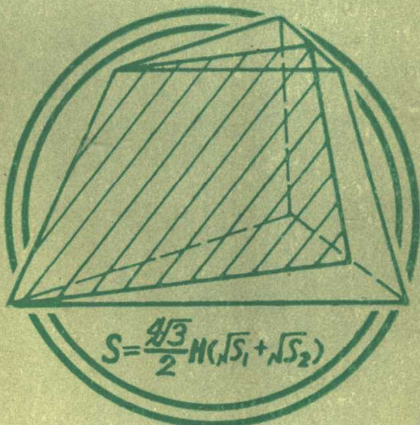
中专工科通用教材教学参考书

数学习题解集

第二册

株洲铁路电机学校数学教研组解



航空工业出版社

中专工科通用教材教学参考书

数 学 习 题 解 集

第二册

株洲铁路电机学校数学教研组　解

航 空 工 业 出 版 社

1 9 8 8

内 容 提 要

本套《习题解集》是工科中专数学教材编写组编、上海市中专数学教材编写组修订的中等专业学校教材工科专业通用《数学》第一、二、三、四册（高等教育出版社出版，1986年3月第2版）的习题的全解。它共有3132题，包含了代数、三角、立几、解几、微积分、微分方程、级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计方面的习题和各类中专数学教材中的基本习题。它既适合招收初、高中毕业生的工科中专师生参考，也适合招收初、高中毕业生的其它各类中专、职工中专、函授中专的师生、自学中专数学者参考。

中专工科通用教材教学参考书

数学习题解集

第二册

株洲铁路电机学校数学教研组　解

航空工业出版社出版发行
（北京市和平里小关东里14号）
全国各地新华书店经销
湖南师范大学印刷厂印刷

1988年12月第1版　1988年12月第1次印刷
787×1092毫米 1/32　印张：8.25
印数：1—10000　字数：197千字
ISBN 7-80046-107-6/G·010
定价：2.10元

说　　明

本套《习题解集》是工科中专数学教材编写组编、上海市中专数学教材编写组修订的中等专业学校教材工科专业通用《数学》第一、二、三、四册（高等教育出版社出版，1986年3月第2版）的习题的全解。

本套《习题解集》的前身，是它的油印本。油印本内部发行后，受到广大中专数学教师、学习中专数学者的欢迎和好评，既纷纷要求购买、出版，又诚挚地为油印本的修订提出了宝贵的意见。为了不负众望，方决心认真修订，出版。但由于水平所限，时间仓促，错漏一定不少，恳请广大读者批评，指正。

全套《习题解集》共3132题，均由株洲铁路电机学校数学教研组的教师演解，修订。第一册的第一、二、三、四、五、六章，第三册的第十四章，第四册的第二十一章的习题(共1138题)由万权科解；第二册，第三册的第十五、十六章的习题(共762题)由唐本善解；第一册的第七、八章，第三册的习题19——7至复习题十九，第四册的习题22——1至习题22——9的习题（共435题）由屈宏香解；第三册的第十七、二十章，第四册的复习题二十二、第二十四章的习题（共408题)由张伟明解；第三册的第十八章，第四册的第二十三章的习题(共269题)由黄晓津解；第三册的习题19——1至19——6的习题（共72题）由蒋明瑞解；第四册的第二十五章的习题(共48题)由廖桢卿解；第一、三、四册的大部份图形由黄晓津绘制；发稿前，段亚东对稿件进行了检校。教研组长万权科是本套《习题解集》的组织者。

全套《习题解集》由湖南师范大学数学系副主任李求来副教授主审，由湖南省中专数学教研会理事长、省化学工业学校副校长彭仲武高级讲师推荐出版。

在演解、修订、出版本套《习题解集》的过程中，得到我校校领导、教务科领导、师生员工和兄弟学校的领导、同行们的大力支持和鼓励。在此，向他们和为油印本付出过辛勤劳动的师生员工、为油印本的修订提供过宝贵意见的同行表示衷心的感谢。

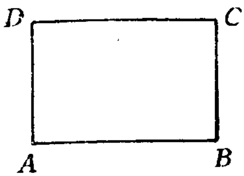
株洲铁路电机学校数学教研组

一九八八年九月八日

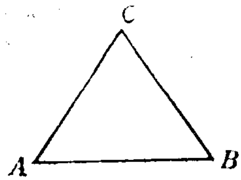
目　录

习 题 9—1

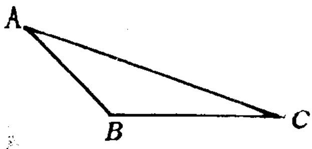
1. 在水平平面内作下列各已知平面图形的直观图，并说明作图步骤：



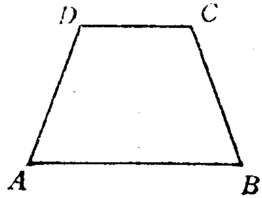
（1） 矩形；



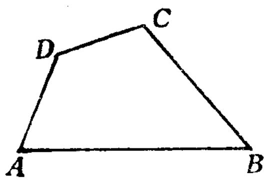
（2） 等腰三角形；



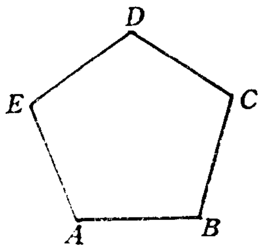
（3） 钝角三角形；



（4） 等腰梯形；



（5） 任意四边形；



（6） 正五边形；

解

（1）作图步骤：①在平面α（没画出）内画水平线段 A_1B_1，使 $A_1B_1=AB$。

② 作 $\angle B_1A_1D_1=45°$，并且取 $A_1D_1=\frac{1}{2}AD$。

③ 作$D_1C_1 \parallel A_1B_1$，并且取$D_1C_1 = A_1B_1$。

④ 连结B_1C_1，则$\square A_1B_1C_1D_1$就是矩形$ABCD$的直观图（图1）。

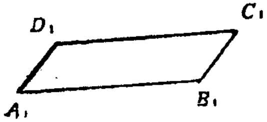


图1

（2）作图步骤：① 在等腰三角形的底边AB上作高CD。

② 在平面α（没画出）内画水平线段A_1B_1，使$A_1B_1 = AB$。

③ 在A_1B_1上取中点D_1，作$\angle B_1D_1C_1 = 45°$，并且取$C_1D_1 = \frac{1}{2}CD$。

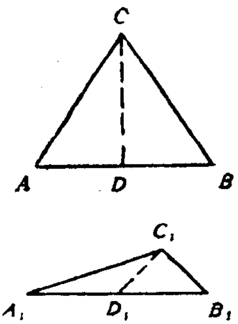


图2

④ 分别连结A_1C_1和B_1C_1，则$\Delta A_1B_1C_1$就是等腰ΔABC的直观图（图2）。

（3）作图步骤：① 作钝角形的边BC的高AD。

② 在平面α（没画出）内画水平线段B_1C_1，使$B_1C_1 = BC$。

③ 延长C_1B_1到D_1，并且$B_1D_1 = BD$。作$\angle A_1D_1B_1 = 45°$，并且取$A_1D_1 = \frac{1}{2}AD$

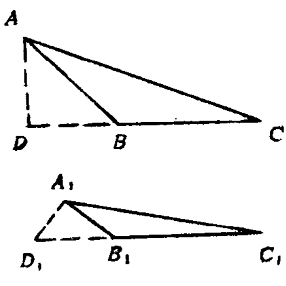


图3

④ 分别连结A_1C_1和A_1B_1，则$\Delta A_1B_1C_1$就是钝角ΔABC直观图（图3）。

（4）作图步骤：① 作等腰

梯形的高DE。

② 在平面α(没画出)内画水平线段A_1B_1，使$A_1B_1=AB$。

③ 在A_1B_1上取$A_1E_1=AE$，作$\angle D_1E_1B_1=45°$，并且取$D_1E_1=\frac{1}{2}DE$。

④ 过D_1作$D_1C_1 /\!/ A_1B_1$，并且取$D_1C_1=DC$。

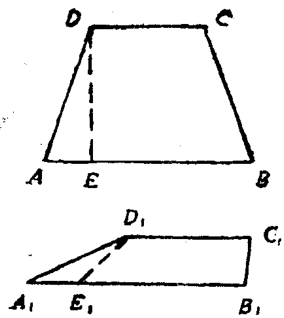


图 4

⑤ 分别连结A_1D_1和B_1C_1，则梯形$A_1B_1C_1D_1$就是等腰梯形$ABCD$的直观图（图 4 ）。

（5）作图步骤：① 分别过点C、D作AB的垂线CF和DE，交AB于F、E。

② 在平面α（没画出）内画水平线段A_1B_1，使$A_1B_1=AB$。

③ 在A_1B_1上取$A_1E_1=AE$，$B_1F_1=BF$，分别作$\angle C_1F_1B_1=45°$，$\angle D_1E_1B_1=45°$，并且分别取$C_1F_1=\frac{1}{2}CF$，$D_1E_1=\frac{1}{2}DE$。

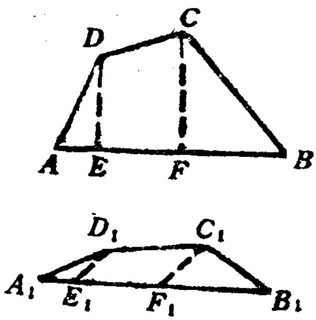


图 5

④ 分别连结A_1D_1，B_1C_1，C_1D_1，则四边形$A_1B_1C_1D_1$就是任意四边形$ABCD$的直观图（图 5 ）。

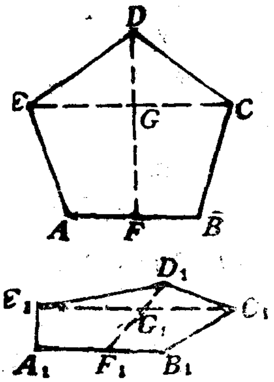


图 6

（6）作图步骤：① 连结CE，过D点作CE的垂直平分线交CE于G，交AB于F，则DF也垂直平分AB。

② 在平面α(没画出)内画水平线段A_1B_1，使$A_1B_1=AB$。

③ 取A_1B_1的中点F_1，作$\angle D_1F_1B_1=45°$，并且取D_1F_1 $\frac{1}{2}DF$，$D_1G_1=\frac{1}{2}DG$。

④ 过G_1点作$E_1C_1 \parallel A_1B_1$，并且取$E_1G_1=EG=CG=C_1G_1$。

⑤ 分别连结A_1E_1，B_1C_1，C_1D_1，D_1E_1，则五边形$A_1B_1C_1D_1E_1$就是正五边形$ABCDE$的直观图（图 6 ）。

2．回答下面的问题：

（1）一条线段在一个平面内，这条线段的延长线是否也一定在这个平面内？

（2）“三点确定一个平面”的说法对吗？

（3）三包形、梯形是否为平面图形？

（4）一条直线是否可以确定一个平面？

（5）三条直线相交于一点，最多能确定几个平面？

（6）空间有四个点，它们中间的任意三点都不在一条直线上，这样的四个点能确定多少个平面？

（7）空间三条直线两两平行，且不在同一个平面内，这样的三条直线能确定几个平面？

答 （1）是。（依公理 1 ）（2）不对。（依公理 3 ）

(3) 是。(依公理 3 及推论 3)(4) 否。

(5) 最多能确定三个平面。

(6) 能确定四个平面。(7) 能确定三个平面。

3. 证明：如果一条直线和两条平行线相交，那末这三条直线共面。

已知　$m \parallel n$，$l \cap m = A$，$l \cap n = B$。

求证　l、m、n共面。

证

如图 7 所示，∵　$m \parallel n$，

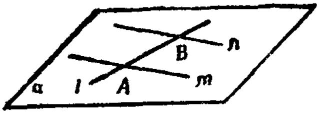


图 7

∴　m、n可确定平面 α。

∵　$A \in m$，$B \in n$，

∴　过A、B的直线 $l \subset \alpha$。即证l、m、n共面。

4. 过已知直线外的一点，向这条直线上的三个定点分别连结三条线段，试证这三条线段共面。

已知　P在l外，A、B、$C \in l$。

求证　PA、PB、PC共面。

证

如图 8 所示，∵　$PA \cap l = A$，

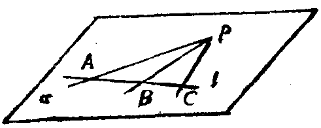


图 8

∴　PA与l可确定平面 α。

∵　B、$C \in l$，

∴　B、$C \in \alpha$。

故PA、PB、PC共面于α内。

5. 四条线段依次首尾相接，所得的封闭图形一定是平面图形

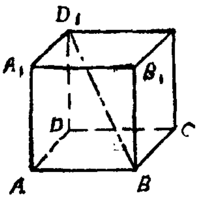
吗？为什么？

答　不一定。

因为每两条相交线段可以确定一个平面，而所确定出的四个平面不一定重合。

习　题　9——2

1．在如图所示的正方体里，指出哪些棱与AA_1是异面直线？又哪些棱与对角线BD_1是异面直线？



（第1题图）

答　与AA_1是异面直线的棱有：BC，B_1C_1，CD，C_1D_1；与对角线BD_1是异面直线的棱有：AA_1，AD，B_1C_1，CC_1，CD，A_1B_1。

2．回答下列的问题：

（1）分别在两个平面内的两条直线一定是异面直线吗？

（2）空间两条不相交的直线一定是异面直线吗？

（3）一条直线和两条异面直线相交，一共可以确定几个平面？

（4）垂直于同一直线的许多空间直线，它们是否一定平行？

答　（1）不一定。　（2）不一定。

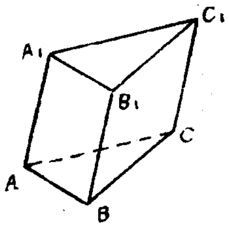
（3）两个平面。　（4）不一定。

3．如图，已知$BB_1 \perp\!\!\!= AA_1$，$CC_1 \perp\!\!\!= AA_1$，并且AA_1，BB_1，CC_1不在同一平面内。求证：$\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$。

已知　$BB_1 \perp\!\!\!= AA_1$，$CC_1 \perp\!\!\!= AA_1$，且AA_1，BB_1，CC_1不共面。

求证　$\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$.

证



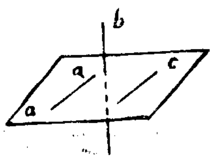
（第 3 题图）

$\because$　$BB_1 \underline{\parallel} AA_1$，$CC_1 \underline{\parallel} AA_1$，

$\therefore$　ABB_1A_1，ACC_1A_1，BCC_1B_1都是平行四边形，于是，$AB=A_1B_1$，$AC=A_1C_1$，$BC=B_1C_1$.

故$\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$.

4. 如图，已知直线$a \perp b$，$a \subset \alpha$，$c \subset \alpha$，直线$c \parallel a$. 求证$c \perp b$.



（第 4 题图）

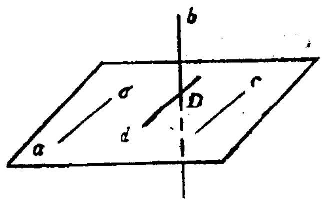


图 9

已知　$a \perp b$，$a \subset \alpha$，$c \subset \alpha$，$c \parallel a$.

求证　$a \perp b$.

证

如图 9 所示，$b \cap \alpha = D$，过D作$d \subset \alpha$，且$d \parallel a$.

$\because$　$c \parallel a$，　　$\therefore$　$c \parallel d$.

$\because$　$a \perp b$，　　$\therefore$　$d \perp b$，

即 d 与 b 所成的平面角正是异面直线 a 与 b 所成的角，也是 c 与 b 所成的角，故 $c \perp b$.

5. 在如图所示的正方体中，求下列各线段所成角的度数：

（1）AA_1和BC_1；　　（2）A_1B和BC_1；

(3) AC和A_1B.

解

如图10所示，分别连结A_1C_1，AD_1，CD_1.

(1) $\because \quad BC_1 \parallel AD_1$,

而AA_1与AD_1相交成45°角，

$\therefore \quad AA_1$与BC_1成45°角；

(2) $\because \quad A_1B=BC_1=A_1C_1$,

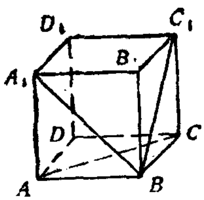
$\therefore \quad A_1B$与BC_1成60°角；

(3) $\because \quad D_1C=D_1A=AC$,

$\therefore \quad AC$与D_1C成60°角.

而 $\quad A_1B \parallel D_1C$,

故AC与A_1B成60°角.



(第5题图)

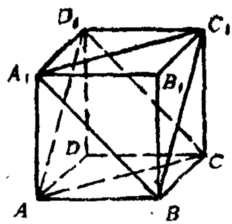


图10

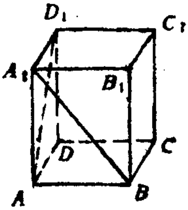
6. 在如图所示的长方体中，$AB=BC=3$厘米，$AA_1=4$厘米，求A_1B与AD_1所成角的度数.

解

如图11所示，分别连结A_1C_1及BC_1. 因为$BC_1 \parallel AD_1$，所以A_1B与AD_1所成的角即A_1B与BC_1所成的角θ.

$\because \quad AD_1=BC_1=BA_1$

$=\sqrt{3^2+4^2}=5$,



（第6题图）

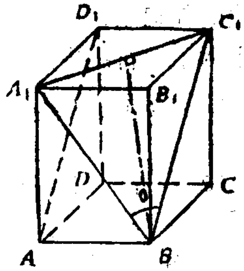


图11

$A_1C_1=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

$$\therefore\quad \sin\frac{\theta}{2}=\frac{\frac{1}{2}A_1C_1}{BC_1}=\frac{\frac{1}{2}3\sqrt{2}}{5}=\frac{3}{10}\sqrt{2}\ ,$$

$\theta\approx2\cdot25°6'15'=50°12'30''$.

即A_1B与AD_1成$50°12'30''$的角。

又解 $\because\quad \cos\theta=\dfrac{BA_1{}^2+BC_1{}^2-A_1C_1{}^2}{2\cdot BA_1\cdot BC_1}$

$$=\frac{5^2+5^2-(3\sqrt{2})^2}{2\cdot5\cdot5}=0.64.$$

$\therefore\quad \theta\approx50°12'30''$.

即A_1B与AD_1成$50°12'30''$.

习　题　9—3

1．回答下面的问题：

（1）如果一条直线平行于一个平面，这条直线是不是和这个平面内的所有直线都平行？

(2) 如果一条直线平行于另一条直线，是否它就和经过另一条直线的任何平面都平行？

(3) 如果两条平行线中的一条平行于一个平面，那末另一条是否也与这个平面平行？

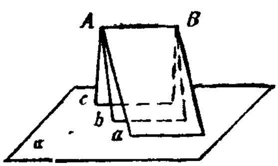
答 (1) 不是．(依性质定理)

(2) 否．如经过这两条直线的平面．

(3) 否．如另一条直线正好在这个平面内．

2．如图，已知$AB /\!/ \alpha$经过直线AB的三个不同平面分别和平面α相交于a，b，c．

求证：$a /\!/ b /\!/ c$．



（第 2 题图）

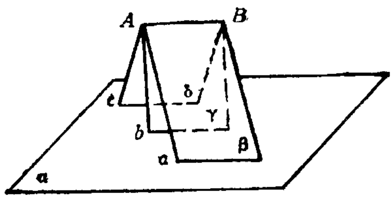


图12

已知 如图12所示，$AB /\!/ \alpha$，过AB的三个平面β，γ，δ、分别与α相交于a，b，c．

求证 $a /\!/ b /\!/ c$．

证

$\because$ $AB /\!/ \alpha$，

而 $AB \subset \beta$，$a \subset \beta$，$a \subset \alpha$，

$\therefore$ $a /\!/ AB$．

同理，$b /\!/ AB$，$c /\!/ AB$．

即证$a /\!/ b /\!/ c$．

3．如图，已知 a 和 b 是两条异面直线，$b \subset \alpha$，$a \subset \beta$，且 $a /\!/ \alpha$，$\alpha \cap \beta = c$．求证：b和c所成的角就是异面直线a和b所成的角．