, 也就是说, 把一些具有共同特征的对象作为一个整体, 这个整体就是一个集合 (简称集)。组成某一集合的每一个对象, 都叫做这个集合的元素 (简称元)。

例如, 1 到 5 的自然数这个集合是由 1、2、3、4、5 这 5 个“个体”组成的一个整体, 这些“个体”的共同特征都是自然数, 且范围都在 1 到 5 之间, 因此, 1、2、3、4、5 就是这个集合的元素。

集合一般用大括号 $\{ \}$ 表示, 集合的元素就写在大括号的中间。例如:

大于 1 而小于 10 的偶数表示为: $\{2, 4, 6, 8\}$ 。

集合一般用大写字母 A 、 B 、 C 、 D ... 表示。

设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。3 属于集合 A , 7 不属于集合 A , 表示为: $3 \in A$, $7 \notin A$ 。符号 “ $\in$ ” 读作 “属于”, “ $\notin$ ” 读作 “不属于”。

集合中的元素必须是确定的。例如: “一年级钳工甲班中的聪明的学生”, 就不能构成一个集合, 因为聪明没有确定的标准, 而 “一年级钳工甲班中各门课程都在 90 分以上的学生” 就构成一个集合了。

集合中的元素, 可以不考虑它们排列的次序。例如:

某厂车间机床的集合 {车床, 刨床, 铣床} 也可写成 {刨床, 铣床, 车床}。

集合中同一个元素不能重复出现。例如:

4 的因数组成的集合是 {1, 2, 4} 不能写成 {1, 2, 2, 4}。

2. 集合的表示法 把集合中所有的元素一一列出, 写在大括号内, 这种表示方法叫**列举法**。例如: 15 的因数这个集合用列举法表示为: {1, 3, 5, 15}。

把集合中元素的共同特征描述出来写在大括号内, 这种表示方法叫**描述法**。例如: 1 到 1000 的自然数表示为: {1 到 1000 的自然数}, 也可表示为: $\{x | 1 \leq x \leq 1000, x \in N\}$, 我们规定 N 表示自然数的集合。

例 1 集合 {3, 6, 9} 用描述法表示。

解 $\{3, 6, 9\} = \{3x | x < 4, x \in N\}$ 。

例 2 集合 {2, 4, 8, 16, 32, 64, 128} 用描述法表示。

解 $\{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128\} = \{2^x | 1 \leq x \leq 7, x \in N\}$ 。

3. 集合的种类 按集合中所含元素的多少可分为有限

集合，无限集合，单元素集合和空集合。

集合中元素的个数是有限的，这样的集合叫**有限集合**（简称有限集）。例如： $\{\text{某车间所有的机床}\}$ ； $\{x | 1 \leq x \leq 5, x \in N\}$ 等。

集合中元素的个数是无限多个，这样的集合叫**无限集合**（简称无限集）。例如： $\{2x | x \in N\}$ ； $\{2^x | x \in N\}$ 等。

只有一个元素的集合叫**单元素集合**（简称单元素集）。例如： $\{0\}$ ； $\{1\}$ 等。

这里要注意： 0 与 $\{0\}$ 不同， 0 是一个集合的元素， $\{0\}$ 是一个只有一个元素 0 的单元素集合。

不含任何元素的集合叫**空集合**（简称空集），用符号 ϕ 表示。例如：某班级全体学生数学考试成绩都在70分以上，那么， $\{\text{某班级数学考试成绩不及格的学生}\} = \phi$ 。

空集 ϕ 与 $\{0\}$ 不同， ϕ 表示不含有任何元素的集合；而 $\{0\}$ 是含有一个元素 0 的集合。

4. 数集和点集

(1) **数集** 数的集合简称**数集**。 $1, 2, 3, 4, \dots$ 称为正整数或自然数，它们的全体构成的集合称为**正整数集**或称**自然数集**，用 N 表示。

$-1, -2, -3, -4, \dots$ 称为负整数，负整数的全体构成的集合称为**负整数集**。

正整数、负整数和 0 总称为整数。整数的全体构成**整数集**，用 J 表示。

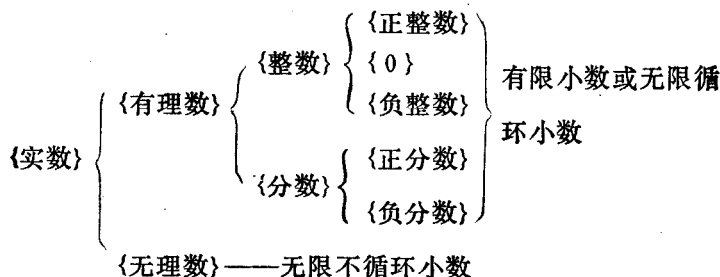
分数包括正分数和负分数。整数和分数总称为**有理数**。有理数的全体构成**有理数集**，用 Q 表示。

我们知道，有限小数或无限循环小数总可以化成分数，但是无限不循环小数就不能化成分数，这种不能用分数表示的

数称为无理数, 我们已经认识的无理数有 $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, π ...等。

有理数和无理数总称为实数, 实数的全体构成实数集, 用 R 表示。

现将各数集之间的关系表示如下:



(2) 点集 一个数可以和数轴上的一个点相对应, 因此, 数的集合可以和数轴上点的集合相对应, 点的集合简称点集。例如, 与数集 $\{2x | x < 8, x \in N\}$ 相对应的点集是图 1-1 数轴上用 $\odot$ 表示的点的全体。



图 1-1

(x, y) 对应的点集是直角坐标平面上的一个点。例如, $\{(x, y) | x + y = 0\}$ 对应的是直线 $x + y = 0$ 上所有的点 (如图 1-2)。

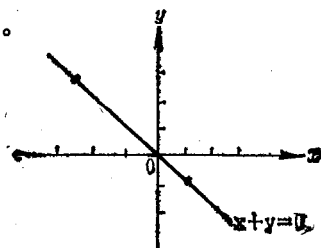


图 1-2

5. 解集 方程或不等式的解的集合叫做解集。

例3 写出方程 $x^2 + x - b = 0$ 的解集。

解 方程 $x^2 + x - 6 = 0$ 的解是 $x_1 = 2$, $x_2 = -3$ 。

所以解集是 $\{2, -3\}$ 。

例4 写出方程 $x^2 + 1 = 0$, $x \in R$ 的解集。

解 方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数集内没有解。

所以解集是 ϕ 。

例5 写出不等式 $x - 5 > 2$ 的解集。

解 解不等式 $x - 5 > 2$ 得 $x > 7$,

所以解集是 $\{x | x > 7, x \in R\}$ 。

二、子集

观察下面的集合:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

$$B = \{2, 4, 6\};$$

$$C = \{\text{全部英语字母}\};$$

$$D = \{a, b, c, d\}.$$

可以看到, 集合 B 的元素都是集合 A 的元素, 集合 D 的元素都是集合 C 的元素。

两个集合 A 与 B , 如果集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素, 那么集合 B 叫做集合 A 的子集, 表示为

$$B \subseteq A \text{ 或 } A \supseteq B$$

读作“ B 包含于 A ”或“ A 包含 B ”。

关于子集有以下三个性质:

1. 空集是任一集合的子集。即:

$$\phi \subseteq A$$

2. 任何集合都是它自己的子集。即

$$A \subseteq A$$