INTERMEDIATE ELEMENTARY MATHEMATICS

by W. H. Hsiang

中级基础数学

项文涵 著

上海科学技术文献出版社

INTERMEDIATE ELEMENTARY MATHEMATICS

by W. H. Hsiang

中级基础数学

项文涵　著

上海科学技术文献出版社

(沪) 新登字 301 号

INTERMEDIATE ELEMENTRAY MATHEMATICS

中级基础数学

项文涵　著

*

上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市武康路 2 号　邮政编码 200031)

上海科学技术文献出版社昆山联营厂印刷

*

开本 787 × 1092 1/16　印张 23　字数 589,000

1994 年 4 月第 1 版　　1994 年 4 月第 1 次印刷

印数：1–400

ISBN 7-5439-0497-7/O·097

定　价：48.00 元

中級基础数学

蘇步青題

作者简介

项文涵，祖籍中国浙江省瑞安县，1954年出生于台湾。1976年毕业于美国柏克莱大学，1980年获美国俄亥俄州立大学数学硕士学位，后在美国路易斯安那州立大学通过博士资格与语言考试。曾任俄亥俄州立大学数学系助教，台湾淡江大学数学系讲师。1986年移居加拿大，即从事著书及研究工作。1992年受中国科技大学聘任教授，但不幸因病未能成行，旋即逝世于加拿大，年仅38岁。其遗作除《中级基础数学》外，尚有《基础数学论文集》一书及40余篇论文未出版。

代　　序

本书的目的，如著者自序中言及，是提供给从事中学数学教育的老师、科学工作者、对数学有兴趣的人士以及有志将来从事数学研究的学生们的一种可常置左右有参考价值的读物。内容自欧几里得几何学开始，叙述主要定理，其证明及有关应注意诸事项，包括方程式论、微积分、级数论、整数论、集合论和点集拓扑学的基础知识。

本书虽包罗广阔，但非节录或译集他书所成，其中包括不少诸多数学杂志中出现过的已知定理或问题的隽永解答，自然也包含了不少著者的创见。收容习题丰富，而且作了适当的分类。

本书是以英文为主体写成的，在适当的地方附有中文说明，致使体例上有些奇异感，著者说这是由于数学名词的中译非但不一致而且尚有值得商榷之处。另一方面可能是著者知道这十多年来中国来美国留学的学生们，初期对英文的数学名词都不熟识，甚至考试时因看不懂或者看错题目而吃大亏，希望为国内同学有机会接触英文数学书，提供一座桥梁，当亦为著述本书动机之一。

著者项文涵先生在台湾、美国两地受教育，亦在此两地教学多年，在实、泛函分析的分野发表过不少论文，原已决定于 1992 年秋回中国任教，在准备回国期间不幸得病去世，英年早逝，至深痛惜。本书非成于一年半载，但系于回国前完成，准备携回作教学之用，不幸持志而逝。读者只略翻阅本书，即可发现随处都有花费不少心血写成的痕迹。

最后要提醒读者的，本书除数学内容外，志在使读者习得数学的英语表现法，读者在觉得能理解自如，不需再查字典之后，尤望试图阅读进一步之英语数学书，学习其表达法，如认为通晓本书英语之后，则读写两方都能应付，这恐怕不是原著者的希望。

霍崇熙

于美国密执安州立韦恩大学

一九九三年一月

鸣 谢

本书的出版，使我可以告慰本书作者 —— 吾儿项文涵了。他若九泉有知，一定会高兴的。

他从小受其父亲项黼宸先生（已故原台湾中央研究院院士、知名数学家、中山奖及学术著作奖得奖人）的薰陶，他思路敏捷，天资聪慧，虚心好学，刻苦用功。早年于美国大学毕业，并获硕士学位后，即埋首于数学研究，苦苦探求追索，不畏清苦。在国外发表了 10 多篇论文。可惜他辛劳恙病，英年早逝，留下遗作《中级基础数学》和《基础数学论文集》及 40 余篇论文未及面世，令文涵儿抱恨终天。

依照吾儿临终时要将他的遗作在中国出版的遗愿，我从侨居地远涉重洋，返回祖国。承蒙上海市归国华侨联合会文化宣传部有关人士的帮助与支持，复旦大学数学系各位学者以及数学研究所《数学年刊》编辑部同仁的鼎力相助，悉心审稿和编排。特别是得到复旦大学名誉校长、中国科学院院士苏步青先生的关心，并为本书挥笔题书名；以及远在美国的数学家霍崇熙教授亲笔作序，使本书得以正式出版，让文涵儿终于有瞑目的一天。谨此深表谢意。

项王晓云

1993 年 9 月

作 者 原 序

数学自古有之，其发展划分为两个时期。以现代观点而言，希腊人与巴比伦人的几何学与代数学属离散型数学 (Discrete mathematics) 。自微积分发明后，才有明显的连续概念 (Concept of continuity) 。当今世界数学发展的主流为抽象或公理化数学 (Abstract or axiomatic mathematics) 。这种数学亦可称为学院派数学或形式数学 (Academic or formal mathematics), 因其充斥了符号，专有名词与艰深的观念，符合外行人对数学的想像。坦言之，这种数学徒具数学的形式，而不一定具有数学的真髓。评鉴数学发明有许多标准，好的发明或结果必定符合这些标准的一部分。并非抽象即可涵盖所有优点。如果说数学的构成元素只是抽象 (Abstraction) 、公设 (Axioms) 、证明 (Proof) 、估计 (Approximation 或 Computation), 则应至少再包含工具、图形、实际应用三元素。如果说数学的制造只是由假设 (Definition 或 Assumption 或 Hypothesis) 经过基本逻辑规则 (如 If $\cdots$ then, If and only if, Not 等) 的运算、计算和揉合已知结果到建立新结果的死板过程，那么数学将毫无活力，对人类毫无用处可言。由极小的灵感 (Idea) 或单一的结果而造成极其艰深繁琐的理论蔚为风尚。古人说“冰冻三尺非一日之寒” 。数学的发展亟思建立正确的方向。

这本书乃出于作者以上的觉悟。暂置理论的探索于一旁，而重温基础数学。所采取的结果绝不出自书籍或题目集，而是采取论文中简短、扼要而一针见血者。包括重要结果的简单证明，有趣问题的简单解答，古老方法的改良及许多崭新的结果。凡有作者创见或发现的结果，皆成论文而大部分未列入本书。每章并编列大量习题。这些习题都是各期刊上近年来所设计的问题、论文中的结果或例题、著名问题 (也出现在各章例题中) 、或作者自己想出来的问题。其特点为新颖，灵活，重了解与技巧。正文与习题都做简单的分类，便于读者阅读。作者希望本书不但对数学家的研究与教学有用，对其他专业人士 (如科学家，工程师或对数学有兴趣者) 也有参考的价值。

数学发展是人类心灵活动的一环。从基本的题材上，我们更能体会西方人思考的方式与形态。这是当今世界上有先进国与落后国的根本原因。西方的科学发轫于极早期，经过数千年的酝酿，演化与改进，才由希腊人的直观型数学发展成今天的形式。中、西方的早期科学差距不大，中国甚且超越于前。真正的差距是始于产业革命 (industrial revolution); 至今四百年，累积了大量的宝贵经验、构想、观念与技术。这是西方人领先世界的本钱。以上的体会在研究高深数学中即难得到，因为高深数学会使读者集中心力去读懂它，而无暇顾及其真髓。更有甚者，古人对自然界的观察远比现代人 (尤其是都市人) 更敏锐与仔细，而且对大自然有虔诚崇敬之心。不论是一草、一木，或深邃、神秘的星空，都有很多智慧的见解。现代人忙碌于无事之中，追逐于现实利益之际，是无法具有前人那种“无所为而为” 的胸襟与气度。

由于数学名词的中译非但不一致，而且值得商榷 * 。为了适合读者，本书的主体是用英文

写的，附上中文序言，目次，各章摘要与名词索引。习题解答附在书的最后，以使读者能先思考问题。本书纯为创作，而非翻译任何一本外文著作，再加上中文部分。

"实际需要 (或实践) 刺激创造发明"，否则岂非空中楼阁，无法验证 ** 。希望大家共勉，创造更有价值的数学。疏漏错误在所难免。希望专家读者不吝指正。

项文涵谨识

---

* 关于名词中译，请参阅第三章抛物线的讨论。投，抛，掷，丢四个字，似乎只有投是真正往上的动作。其余三个字都或多或少有向下或平行的动作。抛物线的原生体为开口向下 (此为中文译名的由来，所以投物线或许较恰当)，其余开口向上，向左或向右为衍生体。读者查阅字典，可以发现 Parabola 与 Parachute(降落伞) 有同样的字首 Para-，故两字应出同源。本书的名词中译以意译为主。

** 科学理论的验证在于其能准确预估 (自然的或社会的) 现象。举例来说，富氏级数 (Fourier series) 有悠久的历史，发展出许多复杂的收敛定理 (Convergence theorems) 。如果一不规则函数 (Non-regular function) 满足某一收敛定理的所有假设条件而其富氏级数却不收敛，则此收敛定理不具验证性。一般理论数学结果的验证性都很低。

注：本书取材于本世纪以来的基础数学论文。由于篇数过多且为了节省篇幅起见，不编列参考文献。有兴趣的读者可于著名期刊上找到论文原文或相关论文。本书包含摘要，数学结果与习题三部分，并绘制大量图形与利用工具 (直尺、圆规、分度器、电子计算机) 辅助读者了解数学。侧重于方法 (Methods) 与技巧 (Techniques) 俾使读者在各专业上有所应用。

Contents (目　次)