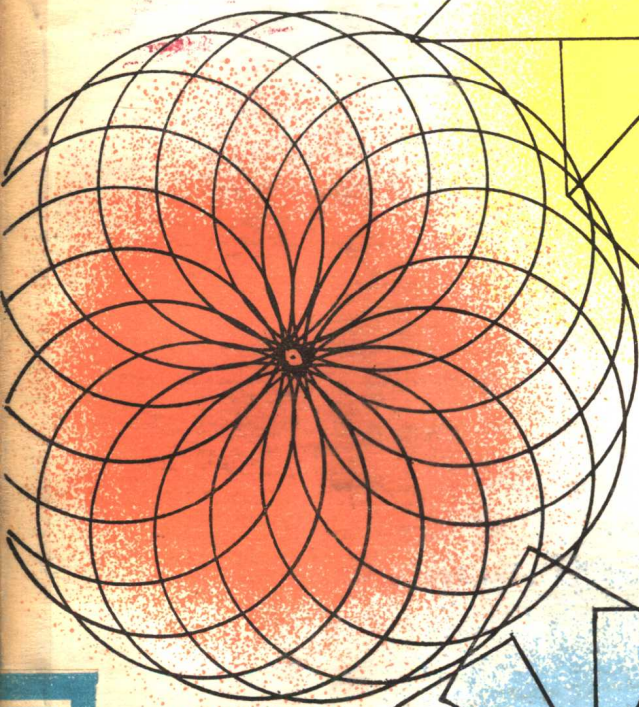


日本中学生数学丛书

9



几何与证明

日本中学生数学丛书 (9)

几何与证明

[日] 中束正立 著

布公译 马忠林 审校

吉林人民出版社

内 容 提 要

《几何与证明》一书是日本山梨大学教授横地 清主编的日本中学生数学丛书第9卷，内容有：图形的形成，平面的基本性质，关于顺序的性质，关于全等的性质、证明，平行线与直线图形、平行线和相似三角形、圆等八章。

作者用浅显易懂的语言、生动而又具有说服力的实例，详细地阐述了以上八个专题。这本书是广大中学数学教师在教学、备课、辅导中最适用的参考书，也是广大中学生及数学爱好者丰富自己数学知识的课外读物。

日本中学生数学丛书(9)

几 何 与 证 明

(日) 中束正立 著

布公 译 马忠林 审校

*

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行

长春新华印刷厂印刷

*

787 × 1092毫米32开本 4 $\frac{1}{2}$ 印张 72,000字

1981年7月第1版 1981年7月第1次印刷

印数：1—11,930册

书号：13091-65 定价：0.56元

编 者 的 话

数学是自然和社会现象一起发生和发展的。

例如，可以说物质的运动和变化，是产生函数的根源。情报的语言被使用，电子计算机已成为生活必须的东西了。在这方面，概率和新的代数在发挥作用。这套丛书也与自然和社会共同前进，希望读者能以学到活生生的数学。

另一方面，数学有它自己的体系，无论是数、方程式或几何，并不单纯是知识的罗列，而是一个具有逻辑性的体系。这套丛书将阐明这个体系，希望把它变成所有中学生自己的知识。

这套丛书，可以说不是用脑和手、而是用脚写成的。实际上，作者们每周每月都聚会在一起，与正在教课的教师们共同组成研究会，他们都是数学教育实践研究会的成员。共同讨论：学生应在什么地方下工夫？怎样组织使所有学生都能接受的教学内容等问题。讨论并在实践中把这些问题明确起来。可以说，它的成果就是这套丛书。从这个意义上来说，我想各位教师也起了重要作用。

横地 清

出版说明

为了解国外教学情况，我们组织翻译出版由日本山梨大学教授横地 清主编的一套中学生数学丛书共十二卷，它是日本中学生的数学课外读物。这套丛书是以近代数学的观点和方法，系统地阐述初等数学中的一些重要专题，对我国广大中学生和中学数学教师在理论上和思考分析问题的方法上均有参考价值。

共有十二名同志参加丛书翻译工作，由吉林师大数学系马忠林同志审校，从一九八〇年起陆续出版发行。

吉林人民出版社 一九八〇年元月

目 录

第一章 图形的形成

§ 1 图形的形成	1
(1) 脑中的映象	1
(2) 无形的图形	1
(3) 无粗细、无厚薄的图形	2
§ 2 图形与点的集合	2
(1) 集点成形	2
(2) 空间是点的集合	3
(3) 图	4

第二章 平面的基本性质 (关于结合的性质)

§ 1 基本作图和用语	5
(1) 在...上通过	5
(2) 任意的 取 连结	6
§ 2 关于结合的性质	7
(1) 点和直线	7

(2) 点和平面	8
(3) 点和空间	9
(4) 曲线上的直线	9
(5) 直线和平面	10
(6) 平面和平面	11
(7) 直线、平面和空间的区别	12

第三章 关于顺序的性质

§ 1 顺序	13
(1) 顺序	13
(2) 在...之间	14
(3) 线段	15
(4) 线段的延长, 同侧和异侧	15
§ 2 空间的分割	17
(1) 空间的分割	17
(2) 内部和外部	19
(3) 凸图形	22

第四章 关于全等的性质

§ 1 全等	24
(1) 全等	24
(2) 直线, 半直线的全等	24

§ 2	线段的全等	25
	(1) 线段的长度和两点间的距离	25
	(2) 线段的全等	27
	(3) 三角形的三边	30
§ 3	角的全等	32
	(1) 角的大小	32
	(2) 角的全等	32
§ 4	三角形的全等	36
	(1) 三角形的全等	36
	(2) 三角形的全等条件	36

第五章 证明

§ 1	命题	39
	(1) 命题	39
	(2) 定义和公理	39
§ 2	推理形式	40
	(1) 定理和证明	41
	(2) 三段论法	41
	(3) 命题的逆·否·对偶	42
	(4) 其他的推理形式	44
§ 3	证明	45
	(1) 等价关系	45

(2) 性质的整理和公理	48
(3) 直接证法与间接证法	52
(4) 关于全等定理的证明	54
(5) 关于轴对称	60
(6) 线段的垂直平分线	64

第六章 平行线和直线图形

§ 1 平行线	67
(1) 三角形的外角定理	67
(2) 三角形和平行线	68
(3) 平行线和平面的特征	69
(4) 同位角和错角	71
§ 2 平行线和直线图形	73
(1) 三角形	73
(2) 四边形	77
(3) 三角形的重心	82
(4) 平行线间的距离	84
§ 3 面积和勾股定理	85
(1) 面积	85
(2) 等积变形	88
(3) 勾股定理	88

第七章 平行线和相似三角形

§ 1 平行线和比	91
(1) 线段的相等分割和整数比	91
(2) 线段的等比分割和实数比	93
(3) 比和比例式	95
(4) 三角形两边的等比分割	96
§ 2 三角形的相似	98
(1) 三角形的相似	98
(2) 三角形的相似条件	99

第八章 圆

§ 1 圆	103
(1) 圆	103
(2) 弦和直径	104
(3) 圆的对称性	105
(4) 圆的全等	106
(5) 弧和圆心角	107
(6) 圆周角	110
§ 2 圆和直线	114
(1) 切线与割线	114
(2) 三角形的内切圆	117

(3) 弦和切线所成的角 (弦切角)	118
§ 3 两圆的位置关系	120
(1) 两圆的位置	120
(2) 由圆外一点引圆的切线	126

第一章 图形的形成

§1 图形的形成

(1) 脑中的映象

为了使房间宽敞,我们就要考虑怎样把桌子、衣橱等家俱布

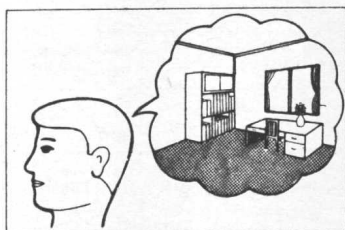


图 1

置得合理一些。这时,家俱所具有的所有性质中,形状、大小、位置三个方面被抽象出来反映到我们的头脑中,而家俱内部装些什么,以及制造家俱的材料等方面无需考虑。象这样,对于反映在人们头脑中的物体形象,只取其形状、大小、位置的差异,而不考虑其它性质时,这样的形象叫做图形。

(2) 无形的图形

在世界地图里,东京记以□,仙台记以○。这不说明东京形如□,仙台形如○。



图 2

这种标志只是用来指明东

京和仙台在地球上所在的位置，而□和○是区分首都和地方城市的标记，和图形毫无关系。这样，就产生了不考虑形状和大小，而只考虑位置的图形，叫做点。

(3) 无粗细、无厚薄的图形



图 3

道路或地面如果坑洼不平，或者桌面不平滑，既不方便又令人不愉快。在走路时，我们总是愿意选择近道笔直地前进。从这些问题中产生了面和线。平与不平，这只是面的形状问题，与厚度无关。对面来说，只考虑其广度而不考虑其厚度。直与不直是线的形状问题而与粗细无关。对线来说，只考虑其长度而不考虑其粗细。

§ 2 图形与点的集合

(1) 集点成形

自古以来，人们将好多星体归纳在一起，分别给以星座的名称。人们都将那些明亮耀眼的星星看做点，用线连结起来即成图形。

房屋是以柱和梁为骨架做成的。如将柱基或梁柱的结合处看作点，柱和梁看做线，则房屋的骨架即可看做是由点和线组成的图形。如果把墙壁或房顶看做面，则盖好的房屋就是由面所围成的图形。



图 4

(2) 空间是点的集合

在广告塔或电光揭示板里，安插着很多灯泡，灯亮之后，光束就无空隙地联结在一起，闪现出图形和文字，然而这并不是各个灯泡在移动，而是在同一位置上反复不停地一熄一亮。当夜幕降临之际，好象是

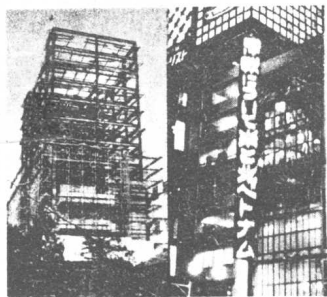


图 5

满天星光立即照射人间。但我们知道，早在日落之前，星体已经就在其所在位置的附近，并不是白天无星而夜晚骤然出现。与此相似地，空间是被只有位置的点无空隙地占满。

与广告塔或电光揭示板里用灯光去闪现图形和文字相类似，空间也用一定位置的点来表现，无空隙的点集合起来，可组成线或面。

如此说来，图形是占满空间之点集的一部分。

(3) 图

在一个平面上，按某种规律排列起来的点集，叫做平面图形。如果这些点并不都在同一个平面上，就叫做空间图形或立体图形。

图形用画在纸上的图来表示，这叫做作图。作图中的基本图形，如图6所示。

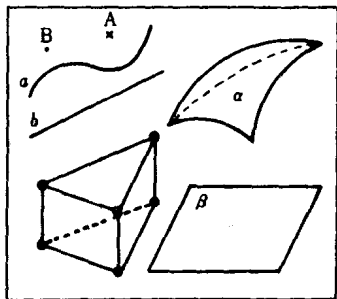


图 6

要象图6那样来表示点、

线、面，并分别做点A、点B、
线a、直线b、面 α 、平面 β 。

通常都用平行四边形来表示平面。

虽然图都是有一定范围的，
但直线应当看做可以向两端无限延伸，平面应当看做可以向四方无限延伸的。

在图里，凡被面所遮蔽的线、都要象图6那样画成虚线。

第二章 平面的基本性质 (关于结合的性质)

§1 基本作图和用语

(1) 在……上通过

在空间，用象拉紧的细线那样的线，将A、B两点连结起来，并且可以向两方一直任意延长，这样的图形叫**直线**。

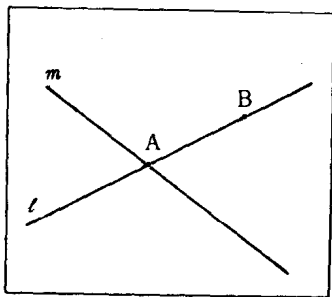


图 1

如果此直线命名为 l ，则点A、点B和直线 l 相互紧贴在一起而不能分离，这叫做直线包含着点，或者叫做点被直线所包含。

直线 l 包含点A与点B时，叫做 l 通过A、B，或A、B在 l 上，或A、B是 l 的点。过A、B的直线叫做直线AB。

直线 l 和直线 m 都包含点A时，叫做 l 和 m 共有A，或叫交于A，A叫做 l 和 m 的交点。

不在直线上的点叫做在直线外的点。图 1 里 B 是在 m 外的点。

以上所规定的术语，不仅适用于点和直线的关系上，对下述的情形依然适用。

图 2 里，点 Q 在平面 α 上。 Q 是 α 上的点。 α 通过点 Q 。 直线 l 在平面 β 上。 β 过 l 。

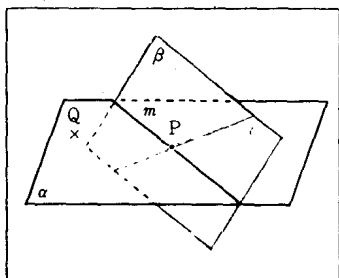


图 2

直线 l 和平面 α 共有一点 P 。 l 和 α 交于 P 。 P 是 l 和 α 的交点。

平面 α 和平面 β 共有一直线 m 。 α 和 β 交于 m 。 m 叫做 α 和 β 的交线。

Q 在直线 l 、直线 m 以及

平面 β 外。

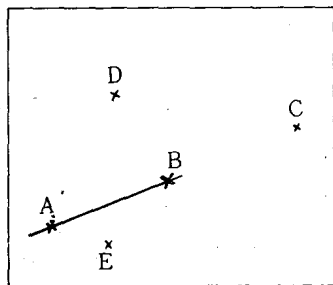


图 3

(2) 任意的 取 连结

对于图形的形状、大小、位置等无特殊的规定，可以随意画图时，叫做“任意地画一个三角形”或“任意取一点”等等。任意取定的点叫做“任意的点”。通常在叙述中，常