

北京市华罗庚学校奥林匹克系列丛书

设 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 都是正实数, 且 $(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$

$(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$

当且仅当 $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$ 时, 各式成立。

(3) 切比雪夫不等式

设 $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ 都是正实数, 且

$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n, b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$, 则

$a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \cdot \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n}$

最新高中数理化 常用手册

北京市华罗庚学校 编号

当 $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ 或 $b_1 = b_2 = \dots = b_n$ 时, 各式取等号。

(4) 排序不等式

设 $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ 都是正实数, 且

$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n, b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$, 则

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n \geq a_1 b_{j_1} + a_2 b_{j_2} + \dots + a_n b_{j_n} \\ \geq a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \dots + a_n b_1$$

其中 $j_1, j_2, \dots, j_n$ 是 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列, 当且仅当 $a_1 = a_2 = \dots = a_n$, 或 $b_1 = b_2 = \dots = b_n$ 时, 各式取等号。

(5) 闵可夫斯基不等式

北京市华罗庚学校

丛书

最新高中数理化 常用手册

北京市华罗庚学校编

主编：刘彭芝

中国大百科全书出版社

编者:北京市华罗庚学校

主编:刘彭芝

责任编辑:简菊玲

封面设计:郭健

版式设计:中文天地公司

出版发行:中国大百科全书出版社

(北京阜成门北大街17号 100037)

印刷:北京人民文学印刷厂

经销:新华书店总店北京发行所

版次:1997年8月第1版

印次:1998年1月第2次印刷

印张:14

开本:787×1092 1/32

字数:308千字

印数:10001—20000

ISBN 7-5000-5857-8/G·227

定价:19.80元

前 言

一本全面概括中学课程内容的袖珍手册，供随时快速查阅，对于教和学、复习或自学都有事半功倍的效用。遗憾的是至今在书海中却没有这样一本广大师生盼望已久的书。为此我们邀请了具有数十年教学经验的特级教师和资深的教育专家们一起执笔撰写了这本《最新高中数理化常用手册》，并且荣幸地得到北京市教委教研部数学、物理和化学三个教研室的主任和研究员的大力支持和亲自审定。我们很高兴地按计划完成了本手册的编写和出版工作并及时地把它献给广大中学师生、自学青年、接受成人教育的读者和教育工作者。

本手册的内容是根据现行教学大纲和中考、高考说明规定的范围从中学的二十本数、理、化教科书中准确、简明、扼要地提炼而成，分别以概念、定理、定律、法则、公式、方法、实验、计算、工具等形式一一列出。此外，还有必备的单位换算和数、理、化等用表。

为了满足参加竞赛与课外活动、培训的需要，我们还在附录中按竞赛大纲限定的范围，精选了最重要、最常用的内容，供读者随时快速查阅。

本手册结构严紧，体例新颖，查阅方便快捷，可帮助学习、记忆，提高学习效率，适合中学师生、自学青年，接受成人教育的读者使用，也是教育工作者案头上的参考资料。

刘彭芝

目 录

数 学

初等代数

一、集合与映射	(1)
1. 集合 (1) 2. 映射 (3)	
二、函数	(4)
1. 函数定义 (4) 2. 函数的性质 (4) 3. 幂函数 (6) 4. 反函数 (8) 5. 对数 (8) 6. 指数函数 (9) 7. 对数函数 (10) 8. 指数方程和对数方程 (10)	
三、三角函数	(11)
1. 任意角 (11) 2. 角的度量 (11) 3. 任意角三角函数的定义 (12) 4. 各三角函数值在每个象限的符号 (12) 5. 三角函数线 (13) 6. 同角三角函数关系式 (14) 7. 诱导公式 (14) 8. 三角函数的图像 (15) 9. 三角函数的性质 (17) 10. 函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ (19)	
四、三角变换	(19)
1. 和差倍半公式 (19) 2. 和积互化公式 (21) 3. 三角级数求和公式 (22) 4. 三角形中各元素间的关系 (22) 5. 三角形内角的三角函数恒等式 (24) 6. 三角形中的不等关系 (25) 7. 三角形边角关系的一些结论 (26)	
五、反三角函数、三角方程	(27)

1. 反三角函数 (27)
2. 反三角函数的性质与图像 (27)
3. 反三角函数间的基本关系式 (28)
4. 反三角函数的三角运算 (29)
5. 三角函数的反三角运算 (29)
6. 若干三角函数、反三角函数、复合函数的图像 (30)
7. 三角方程 (30)
8. 最简单的三角方程 (32)
9. 若干简单三角方程的解集 (33)
10. 最简单的三角不等式的解集 (33)

六、不等式 (34)

1. 实数比较大小准则 (34)
2. 不等式的性质 (34)
3. 不等式的同解定理 (35)
4. 绝对不等式及条件不等式 (35)
5. 一元二次不等式与对应方程及函数的关系 (35)
6. 一元高次不等式 (35)
7. 分式不等式 (36)
8. 无理不等式 (37)
9. 指数不等式 (37)
10. 含绝对值符号的不等式 (38)
11. 算术平均值与几何平均值不等式 (38)
12. 几个经典不等式 (39)

七、数列 (41)

1. 数列的概念 (41)
2. 数列的分类 (41)
3. 数列的给出方式 (42)
4. 数列的前 n 项和 (42)
5. 等差数列 (42)
6. 等比数列 (43)
7. 等差中项与等比中项 (45)
8. 等差、等比数列以外的若干数列 (45)
9. 某些数列的前 n 项和 (47)
10. 数列的极限 (49)
11. 数列极限的四则运算法则 (49)
12. 无穷等比数列各项的和 (49)
13. 数学归纳法 (50)

八、复数 (50)

1. 复数的概念 (50)
2. 复数的表示法 (52)
3. 共轭复数的性质 (52)
4. 复数模性质 (53)
5. 复数辐角的性质 (53)
6. 复数的运算 (54)
7. 1 的立方根 (55)
8. 实数、虚数、纯虚数的判别 (55)
9. 复数方程的解法 (56)

九、排列、组合与二项式定理 (57)

1. 加法原理与乘法原理 (57)
2. 排列 (57)
3. 组合 (58)
4. 阶乘 (59)
5. 组合数的性质 (60)
6. 二项式定理 (61)

立体几何

一、直线与平面 (62)

1. 关于平面的公理和推论 (62)
2. 空间两条直线 (62)
3. 平行直线的判定 (63)
4. 垂直直线的判定 (63)
5. 空间直线和平面 (64)
6. 线面平行的判定 (65)
7. 线面垂直的判定 (65)
8. 斜线与射影 (65)
9. 空间两个平面的位置关系 (67)
10. 面面平行的判定 (67)
11. 面面垂直的判定 (67)
12. 异面直线所成的角 (67)
13. 空间的距离 (68)
14. 一些重要结论 (70)

二、多面体和旋转体 (70)

1. 棱柱 (70)
2. 特殊四棱柱 (71)
3. 棱锥 (72)
4. 正三、四、六棱锥中各量的计算 (74)
5. 棱台 (76)
6. 正三、四、六棱台中各量的计算 (77)
7. 圆柱、圆锥、圆台 (78)
8. 球 (78)
9. 几何体体积的公理和定理 (79)
10. 常见几何体的侧面积、表面积及体积公式 (79)
11. 正多面体 (81)
12. 欧拉公式 (82)

解析几何

一、解析几何中的基本问题 (83)

1. 数轴上的基本问题 (83)
2. 平面上两点间的距离 (83)
3. 线段的定比分点 (83)
4. 坐标轴的平移公式 (85)
5. 坐标轴的旋转公式 (85)

二、直线 (85)

1. 直线的倾斜角及斜率 (85)
2. 直线方程 (86)
3. 点与直线的关系 (88)
4. 两条直线的关系 (88)
5. 三点共线的判定 (89)
6. 直线系 (90)
7. 直线划分平面所成区域和二元一次不

等式 (90)

三、二次曲线 (91)

1. 圆的方程 (91)
2. 点与圆的位置关系 (91)
3. 直线与圆的位置关系 (92)
4. 圆的切线 (92)
5. 圆与圆的位置关系 (93)
6. 圆系方程 (93)
7. 椭圆 (94)
8. 双曲线 (97)
9. 抛物线 (100)
10. 圆锥曲线的切线方程 (102)
- *11. 圆锥曲线的切线和法线的性质 (103)
12. 直线与二次曲线的位置关系 (104)
13. 两条二次曲线的位置关系 (104)
14. 一般二元二次方程的曲线分类 (106)
- *15. 二次曲线划分平面所成区域和二次不等式 (107)

四、极坐标 (108)

1. 极坐标系 (108)
2. 极坐标与直角坐标互化 (108)
3. 常见曲线的极坐标方程 (109)

附 录

*一、向量初步 (111)

1. 向量概念 (111)
2. 向量的运算 (111)

二、行列式和线性方程组 (114)

1. 行列式的概念及运算 (114)
2. 行列式的性质 (115)
3. 线性方程组 (116)

*三、概率 (119)

1. 随机事件·必然事件·不可能事件 (119)
2. 事件的运算关系 (119)
3. 概率的定义 (120)
4. 等可能性事件的概率 (概率的古典定义) (120)
5. 概率的基本性质 (121)
6. 概率的计算公式 (121)

四、一元多项式和 high 次方程 (124)

1. 复系数一元 n 次多项式 (124)
2. 余数定理和因数定理 (124)

3. 多项式的分解 (124) 4. 高次方程 (125)
- 五、微积分初步 (127)
1. 函数的极限 (127) 2. 函数极限的运算法则 (127) 3. 两个重要极限 (128) 4. 函数的连续性 (128) 5. 导数的概念 (128)
6. 求导数的基本法则 (128) 7. 基本函数的导数表 (129) 8. 二阶导数、高阶导数 (130) 9. 微分概念 (131) 10. 微分学中的基本定理 (131) 11. 函数的极值及拐点 (131) 12. 原函数与不定积分 (132) 13. 不定积分法则 (132) 14. 基本积分公式 (133) 15. 定积分概念及基本公式 (134)

物 理

力 学

- 一、力 (136)
1. 矢量和标量 (136) 2. 力 (138) 3. 重力 (139) 4. 弹力 (140) 5. 滑动摩擦力 (142) 6. 静摩擦力 (144) 7. 力矩 (145) 8. 力偶 (146)
- 二、物体的平衡 (147)
1. 刚体 (147) 2. 物体的平衡 (147) 3. 共点力的平衡 (147) 4. 有固定转轴物体的平衡 (148) 5. 一般物体的平衡 (149) 6. 物体平衡的种类 (150)
- 三、直线运动 (151)
1. 机械运动 (151) 2. 质点 (151) 3. 参照物 (152) 4. 坐标系 (152) 5. 路程 (152) 6. 距离 (153) 7. 位移 (153) 8. 速度 (154) 9. 速率 (155) 10. 加速度 (156) 11. 匀速

直线运动 (158) 12. 匀变速直线运动 (158) 13. 直线运动的图线 (160)

四、运动定律..... (162)

1. 牛顿第一运动定律 (162) 2. 牛顿第二运动定律 (162) 3. 牛顿第三定律 (163) 4. 力学相对性原理 (164)

五、曲线运动..... (165)

1. 运动的合成法则 (165) 2. 斜上抛运动 (165) 3. 斜下抛运动 (166) 4. 平抛 (167) 5. 圆周运动 (168) 6. 匀速圆周运动 (171)

六、万有引力定律..... (172)

1. 开普勒三定律 (172) 2. 万有引力定律 (173) 3. 人造卫星 (173)

七、机械能..... (174)

1. 功 (174) 2. 功率 (176) 3. 能量 (177) 4. 动能 (177) 5. 势能 (178) 6. 动能定理 (180) 7. 功能原理 (181) 8. 机械能守恒定律 (182) 9. 能量转换和守恒定律 (182)

八、动量..... (183)

1. 冲量 (183) 2. 动量 (183) 3. 动量定理 (185) 4. 动量守恒定律 (186) 5. 碰撞 (187)

九、机械振动和机械波..... (188)

1. 机械振动 (188) 2. 简谐振动 (189) 3. 阻尼振动和无阻尼振动 (192) 4. 受迫振动 (192) 5. 共振 (192) 6. 机械波 (192) 7. 波的干涉 (195) 8. 波的衍射 (195) 9. 声波 (196)

热 学

- 一、分子运动论..... (198)
 - 1. 分子运动论 (198) 2. 分子势能 (199) 3. 分子热运动动能 (199) 4. 内能 (200)
- 二、热力学定律..... (201)
 - 1. 热力学系统 (201) 2. 热力学状态及状态参量 (201) 3. 热力学过程及过程量 (201) 4. 热力学第零定律 (202) 5. 热力学第一定律 (202) 6. 热力学第二定律 (203)
- 三、气体、液体、固体..... (203)
 - 1. 气体 (203) 2. 液体 (207) 3. 固体 (209)

电 学

- 一、电场..... (211)
 - 1. 电荷及电荷守恒定律 (211) 2. 库仑定律 (212) 3. 真空中的静电场 (213) 4. 静电场中的导体 (218) 5. 电容器、电容 (219)
- 二、恒定电流..... (220)
 - 1. 电流强度 (220) 2. 电阻定律 (221) 3. 部分电路欧姆定律 (222) 4. 电功和电功率 (223) 5. 焦耳定律 (224) 6. 电阻串、并联电路的特点 (224) 7. 电源电动势 (225) 8. 全电路欧姆定律 (226) 9. 相同电池的串、并联 (227)
- 三、磁场..... (229)
 - 1. 磁场 (229) 2. 磁现象的电本质 (229) 3. 磁感应强度 (229) 4. 磁力线 (230) 5. 匀强磁场 (230) 6. 磁通量

- (230) 7. 电流磁场与安培定则 (232) 8. 安培力和左手定则
(233) 9. 洛伦兹力 (234) 10. 洛伦兹力与安培力的关系
(236)

四、电磁感应..... (237)

1. 电磁感应现象 (237) 2. 感应电动势 (237)

五、交流电..... (241)

1. 交流电的产生 (241) 2. 正弦交流电 (243) 3. 理想变压器
(245) 4. 三相交流电和三相交流电路的连接 (247) 5. 电能的
输送 (248)

六、电磁振荡和电磁波..... (248)

1. 电磁振荡 (248) 2. 电磁波 (250) 3. 电磁波的发射和接收
(250)

七、电子技术初步知识..... (252)

1. 晶体二极管 (252) 2. 晶体三极管 (252)

几何光学

一、光的传播..... (254)

1. 光的传播 (254) 2. 光的传播速度 (254)

二、光的反射..... (254)

1. 光的反射 (254) 2. 反射定律 (255) 3. 在反射现象中, 光
路是可逆的 (255) 4. 反射成像 (255)

三、光的折射..... (257)

1. 光的折射现象 (257) 2. 折射定律 (257) 3. 在折射现象中,
光路是可逆的 (258) 4. 折射率 (258) 5. 折射分类 (259)
6. 全反射 (259) 7. 透镜 (260) 8. 眼睛 (263)

物理光学

一、光的波动性..... (265)

1. 色散 (265)
2. 干涉 (265)
3. 衍射 (266)
4. 光谱和光谱分析 (267)
5. 光的电磁本性和电磁波谱 (267)

二、光的粒子性..... (268)

光电效应 (268)

三、光的波粒二象性..... (270)

1. 光具有波粒二象性 (270)
2. 波粒二象性显示条件 (270)

原子和原子核

一、原子..... (271)

1. 原子的核式结构 (271)
2. 玻尔的氢原子模型 (271)

二、原子核..... (273)

1. 天然放射现象 (273)
2. 原子核的组成 (274)
3. 原子核的人工转变 (274)
4. 放射性同位素 (275)

三、核能..... (275)

1. 核的结合能 (275)
2. 爱因斯坦的质能方程 (275)
3. 质量亏损 (276)
4. 核结合能的计算 (276)

四、重核裂变和轻核聚变..... (276)

1. 重核裂变 (276)
2. 轻核聚变 (277)

化 学

一、基本概念..... (278)

1. 物质的组成 (278)
2. 物质的变化与性质 (280)
3. 物质的分类 (280)
4. 化学用语 (284)
5. 化学反应的类型 (289)
6. 单质、氧化物、碱、酸、盐的主要性质及相互关系 (291)
7. 分散系 (296)
8. 化学中常用计量 (303)

二、基础理论..... (304)

1. 物质结构 (304)
2. 元素周期律、元素周期表 (311)
3. 化学反应速度、化学平衡 (320)
4. 电解质溶液 (323)

三、元素及其化合物..... (338)

1. 非金属元素概述 (338)
2. 氢和水 (342)
3. 卤素 (345)
4. 氧族元素 (346)
5. 氮族元素 (349)
6. 碳族元素 (351)
7. 金属元素概述: (353)
8. 碱金属元素 (355)
9. 碱土金属 (357)
10. 铝 (358)
11. 铁 (360)

四、化学基本实验..... (362)

1. 常见仪器及其使用 (362)
2. 试剂药品 (368)
3. 化学实验基本操作 (370)
4. 物质的分离、提纯 (371)
5. 气体的实验室制备反应原理 (373)
6. 物质的检验 (377)

五、有机化学..... (382)

1. 有机物概述 (382)
2. 重要有机物 (392)

六、化学计算..... (415)

1. 关于物质组成的计算 (415)
2. 关于溶液问题的计算 (421)
3. 有关化学反应方程式的计算 (423)
4. 综合计算: (428)

数 学

初 等 代 数

一、集合与映射

1. 集合

集合是一定范围的、确定的、互异的研究对象的整体。各个对象称为集合的元素。

(1) 常见数集的符号

N 自然数集	Z 整数集	Q 有理数集
R 实数集	C 复数集	R^+ 正实数集
R^- 负实数集	Q^+ 正有理数集	Q^- 负有理数集
Z^+ 正整数集, 即 N	Z^- 负整数集	$\emptyset$ 空集

(2) “ $\in$ ” 与 “ $\subseteq$ ”

“ $\in$ ” 是属于符号, α 是集合 A 的元素, 称 “ α 属于 A ”, 记作 “ $\alpha \in A$ ”。 $\notin$ 或 $\notin$ 是不属于符号。

“ $\subseteq$ ” 是包含于符号, 集合 A 是集合 B 的子集, 称 “ A 包含于 B ”, 记作 “ $A \subseteq B$ ”, 也可记作 “ $B \supseteq A$ ” 读作 “ B 包含 A ”。

(3) 子集

如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 那

么集合 A 叫做集合 B 的子集。记作 “ $A \subseteq B$ ” 或 “ $B \supseteq A$ ”。

如果 A 是 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么 A 叫做 B 的真子集, 记作 “ $A \subset B$ ” 或 “ $B \supset A$ ”。

(4) 交集

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 、 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

(5) 并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 、 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即

$$A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$$

(6) 补集

已知全集 I , 集合 $A \subseteq I$, 由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 在集合 I 中的补集, 记作 $\bar{A}$, 即

$$\bar{A} = \{x | x \in I, \text{ 且 } x \notin A\}$$

(7) 差集

由所有属于集合 A 且不属于集合 B 的元素组成的集合, 叫做集合 A 与集合 B 的差集, 记作 $A \setminus B$, 即

$$A \setminus B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \notin B\}$$

(8) 德·摩根律

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

(9) 容斥原理

$$|A| = (|A_1| + |A_2| + |A_3|) -$$

$$(|A_1 \cap A_2| + |A_2 \cap A_3| + |A_3 \cap A_1|) + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

(其中 $|x|$ 表示集合 x 中元素的个数)

一般地, 设 $A_1, A_2, \dots, A_m$ 是集合 A 的子集,

$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m$, 则

$$|A| = \sum_{1 \leq i \leq m} |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq m} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq m} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots + (-1)^{m-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m|$$

2. 映射

设 A, B 是两个集合, 如果按照某种对应法则 f , 对于集合 A 中的任何一个元素, 在集合 B 中都有唯一的元素和它对应, 这样的对应叫做从集合 A 到集合 B 的映射, 记作

$$f: A \rightarrow B$$

和 A 中的元素 a 对应的 B 中的元素 b 叫做 a 的像, a 叫做 b 的原像。

* (1) 单射

若映射 $f: A \rightarrow B$ 使 A 中不同的元素在 B 中有不同的像, 这样的映射叫做单射。若 $f: A \rightarrow B$ 是单射, 则 $|A| \leq |B|$

* (2) 满射

若映射 $f: A \rightarrow B$ 使 B 中每个元素都有原像, 这样的映射叫做满射。若 $f: A \rightarrow B$ 是满射, 则

$$|A| \geq |B|$$

* (3) 一一映射

若映射 $f: A \rightarrow B$ 既是单射又是满射, 则称此映射